บทที่ 7

การทดสอบสมมติฐาน

4113107 สถิติธุรกิจ

อาจารย์รัชนีกร ทบประดิษฐ์

การทดสอบสมมติฐาน

การทดสอบสมมติฐาน ประกอบด้วย การทดสอบสมมติฐานค่าพารามิเตอร์ต่าง ๆ ที่น่าสนใจ และน่าศึกษาเป็นอย่างยิ่ง ดังนี้

7.1 นิยาม

7.2 การทดสอบสมมติฐานแบบทางเดียว และแบบสองทาง

7.3 ขั้นตอนของการทดสอบสมมติฐานพารามิเตอร์

7.4 การทดสอบสมมติฐานค่าเฉลี่ยของหนึ่งประชากร

7.5 การทดสอบสมมติฐานสัดส่วนของหนึ่งประชากร

7.6 การทดสอบสมมติฐานความแปรปรวนของหนึ่งประชากร

ในบทที่ 6 เราทราบถึงวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์หรือค่าประชากรทั้งแบบเดี่ยวและแบบช่วงความเชื่อมั่นแล้ว แต่ถ้าวัตถุประสงค์ของการศึกษาเพื่อต้องการตัดสินใจเกี่ยวกับคุณลักษณะบางอย่างของประชากร เราจะใช้วิธี **“การทดสอบสมมติฐานเชิงสถิติหรือการทดสอบสมมติฐาน”**

7.1 นิยาม

สมมติฐานเชิงสถิติ (Statistical hypothesis) หมายถึง ข้อความเกี่ยวกับประชากรที่ต้องการศึกษา ซึ่งข้อความเกี่ยวกับประชากรนี้ อาจจะเป็นจริงหรือเท็จก็ได้

<u>**นิยาม**</u> : **สมมติฐาน** เขียนแทนด้วย H มี 2 อย่าง ดังนี้

1. สมมติฐานที่จะทดสอบ เขียนแทนด้วย H_0 เรียกว่า สมมติฐานเพื่อการทดสอบหรือสมมติฐานหลัก (Null hypothesis)
2. สมมติฐานที่แย้งกับสมมติฐานหลัก เขียนแทนด้วย H_1 เรียกว่า สมมติฐานแย้งหรือสมมติฐานรอง (Alternative hypothesis)

การทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับพารามิเตอร์ θ

ถ้าให้ θ_0 เป็นค่าของพารามิเตอร์ θ ที่จะพิจารณาใน H_0 และ H_1 ซึ่งขัดแย้งกันเสมอ นั่นคือ ถ้า H_0 เป็นจริงแล้ว H_1 จะไม่จริง และในทางกลับกัน ถ้า H_0 ไม่จริงแล้ว H_1 จะเป็นจริงเสมอ ดังนั้นการขัดแย้งกันของสมมติฐานมี 3 แบบ ดังนี้

แบบที่ 1 $H_0 : \theta = \theta_0$ vs $H_1 : \theta > \theta_0$

แบบที่ 2 $H_0 : \theta = \theta_0$ vs $H_1 : \theta < \theta_0$

แบบที่ 3 $H_0 : \theta = \theta_0$ vs $H_1 : \theta \neq \theta_0$

สรุปว่า สมมติฐานหลัก มีแบบเดียว คือ $H_0 : \theta = \theta_0$

สมมติฐานรอง มี 3 แบบ คือ $H_1 : \theta > \theta_0$

$H_1 : \theta < \theta_0$

$H_1 : \theta \neq \theta_0$

สมมติฐานหลักที่ตั้งขึ้น เพื่อยืนยันความจริงที่เคยทราบมาแล้ว เช่น

- ต้องการทราบว่า วิธีการสอนแบบใหม่มีประสิทธิภาพมากกว่าวิธีการสอนแบบเดิม จริงหรือไม่

H_0 : ประสิทธิภาพของการสอนทั้ง 2 วิธี ไม่แตกต่างกัน

H_1 : วิธีการสอนแบบใหม่มีประสิทธิภาพมากกว่าวิธีการสอนแบบเดิม

แล้วเปลี่ยนข้อความใน H_0 และ H_1 ให้อยู่ในรูปของพารามิเตอร์ ดังนี้

$H_0 : \mu_1 - \mu_2 = 0$ หรือ $H_0 : \mu_1 = \mu_2$

$H_1 : \mu_1 - \mu_2 > 0$ $H_1 : \mu_1 > \mu_2$

เมื่อ μ_1 , μ_2 แทน คะแนนเฉลี่ยที่ได้จากการสอนวิธีใหม่และวิธีเดิม ตามลำดับ

- สัดส่วนของคนไทยที่มีโทรศัพท์มือถือเท่ากับ 0.53 หรือไม่

$H_0 : p = 0.53$

$H_1 : p > 0.53$ หรือ $H_1 : p < 0.53$ หรือ $H_1 : p \neq 0.53$

เมื่อ p แทน สัดส่วนของคนไทยที่มีโทรศัพท์มือถือ

การทดสอบสมมติฐานทางสถิติ (Statistical hypothesis testing)

หมายถึง กฎเกณฑ์อย่างหนึ่งซึ่งใช้เป็นเกณฑ์ในการตัดสินใจว่า " จะยอมรับ หรือปฏิเสธ" โดยอาศัยข้อมูลจากตัวอย่างสุ่ม

▶ ตัวสถิติที่คำนวณได้จากตัวอย่างสุ่ม ที่จะใช้เป็นเครื่องมือในการตัดสินใจว่า ควรจะยอมรับหรือปฏิเสธ H_0 เรียกว่า "**ตัวสถิติทดสอบ** (Test statistic)" ซึ่งอาจเป็นตัวสถิติ Z, T, χ^2 ขึ้นอยู่กับสิ่งที่สนใจศึกษา

▶ การแจกแจงของตัวสถิติ Z, T, χ^2 จะแบ่งออกเป็น 2 บริเวณ ด้วย "**ค่าวิกฤต** (Critical value)" ได้แก่ **บริเวณยอมรับ** (Acceptance region) และ**บริเวณปฏิเสธ** (Rejection region) หรือ**บริเวณวิกฤต** (Critical region)

▶ โดยที่ บริเวณยอมรับ (Acceptance region) เป็นบริเวณที่จะทำให้เกิดการยอมรับ H_0 ส่วนบริเวณปฏิเสธ (Rejection region) หรือบริเวณวิกฤต (Critical region) เป็นบริเวณที่จะเกิดการปฏิเสธ H_0

ประเภทของความผิดพลาด

เนื่องจากข้อความใน H_0 อาจเป็นจริงหรือเป็นเท็จก็ได้ และในการตัดสินใจที่จะยอมรับหรือปฏิเสธ H_0 จะขึ้นอยู่กับข้อมูลที่ได้จากตัวอย่างสุ่ม ซึ่งมีความไม่แน่นอนจึงมีโอกาสเกิดความผิดพลาดในการตัดสินใจได้ นั่นคือ เกิดความคลาดเคลื่อนอันเนื่องมาจากตัวอย่างสุ่ม ซึ่งความผิดพลาดที่เกิดขึ้นมี 2 ประเภท ดังนี้

ความผิดพลาดแบบที่ 1 (Type I error)

เป็นความผิดพลาดที่เกิดจากการปฏิเสธ H_0 ทั้งที่ H_0 เป็นจริง และความน่าจะเป็นที่ความผิดพลาดชนิดนี้จะเกิดขึ้น เรียกว่า **ระดับนัยสำคัญ** (Level of significance) หรือ ขนาดของการทดสอบ หรือ การเสี่ยงแบบ 1 (Alpha risk) แทนด้วย α

α = ความน่าจะเป็นที่เกิดความผิดพลาดแบบที่ 1

= P (Type I error)

= P (ปฏิเสธ $H_0 \mid H_0$ เป็นจริง)

<u>ความผิดพลาดแบบที่ 2 (Type II error)</u>

เป็นความผิดพลาดที่เกิดจากการยอมรับ H_0 ทั้งที่ H_0 เป็นเท็จ และความน่าจะเป็นที่ความผิดพลาดชนิดนี้จะเกิดขึ้น เรียกว่า การเสี่ยงแบบ 2 (Beta risk) แทนด้วย β

β = ความน่าจะเป็นที่เกิดความผิดพลาดแบบที่ 2

= P (Type II error)

= P (ยอมรับ H_0 | H_0 เป็นเท็จ)

ผลของการตัดสินใจ อาจสรุปได้ดังในตาราง

การตัดสินใจ	สถานการณ์ที่แท้จริง	
	H_0 เป็นจริง	H_0 เป็นเท็จ
ปฏิเสธ H_0	Type I error	No error
ยอมรับ H_0	No error	Type II error

อำนาจการทดสอบ (Power of the test) คือความน่าจะเป็นที่จะปฏิเสธ H_0 เมื่อ H_0 เป็นเท็จ มีค่าเท่ากับ $1-\beta$

7.2 การทดสอบแบบทางเดียว และการทดสอบแบบสองทาง

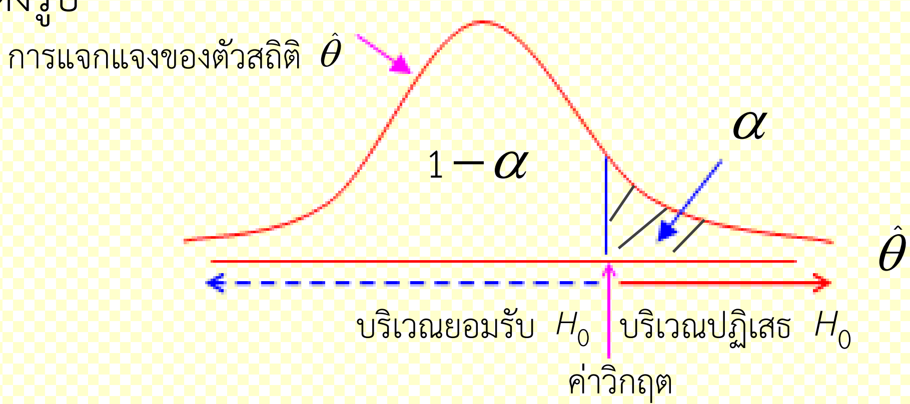
การทดสอบสมมติฐาน แบ่งออกเป็น 2 แบบ คือ การทดสอบแบบทางเดียว และการทดสอบแบบสองทาง ดังนี้

7.2.1 การทดสอบแบบทางเดียว (One-tailed Test) สมมติฐานที่จะทดสอบจะอยู่ใน 2 ลักษณะ ดังนี้

1. $H_0 : \theta = \theta_0$

   $H_1 : \theta > \theta_0$

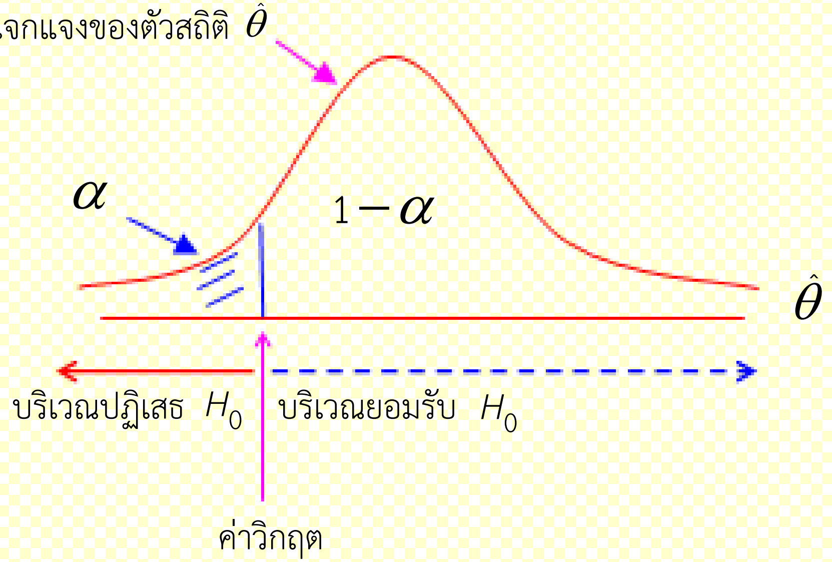
ดังนั้น ถ้า H_0 เป็นจริง แล้ว บริเวณปฏิเสธ H_0 จะอยู่ปลายหางทางขวาของการแจกแจงของตัวสถิติ $\hat{\theta}$ ดังรูป



2. $H_0 : \theta = \theta_0$

$H_1 : \theta < \theta_0$

ดังนั้น ถ้า H_0 เป็นจริง แล้ว บริเวณปฏิเสธ H_0 จะอยู่ปลายหางทางซ้ายของการแจกแจงของตัวสถิติ $\hat{\theta}$ ดังรูป



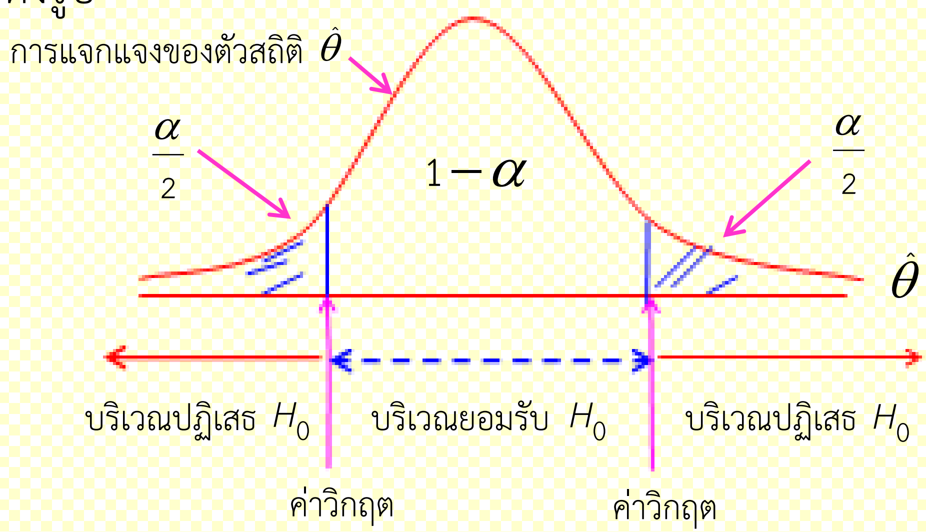
7.2.2 การทดสอบแบบสองทาง (Two-tailed Test)

สมมติฐานที่จะทดสอบอยู่ในลักษณะ ดังนี้

$$H_0 : \theta = \theta_0$$

$$H_1 : \theta \neq \theta_0$$

ดังนั้น ถ้า H_0 เป็นจริง แล้ว บริเวณปฏิเสธ H_0 จะอยู่ปลายหางทั้งสองของการแจกแจงของตัวสถิติ $\hat{\theta}$ ดังรูป



7.3 ขั้นตอนของการทดสอบสมมติฐาน มีดังนี้

1. ตั้งสมมติฐานหลัก $H_0 : \theta = \theta_0$

2. ตั้งสมมติฐานรอง หรือสมมติฐานแย้ง

   แบบทางเดียว (One-tailed) $H_1 : \theta > \theta_0$ หรือ $H_1 : \theta < \theta_0$

   แบบสองทาง (Two-tailed) $H_1 : \theta \neq \theta_0$

3. กำหนดระดับนัยสำคัญ α

4. เลือกตัวสถิติทดสอบที่เหมาะสม แล้วกำหนดบริเวณปฏิเสธ H_0 ให้สอดคล้องกับ H_1 และ α

5. คำนวณค่าตัวสถิติทดสอบจากตัวอย่างสุ่มขนาด n ที่สุ่มมา

6. สรุปผล ที่ระดับนัยสำคัญ α นั่นคือ ปฏิเสธ H_0 ถ้าค่าสถิติทดสอบที่คำนวณจาก 5. ตกอยู่ในบริเวณปฏิเสธ H_0 หรือยอมรับ H_0 ถ้าค่าสถิติทดสอบที่คำนวณจาก 5. ตกอยู่ในบริเวณยอมรับ H_0

7.4 การทดสอบสมมติฐานค่าเฉลี่ยของหนึ่งประชากร

μ คือ ค่าเฉลี่ยของประชากร และ μ_0 คือ ค่าของค่าเฉลี่ย μ ดังนั้น ต้องการทดสอบว่า **<u>ประชากรที่มีการแจกแจงแบบปกติ</u>** จะมีค่าเฉลี่ย μ เท่ากับ μ_0 หรือไม่

นั่นคือ ทดสอบว่า

$$H_0 : \mu = \mu_0 \quad \text{vs} \quad H_1 : \mu > \mu_0$$

หรือ $$H_0 : \mu = \mu_0 \quad \text{vs} \quad H_1 : \mu < \mu_0$$

หรือ $$H_0 : \mu = \mu_0 \quad \text{vs} \quad H_1 : \mu \neq \mu_0$$

<u>กรณีที่ 1</u> ทราบค่า σ^2 และ n เป็นเท่าใดก็ได้

สมมติฐานหลัก $H_0 : \mu = \mu_0$

ตัวสถิติทดสอบ คือ $Z = \dfrac{\overline{X} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}} \sim N(0,1)$

การทดสอบสมมติฐานที่ใช้ Z เป็นตัวสถิติทดสอบ เรียกว่า “ *Z test* ”

สรุปเกณฑ์การตัดสินใจสำหรับการทดสอบ $H_0 : \mu = \mu_0$ กับสมมติฐานทางเลือกต่าง ๆ กัน โดยกำหนดระดับนัยสำคัญ α ดังตารางต่อไปนี้

H_1	ปฏิเสธ H_0 ถ้า
$H_1 : \mu > \mu_0$	$Z \geq Z_{\alpha}$
$H_1 : \mu < \mu_0$	$Z \leq -Z_{\alpha}$
$H_1 : \mu \neq \mu_0$	$Z \leq -Z_{\alpha/2}$ หรือ $Z \geq Z_{\alpha/2}$

หมายเหตุ Z_{α} และ $Z_{\alpha/2}$ เป็นค่าวิกฤตที่ได้จากการเปิดตารางการแจกแจงปกติมาตรฐาน

กรณีที่ 2 ไม่ทราบค่า σ^2 และ $n < 30$

กำหนดสมมติฐานหลัก $H_0 : \mu = \mu_0$

ตัวสถิติทดสอบ คือ $T = \dfrac{\overline{X} - \mu_0}{S/\sqrt{n}} \sim T_{(\upsilon)}$; องศาความเป็นอิสระ $\upsilon = n-1$

การทดสอบสมมติฐานที่ใช้ T เป็นตัวสถิติในการทดสอบ เรียกว่า " *T test* "

สรุปเกณฑ์การตัดสินใจสำหรับการทดสอบ $H_0 : \mu = \mu_0$ กับสมมติฐานทางเลือกต่างๆกัน โดยกำหนดระดับนัยสำคัญ α ดังตารางต่อไปนี้

H_1	ปฏิเสธ H_0 ถ้า
$H_1 : \mu > \mu_0$	$T \geq t_{\alpha,(n-1)}$
$H_1 : \mu < \mu_0$	$T \leq -t_{\alpha,(n-1)}$
$H_1 : \mu \neq \mu_0$	$T \leq -t_{\alpha/2,(n-1)}$ หรือ $T \geq t_{\alpha/2,(n-1)}$

หมายเหตุ $t_{\alpha,(n-1)}$ และ $t_{\alpha/2,(n-1)}$ เป็นค่าวิกฤตที่ได้จากการเปิดตารางการแจกแจง T ที่มีองศาความเป็นอิสระ $\upsilon = n-1$

กรณีที่ 3 ไม่ทราบ σ^2 และ $n \geq 30$

โดยทฤษฎีลิมิตสู่ส่วนกลาง จะได้ $\overline{X} \sim N(\mu, \sigma^2/n)$; นั่นคือ ใช้ S^2 ประมาณ σ^2

ต้องการทดสอบสมมติฐาน $H_0 : \mu = \mu_0$

ตัวสถิติทดสอบ คือ $Z = \dfrac{\overline{X} - \mu_0}{S/\sqrt{n}} \sim N(0,1)$

การทดสอบสมมติฐานที่ใช้ Z เป็นตัวสถิติทดสอบ เรียกว่า “ *Z test* ”

สรุปเกณฑ์การตัดสินใจสำหรับการทดสอบ $H_0 : \mu = \mu_0$ กับสมมติฐานทางเลือกต่างๆกัน โดยกำหนดระดับนัยสำคัญ α ดังตารางต่อไปนี้

H_1	ปฏิเสธ H_0 ถ้า
$H_1 : \mu > \mu_0$	$Z \geq Z_\alpha$
$H_1 : \mu < \mu_0$	$Z \leq -Z_\alpha$
$H_1 : \mu \neq \mu_0$	$Z \leq -Z_{\alpha/2}$ หรือ $Z \geq Z_{\alpha/2}$

หมายเหตุ Z_α และ $Z_{\alpha/2}$ เป็นค่าวิกฤตที่ได้จากการเปิดตารางการแจกแจงปกติมาตรฐาน

ตัวอย่าง 7.1 เป็นที่ทราบกันว่ารายได้ต่อปีของครัวเรือนเกษตรในจังหวัดนครราชสีมา มีค่าเฉลี่ย 30,000 บาท และค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน 4,000 บาท แต่จากการสุ่มครัวเรือนเกษตรในจังหวัดดังกล่าวมาจำนวน 100 ครัวเรือน พบว่ามีรายได้เฉลี่ยต่อปี 30,800 บาท ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 จะกล่าวได้หรือไม่ว่าครัวเรือนเกษตรในจังหวัดนครราชสีมามีรายได้เฉลี่ยต่อปีสูงขึ้นกว่าเดิม

วิธีทำ ให้ μ เป็นรายได้เฉลี่ยต่อปีของครัวเรือนเกษตรทั้งหมดในจังหวัดนครราชสีมา หน่วย : บาท/ปี

1. $H_0 : \mu = 30,000$
2. $H_1 : \mu > 30,000$
3. $\alpha = 0.05$
4. บริเวณปฏิเสธ H_0 คือ $Z \geq 1.645$
5. ตัวสถิติทดสอบ คือ $Z = \dfrac{\overline{X} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}}$ คำนวณค่า $z = \dfrac{30,800 - 30,000}{4,000 / \sqrt{100}} = 2$
6. เพราะว่า $z = 2$ ตกอยู่ในบริเวณปฏิเสธ H_0 ยอมรับ H_1 นั่นคือ ครัวเรือนเกษตรทั้งหมดในจังหวัดนครราชสีมามีรายได้เฉลี่ยต่อปีมากกว่า 30,000 บาท ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

ตัวอย่าง 7.2 บริษัทผลิตเลนส์สัมผัสตราหนึ่งโฆษณาว่า เลนส์สัมผัสตราดังกล่าวมีอายุการใช้งานเฉลี่ย 20 เดือน สำนักงานคณะกรรมการคุ้มครองผู้บริโภคมีข้อสงสัยว่าข้อความโฆษณาดังกล่าวอาจเกินความเป็นจริง จึงทำการสุ่มผู้ใช้มา 32 คน พบว่าอายุการใช้งานมีค่าเฉลี่ย 18.9 เดือน และมีค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน 2.7 เดือน ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01 จะสรุปได้หรือไม่ว่า ข้อสงสัยของสำนักงานคณะกรรมการคุ้มครองผู้บริโภคเป็นจริง

วิธีทำ ให้ μ เป็นอายุการใช้งานเฉลี่ยของเลนส์สัมผัสตราดังกล่าว หน่วย : เดือน

1. $H_0 : \mu = 20$
2. $H_1 : \mu < 20$
3. $\alpha = 0.01$
4. บริเวณปฏิเสธ H_0 คือ $Z \leq -2.325$
5. ตัวสถิติทดสอบ คือ $Z = \dfrac{\overline{X} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}}$ คำนวณค่า $z = \dfrac{18.9 - 20}{2.7 / \sqrt{32}} = -2.3$
6. เพราะว่า $z = -2.3$ ตกอยู่ในบริเวณยอมรับ H_0 นั่นคือ เลนส์สัมผัสตราดังกล่าวมีอายุการใช้งานเฉลี่ยเท่ากับ 20 เดือน ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01

ตัวอย่าง 7.3 โรงงานผลิตบุหรี่ตราหนึ่งทราบว่า บุหรี่ที่ผลิตได้มีปริมาณนิโคตินโดยเฉลี่ย 20 มิลลิกรัม จากการสุ่มบุหรี่มาจำนวน 36 มวน พบว่าปริมาณนิโคตินมีค่าเฉลี่ย 22 มิลลิกรัม และค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน 4 มิลลิกรัม ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 จะกล่าวได้หรือไม่ว่า ปริมาณนิโคตินในบุหรี่ตรานี้ได้เปลี่ยนแปลงไปแล้ว

วิธีทำ ให้ μ เป็นปริมาณนิโคตินโดยเฉลี่ยของบุหรี่ตราดังกล่าว หน่วย : มิลลิกรัม

1. $H_0 : \mu = 20$
2. $H_1 : \mu \neq 20$
3. $\alpha = 0.05$
4. บริเวณปฏิเสธ H_0 คือ $Z \leq -1.96$ หรือ $Z \geq 1.96$
5. ตัวสถิติทดสอบ คือ $Z = \dfrac{\overline{X} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}$ คำนวณค่า $z = \dfrac{22-20}{4/\sqrt{36}} = 3$
6. เพราะว่า $z = 3$ ตกอยู่ในบริเวณปฏิเสธ H_0 ยอมรับ H_1

   นั่นคือ บุหรี่ตรานี้มีปริมาณนิโคตินเฉลี่ยแตกต่างจาก 20 มิลลิกรัม ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

ตัวอย่าง 7.4 จากการศึกษาคุณภาพอากาศใน กทม. ก่อนที่จะมีการออกมาตรการพบว่า มีปริมาณก๊าซคาร์บอนมอนนอกไซด์โดยเฉลี่ย 9.4 ส่วนต่อล้านส่วน (ppm) เพื่อตรวจสอบว่ามาตรการดังกล่าวช่วยลดปริมาณก๊าซคาร์บอนมอนนอกไซด์ได้จริง โดยสุ่มอากาศจุดต่างๆทั่ว กทม. รวม 18 จุด วัดปริมาณก๊าซคาร์บอนมอนนอกไซด์ได้ดังนี้ หน่วย : ppm

8.6	6.4	7.2	10.5	8.7	10.7	5.4
5.7	3.9	4.5	3.6	7.6	6.8	10.9
10.2	7.9	9.4	7.9			

ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 มาตรการดังกล่าวได้ผลหรือไม่

วิธีทำ ให้ μ เป็นปริมาณก๊าซคาร์บอนมอนนอกไซด์โดยเฉลี่ยของอากาศใน กทม. หน่วย : ppm

1. $H_0 : \mu = 9.4$
2. $H_1 : \mu < 9.4$
3. $\alpha = 0.05$
4. บริเวณปฏิเสธ H_0 คือ $T \leq -1.74$
5. จาก $\bar{x} = \frac{\sum x}{n}$ จะได้ $\bar{x} = \frac{135.9}{18} = 7.55$

จาก $s^2 = \dfrac{\sum x^2 - \dfrac{(\sum x)^2}{n}}{n-1}$ จะได้ $s^2 = \dfrac{1,117.29 - \dfrac{(135.9)^2}{18}}{18-1} = 5.37$

และ $S = 2.32$

ตัวสถิติทดสอบ คือ $T = \dfrac{\overline{X} - \mu_0}{S/\sqrt{n}}$

คำนวณค่า

$$t = \frac{7.55 - 9.4}{2.32/\sqrt{18}} = -3.38$$

6. เพราะว่า $t = -3.38$ ตกอยู่ในบริเวณปฏิเสธ H_0 ยอมรับ H_1 นั่นคือ ปริมาณก๊าซคาร์บอนมอนนอกไซด์โดยเฉลี่ยมีค่าน้อยกว่า 9.4 ppm ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

7.5 การทดสอบสมมติฐานสัดส่วนของหนึ่งประชากร

ถ้าประชากรมีการแจกแจงแบบทวินาม มีพารามิเตอร์ n และ p เมื่อต้องการทดสอบสมมติฐานว่า สัดส่วนประชากร p มีค่าเท่ากับ p_0 หรือไม่ การทดสอบสมมติฐานอยู่ในลักษณะดังนี้

$$H_0 : p = p_0 \quad \text{vs} \quad H_1 : p > p_0$$

หรือ $$H_0 : p = p_0 \quad \text{vs} \quad H_1 : p < p_0$$

หรือ $$H_0 : p = p_0 \quad \text{vs} \quad H_1 : p \neq p_0$$

สมมติฐานหลัก $H_0 : p = p_0$

ตัวสถิติทดสอบ คือ $Z = \dfrac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\dfrac{p_0 q_0}{n}}} \sim N(0,1)$; โดยที่ $q_0 = 1 - p_0$

เมื่อ $\hat{p} = \dfrac{x}{n}$ เป็นสัดส่วนของตัวอย่างสุ่ม n ที่มีขนาดใหญ่

สรุปเกณฑ์การตัดสินใจสำหรับการทดสอบ $H_0 : p = p_0$ กับสมมติฐานทางเลือกต่างๆ กัน โดยกำหนดระดับนัยสำคัญ α ดังตารางต่อไปนี้

H_1	ปฏิเสธ H_0 ถ้า
$H_1 : p > p_0$	$z \geq z_\alpha$
$H_1 : p < p_0$	$z \leq -z_\alpha$
$H_1 : p \neq p_0$	$z \leq -z_{\alpha/2}$ หรือ $z \geq z_{\alpha/2}$

หมายเหตุ z_α และ $z_{\alpha/2}$ เป็นค่าวิกฤตที่ได้จากการเปิดตารางการแจกแจงปกติมาตรฐาน

ตัวอย่าง 7.5 ผู้จัดการโรงงานแห่งหนึ่งทราบว่า ในแต่ละครั้งของการผลิตจะถือว่าเครื่องจักรทำงานเป็นปกติ หากมีสินค้าชำรุดอย่างมากร้อยละ 3 เพื่อตรวจสอบสภาพการทำงานของเครื่องจักรเครื่องหนึ่ง โดยสุ่มสินค้าที่ผลิตจากเครื่องดังกล่าวมาจำนวน 500 ชิ้น พบว่ามีสินค้าชำรุด 22 ชิ้น ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 ผู้จัดการโรงงานแห่งนี้จะสรุปได้หรือไม่ว่า เครื่องจักรทำงานไม่เป็นปกติ

วิธีทำ ให้ p เป็นสัดส่วนสินค้าชำรุดที่ได้จากการผลิตในครั้งดังกล่าว

1. $H_0 : p = 0.03$
2. $H_1 : p > 0.03$
3. $\alpha = 0.05$
4. บริเวณปฏิเสธ H_0 คือ $Z \geq 1.645$
5. ตัวสถิติทดสอบ คือ $Z = \dfrac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\dfrac{p_0 q_0}{n}}}$ จะได้ $z = \dfrac{\dfrac{22}{500} - 0.03}{\sqrt{\dfrac{(0.03)(0.97)}{500}}} = 1.84$
6. เพราะว่า $z = 1.84$ ตกอยู่ในบริเวณปฏิเสธ H_0 ยอมรับ H_1

นั่นคือ สินค้าชำรุดที่ผลิตจากครั้งดังกล่าวมีสัดส่วนมากกว่าร้อยละ 3 ที่ระดับนัยสำคัญ 0.0๕

7.6 การทดสอบสมมติฐานความแปรปรวนของหนึ่งประชากร

เมื่อ σ_0^2 คือ ค่าของความแปรปรวนของประชากรที่มีการแจกแจงปกติ สมมติฐานที่จะทดสอบอยู่ในลักษณะดังนี้

$$H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2 \quad \text{vs} \quad H_1 : \sigma^2 > \sigma_0^2$$

หรือ $H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2 \quad \text{vs} \quad H_1 : \sigma^2 < \sigma_0^2$

หรือ $H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2 \quad \text{vs} \quad H_1 : \sigma^2 \neq \sigma_0^2$

ตัวสถิติทดสอบ คือ $\chi^2 = \dfrac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2}$ ซึ่งเป็นการแจกแจงแบบไคสแควร์ ที่มีองศาแห่งความอิสระ $\upsilon = n-1$

สรุปเกณฑ์การตัดสินใจสำหรับการทดสอบ $H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2$ กับสมมติฐานทางเลือกต่างๆ กัน โดยกำหนดระดับนัยสำคัญ α ดังตารางดังต่อไปนี้

H_1	ปฏิเสธ H_0 ถ้า
$H_1 : \sigma^2 > \sigma_0^2$	$\chi^2 \geq \chi_{\alpha}^2$
$H_1 : \sigma^2 < \sigma_0^2$	$\chi^2 \leq -\chi_{1-\alpha}^2$
$H_1 : \sigma^2 \neq \sigma_0^2$	$\chi^2 \leq -\chi_{1-\alpha/2}^2$ หรือ $\chi^2 \geq \chi_{\alpha/2}^2$

หมายเหตุ ค่าวิกฤตในกรณีต่างๆ ได้จากการเปิดตารางการแจกแจงไคสแควร์ ที่มีองศาความเป็นอิสระ $\upsilon = n-1$

ตัวอย่าง 7.6 โรงงานผลิตหลอดภาพโทรทัศน์แห่งหนึ่งทราบว่า อายุการใช้งานของหลอดภาพมีการแจกแจงปกติ ที่มีความแปรปรวน 10,000 ซ.ม.^{2} ในการตรวจสอบคุณภาพครั้งหนึ่ง โดยการสุ่มหลอดภาพมา 20 หลอด พบว่าความแปรปรวนของอายุการใช้งานของหลอดภาพเท่ากับ 12,000 ซ.ม.^{2} ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 จะกล่าวได้หรือไม่ว่า ความแปรปรวนของอายุการใช้งานของหลอดภาพไม่เท่ากับ 10,000 ซ.ม.^{2}

วิธีทำ ให้ σ^2 เป็นความแปรปรวนของอายุการใช้งานของหลอดภาพที่ผลิตโดยโรงงานแห่งนี้ หน่วย : ซ.ม.^{2}

1. $H_0 : \sigma^2 = 10,000$
2. $H_1 : \sigma^2 \neq 10,000$
3. $\alpha = 0.05$
4. บริเวณปฏิเสธ H_0 คือ $\chi^2 \leq 8.91$ หรือ $\chi^2 \geq 32.9$
5. ตัวสถิติทดสอบ คือ $\chi^2 = \dfrac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2}$ จะได้ $\chi^2 = \dfrac{(20-1)(12,000)}{10,000} = 22.8$
6. เพราะว่า $\chi^2 = 22.8$ ตกอยู่ในบริเวณยอมรับ H_0

   นั่นคือ ความแปรปรวนของอายุการใช้งานของหลอดภาพเท่ากับ 10,000 ซ.ม.^{2}

   ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

แบบฝึกหัด บทที่ 7

1. จากการศึกษาค่าแรงของลูกจ้างในโรงงาน ต้องมีค่าแรงเฉลี่ยขั้นต่ำเท่ากับ 300 บาท เก็บข้อมูลตัวอย่างลูกจ้างจำนวน 25 คน พบว่ามีค่าแรงเฉลี่ย 330 บาท ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 50 บาท ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 จงตรวจสอบว่าค่าแรงเฉลี่ยของลูกจ้างในโรงงานแตกต่างจากค่าแรงขั้นต่ำหรือไม่

2. จากการสำรวจครัวเรือนในเขตเทศบาลนครเชียงใหม่จำนวน 36 ครัวเรือน พบว่า โดยเฉลี่ยครัวเรือนชมรายการโทรทัศน์ 27 ชั่วโมงต่อสัปดาห์ ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน 4 ชั่วโมง ถ้าจำนวนชั่วโมงการชมโทรทัศน์โดยเฉลี่ยของครัวเรือนทั่วประเทศเท่ากับ 25 ชั่วโมงต่อสัปดาห์ จะกล่าวสรุปได้หรือไม่ว่า จำนวนชั่วโมงการชมรายการโทรทัศน์โดยเฉลี่ยของครัวเรือนในเขตเทศบาลนครเชียงใหม่มากกว่าจำนวนชั่วโมงการชมรายการโทรทัศน์โดยเฉลี่ยของครัวเรือนทั่วประเทศ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01

3. กระบวนการผลิตในโรงงานหนึ่ง จะผลิตสินค้าเสีย 20% ฝ่ายผลิตจึงได้ดำเนินการปรับปรุงกระบวนการผลิตใหม่ แล้วสุ่มตัวอย่างสินค้ามา 100 ชิ้น พบว่าเป็นสินค้าเสีย 16 ชิ้น จะเชื่อได้หรือไม่ว่า การปรับปรุงกระบวนการผลิตจะทำให้สินค้าเสียลดลง ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

แบบฝึกหัด บทที่ 7

4. ตามหลักพันธุกรรมกล่าวว่า พืชที่ได้มาจากการผสมพันธุ์ระหว่างเมล็ดพันธุ์ ก และ ข จะมีลักษณะเตี้ย 80% ได้มีผู้ทดลองผสมพันธุ์พืช 2 ชนิดนี้ คือ ก และ ข พบว่า พืชที่ได้จากการผสมพันธุ์นี้ 200 ต้น ปรากฏว่ามี 64 ต้น ที่ไม่ใช่ต้นเตี้ย จงทดสอบว่า การทดลองนี้จะสอดคล้องตามทฤษฎีดังกล่าวข้างต้นนี้หรือไม่ โดยใช้ระดับนัยสำคัญ 0.10

5. จากการเลือกร้านสรรพสินค้าโดยการสุ่มจำนวน 15 ร้าน จากร้านสรรพสินค้าทั้งหมดในเขตกรุงเทพมหาครมาเก็บรวบรวมข้อมูลเกี่ยวกับราคากระทะไฟฟ้าชนิดหนึ่ง ปรากฏว่าได้ราคาเฉลี่ย 515 บาท และความแปรปรวน 350 จงทดสอบความเชื่อที่ว่า ค่าความแปรปรวนของราคากระทะไฟฟ้าชนิดนี้ต่ำกว่า 320 ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05