บทที่ 2
เทคนิคการนับ

บทนำ

ในการคำนวณความน่าจะเป็นของการทดลองสุ่ม หรือเหตุการณ์ใด ๆ จำเป็นต้องมีความรู้เกี่ยวกับการเขียนปริภูมิตัวอย่าง (Sample Space) ของเหตุการณ์ หรือการทดลองสุ่มนั้น ๆ บางครั้งอาจจะประสบปัญหาเกี่ยวกับการนับจำนวนผลลัพธ์ที่เกิดขึ้น หรือจำนวนวิธีที่เป็นไปได้ทั้งหมด ของผลลัพธ์ที่จะเกิดขึ้น

ในบทนี้จะขอกล่าวถึง การจัดลำดับ และการจัดหมู่ ซึ่งประกอบด้วยเนื้อหาเกี่ยวกับเทคนิคการนับ กฎการบวก กฎการคูณ การจัดลำดับ และการจัดหมู่ ซึ่งเป็นพื้นฐานในการคำนวณความน่าจะเป็นในลำดับถัดไป

เทคนิคการนับ

การศึกษาความน่าจะเป็นเกี่ยวกับการนับจำนวนวิธี หรือผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ของสิ่งของที่สนใจ หรือของการทดลองแบบต่าง ๆ เช่น การทดลองโยนเหรียญ 1 เหรียญ ผลลัพธ์ที่เป็นไปได้มีเพียง 2 กรณีเท่านั้น คือ เหรียญหงายหัว หรือหงายก้อย การทอดลูกเต๋า 1 ลูก ผลลัพธ์ที่เป็นไปได้มี 6 กรณี คือ ลูกเต๋าหงายแต้มใดแต้มหนึ่งระหว่าง 1 ถึง 6 แต่ถ้าการทดลองมีความซับซ้อนมากยิ่งขึ้น เช่น โยนลูกเต๋า 1 ลูก 2 ครั้ง การนับผลลัพธ์ของการทดลองโดยตรงมีความยุ่งยาก ในกรณีนี้จะสามารถนำเทคนิคการนับแบบ ต่าง ๆ มาใช้เพื่อหาจำนวนผลลัพธ์ของสิ่งที่สนใจต่าง ๆ นั้นได้

การศึกษากฎเกณฑ์เบื้องต้นเกี่ยวกับการนับ มีอยู่ 2 แบบ คือ กฎการคูณ และกฎการบวก (พัศนีย์ พันตา, 2540)

1. **กฎการคูณ**

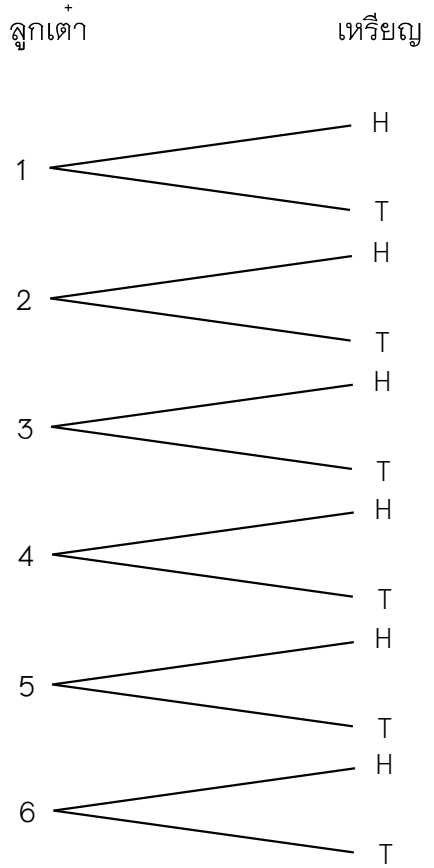
ในการใช้กฎการคูณ เพื่อคำนวณจำนวนวิธีของผลลัพธ์จากการทดลองสุ่ม มีดังนี้

ทฤษฎีที่ 2.1 การทดลองหนึ่ง ประกอบด้วยการกระทำที่เป็นไปได้ n_1 วิธีที่ แตกต่างกัน การกระทำที่ 2 มีทางเป็นไปได้ n_2 วิธีที่แตกต่างกัน เรื่อยไปจนถึงการกระทำที่ k มีทางเป็นไปได้ n_k วิธี ที่แตกต่างกัน การกระทำต่อเนื่องจากการกระทำที่ 1 ไปการกระทำที่ 2 จนถึง การกระทำที่ k จะมีจำนวนวิธีหรือผลลัพธ์ที่เป็นไปได้เท่ากับ $n_1 . n_2 . n_3 \ldots n_k$ ที่แตกต่าง

ตัวอย่าง 2.1 ทดลองโยนเหรียญ 1 เหรียญพร้อมกับทอดลูกเต๋า 1 ลูก จะมีผลลัพธ์เกิดขึ้นได้กี่วิธี

วิธีทำ

โยนเหรียญ 1 เหรียญ อาจหงายหัวหรือก้อยจะเกิดกรณีต่าง ๆ ได้ 2 วิธี
ทอดลูกเต๋า 1 ลูก อาจหงายแต้มต่าง ๆ กัน ได้ 6 วิธี
ดังนั้นผลลัพธ์ที่อาจจะเกิดขึ้นได้ทั้งหมด $= 2 \times 6 = 12$ วิธี
หรือแสดงได้ด้วยแผนภาพต้นไม้ดังนี้



ผลลัพธ์ที่อาจจะเกิดขึ้นได้ทั้งหมด $= 2 \times 6 = 12$ วิธี

ตัวอย่าง 2.2 นางสาววิภาต้องการซื้อรถยนต์จากบริษัทจำหน่ายรถยนต์ยี่ห้อหนึ่ง ซึ่งมีรถยนต์ให้เลือก 4 รุ่น รุ่นละ 6 สี และแต่ละรุ่นมีทั้ง ชนิดเกียร์ธรรมดาและเกียร์อัตโนมัติ นางสาววิภาจะมีวิธีเลือกซื้อรถยนต์ยี่ห้อดังกล่าวได้กี่วิธี

วิธีทำ

นางสาววิภาสามารถเลือกรุ่นรถยนต์ได้ 4 วิธี

ในแต่ละวิธีของรุ่นรถยนต์ที่เลือกได้ จะเลือกสีของรถยนต์ได้ 6 วิธี

และในแต่ละรุ่นและสีของรถยนต์ที่เลือกได้ จะเลือกชนิดของเกียร์รถยนต์ได้ 2 วิธี (คือเกียร์ธรรมดาและเกียร์อัตโนมัติ)

ดังนั้น จำนวนวิธีในการเลือกซื้อรถยนต์ทั้งหมด วิธี

ตัวอย่าง 2.3 การทอดลูกเต๋า 1 ลูก 2 ครั้ง จงหาจำนวนวิธีที่แต้มลูกเต๋าจะขึ้น

วิธีทำ

ตัวอย่าง 2.4 การโยนเหรียญ 1 อัน 3 ครั้ง จงหาจำนวนวิธีที่เหรียญจะขึ้น

วิธีทำ

2. กฎการบวก

ในบางการทดลอง หรือบางการกระทำไม่สามารถใช้กฎการคูณในการคำนวณจำนวนวิธีที่เป็นได้ทั้งหมดได้ ซึ่งเงื่อนไขในการใช้กฎการคูณนั้น ในแต่ละวิธีที่เลือกกระทำได้ในขั้นตอนใดขั้นตอนหนึ่ง ต้องเลือกทำขั้นตอนถัดไปได้จำนวนเท่า ๆ กัน

แต่ถ้าการกระทำใด ๆ สามารถแยกกระทำได้หลายกรณี และแต่ละกรณีสิ้นสุดลงแล้ว การคำนวณจำนวนวิธีสำหรับการกระทำนั้น จะใช้กฎการบวก ดังนี้

ทฤษฎีที่ 2.2 ถ้าการกระทำหนึ่ง ประกอบด้วยทางเลือกตั้งแต่ 2 ทางขึ้นไป และทางเลือกแต่ละทางนั้นจะเลือกทำพร้อมกันไม่ได้ จำนวนวิธีที่จะเลือกการกระทำทั้งหมดนี้ จะเท่ากับผลบวกของจำนวนวิธีของทางเลือกแต่ละทาง

ตัวอย่าง 2.5 หยิบไพ่ 1 ใบ จากไพ่ทั้งสำรับ จงหาจำนวนวิธีที่จะหยิบได้

1. ไพ่โพดำ หรือโพแดง
2. ไพ่ 10 คิง ควีน หรือ เอ

วิธีทำ

1. ไพ่ 1 สำรับ มี 52 ใบ มีโพดำหรือแดงอย่างละ 13 ใบ ในการหยิบไพ่ 1 ใบ จากไพ่ 1 สำรับนั้น ไพ่หนึ่งจะเป็นทั้งโพดำและโพแดงทั้งสองอย่างในขณะเดียวกันไม่ได้ ไพ่ที่หยิบมานั้นจะต้องเป็นโพดำ หรือโพแดงอย่างใดอย่างหนึ่งเท่านั้น

ดังนั้น จำนวนวิธีจะหยิบได้ไพ่โพดำหรือโพแดง = 13 + 13 = 26 วิธี

2. ไพ่ 1 สำรับ มี 52 ใบ มีไพ่ 10, คิง, ควีน หรือ เอ อย่างละ 4 ใบ

นิยามและสัญลักษณ์ของแฟคทอเรียล

n แฟคทอเรียล คือ ผลคูณของเลขจำนวนเต็มตั้งแต่ n ลงไปจนถึง 1 และเขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ n! โดย

$$n! = n \times (n-1) \times (n-2) \times (n-3) \times (n-4) \times (n-5) \times \ldots \times 3 \times 2 \times 1$$

ซึ่งจะได้ว่า

$$1! = 1$$

$$2! = 2 \times 1 = 2 \times 1! = 2$$

$$3! = 3 \times 2 \times 1 = 3 \times 2! = 6$$

$$4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 4 \times 3! = 24$$

การจัดลำดับ

การจัดลำดับหรือวิธีเรียงสับเปลี่ยน (Permutation) เป็นวิธีการนำสิ่งของบางสิ่งหรือทุกสิ่งมาจัดเรียงกันโดยคำนึงถึงลำดับเป็นสำคัญ ซึ่งอาจจะเรียงลำดับคราวละทั้งหมดหรือคราวละบางส่วนเท่านั้น สามารถแบ่งได้ 2 กรณี ดังนี้ (พัศนีย์ พันตา, 2540)

1. วิธีจัดลำดับเป็นแนวตรง

การนำสิ่งของมาจัดลำดับหรือมาเรียงสับเปลี่ยนกันเป็นแนวตรง บางครั้งสิ่งของที่นำมาจัดเรียงนั้นอาจจะแตกต่างกันทั้งหมด หรือไม่แตกต่างกันทั้งหมด ดังนี้

1.1 การจัดลำดับสิ่งของที่แตกต่างกันทั้งหมด

วิธีการนี้เป็นการนำสิ่งของหลายสิ่งต่าง ๆ กันมาจัดเรียงคราวละทั้งหมดหรือเพียงบางส่วน โดยคำนึงถึงลำดับ จำนวนวิธีในการจัดเรียง ดังทฤษฎีบทต่อไปนี้

ทฤษฎีที่ 2.3 จำนวนวิธีในการจัดลำดับของ n สิ่ง ซึ่งแตกต่างกันโดยจัดคราวละ n สิ่ง ได้ $n(n-1)(n-2)\ldots(2)(1) = n!$ วิธี

ตัวอย่าง 2.6 จงหาจำนวนวิธีจัดลำดับลูกบอล 5 ลูก ซึ่งมีสีน้ำเงิน สีเขียว สีขาว สีเหลือง และสีแดง อย่างละ 1 ลูกโดย

1. ไม่มีข้อแม้ใด ๆ
2. ให้ลูกบอลสีแดงและสีขาวอยู่ชิดติดกัน

วิธีทำ

1. มีลูกบอล 5 ลูก และจัดคราวละ 1 ลูก

   ดังนั้น จำนวนวิธีในการจัดลำดับทั้งหมด $= 5! = 120$ วิธี

2. ลูกบอลสีแดงและสีขาวอยู่ชิดติดกันเสมอจึงถือว่าเป็น 1 ซึ่งเสมือนว่าจัดเรียงลูกบอล 4 ลูก ซึ่งทำได้ 4! วิธี $= 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$ วิธี

   แต่ลูกบอล 2 ลูก สามารถสลับที่กันได้ 2! $= 2 \times 1 = 2$ วิธี

   ดังนั้น จำนวนวิธีที่เป็นไปได้ทั้งหมดในการจัดเรียง $= 24 \times 2 = 48$ วิธี

ตัวอย่าง 2.7 มีนักศึกษาอยู่คน 5 คน ยืนเรียงแถวให้ช่างภาพถ่ายรูป จะมีวิธียืนทั้งหมดกี่วิธี

วิธีทำ

ทฤษฎีที่ 2.4 จำนวนวิธีจัดลำดับสิ่งของ n สิ่ง ซึ่งแตกต่างกันโดยจัดครั้งละ r สิ่ง

คือ ${}^{n}P_{r}$ วิธี โดย ${}^{n}P_{r} = \dfrac{n!}{(n-r)!}$

ตัวอย่าง 2.8 ในการประกวดแข่งขันการวาดภาพครั้งหนึ่ง มีภาพวาดส่งเข้าประกวดทั้งหมด 15 ภาพ เพื่อชิงรางวัลชนะเลิศ รองชนะเลิศอันดับที่ 1 และรองชนะเลิศอันดับที่ 2 จงหาจำนวนวิธีทั้งหมดของผลการประกวดที่เป็นไปได้

วิธทำ

จำนวนวิธีที่เป็นไปได้ทั้งหมด

1.2 การจัดเรียงสิ่งของที่ไม่แตกต่างกันทั้งหมด

การนำสิ่งของที่ไม่แตกต่างกันทั้งหมด หรือสิ่งของบางสิ่งที่เหมือนกันเป็นกลุ่ม ๆ มาจัดเรียงโดย วิธีการนี้จึงแตกต่างจากวิธีการจัดเรียงสิ่งของที่แตกต่างกันทั้งหมด

ทฤษฎีที่ 2.5 การนำสิ่งของ n สิ่ง ที่ไม่แตกต่างกันทั้งหมด ซึ่งแบ่งออกเป็น k กลุ่ม ในแต่ละกลุ่มมีสิ่งของที่เหมือนกัน สิ่ง โดยที่ $n_1 + n_2 + \ldots + n_k = n$ จำนวนวิธีในการจัดลำดับได้ ${}^{n}P_{n_1, n_2, \ldots, n_k}$ วิธี โดย ${}^{n}P_{n_1, n_2, \ldots, n_k} = \dfrac{n!}{n_1!\,n_2!\ldots n_k!}$ วิธี

ตัวอย่าง 2.9 จากคำว่า “MATHEMATICS” จงหาจำนวนคำที่เป็นไปได้ทั้งหมดที่เกิดจากการผสมของตัวอักษรของคำดังกล่าว เมื่อถือว่าคำที่ผสมได้ไม่มีความหมายโดยไม่มีข้อแม้ใด ๆ

วิธีทำ

คำว่า “MATHEMATICS” ประกอบด้วยอักษร 11 ตัว คือ

M	2	ตัว
A	2	ตัว
T	2	ตัว
H	1	ตัว
E	1	ตัว
I	1	ตัว
C	1	ตัว
S	1	ตัว

จำนวนคำที่เป็นไปได้ =

=

=

ดังนั้น จำนวนคำที่เป็นไปได้ทั้งหมดที่เกิดจากการผสมของตัวอักษรจากคำว่า “MATHEMATICS” โดยไม่คำนึงถึงความหมาย เท่ากับ คำ

ตัวอย่าง 2.10 ในกล่องมีธงอยู่ทั้งหมด 9 ผืน สีแดง 3 ผืน สีเขียว 4 ผืน และสีเหลือง 2 ผืน ต้องการนำมาเรียงในแนวดิ่งบนเสาธง เพื่อเป็นสัญญาณต่าง ๆ ได้กี่วิธี

วิธีทำ

ธงทั้งหมดมี 9 ผืน (n = 9)

ธงสีแดง	จำนวน	ผืน
ธงสีเขียว	จำนวน	ผืน
ธงสีเหลือง	จำนวน	ผืน

2. วิธีจัดลำดับเป็นวงกลม

เป็นวิธีการนำสิ่งของมาเรียงสับเปลี่ยนกันเป็นวงกลม นั่นคือ การเรียงสับเปลี่ยนเป็นวงกลมจึงไม่มีตำแหน่งหัวแถว และตำแหน่งท้ายแถว เช่น จัดคน 3 คน คือ a b และ c ให้ยืนเรียงเป็นแนวตรง จะจัดได้ 3! = 6 วิธี คือ abc, acb, bac, bca, cab, cba แต่ถ้าจัดคน 3 คน ยืนเรียงกันเป็นวงกลม จะจัดได้เพียง 2 วิธีเท่านั้นคือ abc, acb จากที่กล่าวมาแล้ว การหาจำนวนที่เป็นไปได้ ให้ยึด a เป็นหลัก และให้ตำแหน่งที่เหลืออีก 2 คือ b และ c ที่ต้องเรียงสับเปลี่ยนกันเป็น 2! หรือ (3 –1)! ก็คือ 2 วิธี เท่านั้น นั่นคือ bc หรือ cb สรุปวิธีการหาจำนวนวิธีของวิธีจัดลำดับแบบวงกลม ได้ดังนี้ (พัศนีย์ พันตา, 2540: 130)

ทฤษฎีที่ 2.6 การเรียงลำดับสิ่งของ n สิ่ง ที่แตกต่างกันทั้งหมด นำมาจัดเรียงเป็นวงกลม จะจัดได้จำนวนวิธีที่แตกต่างกันเท่ากับ (n – 1)! วิธี

ตัวอย่าง 2.11 จงหาจำนวนวิธีที่จะจัดเด็ก 7 คน นั่งล้อมวงเล่นหมากเก็บได้กี่วิธี

วิธีทำ

จำนวนวิธีในการจัดต้องให้เด็กคนใดคนหนึ่งเป็นหลัก

และให้เด็กที่เหลือ 7 – 1 = 6 คน สลับที่นั่งกัน

จึงทำได้ วิธี

การจัดหมู่

การจัดหมู่หรือการเลือก (Combination) เป็นการจัดเลือกสิ่งของทั้งหมดหรือบางสิ่งที่กำหนดให้ โดยไม่คำนึงถึงลำดับหรือลำดับไม่มีความสำคัญ จำนวนวิธีในการจัด ดังทฤษฎีบทต่อไปนี้

ทฤษฎีที่ 2.7 จำนวนวิธีเลือกของ r สิ่งจากของ n สิ่ง ซึ่งแตกต่างกันโดยไม่คำนึงถึงลำดับ คือ ${}^{n}C_{r}$ วิธี โดย ${}^{n}C_{r} = \dfrac{n!}{r!(n-r)!}$ เมื่อ $r \leq n$

ตัวอย่าง 2.12 จงหาจำนวนวิธีที่ผู้จัดการแข่งขันจะต้องจัดการแข่งขันฟุตบอลทั้งหมดกี่ครั้ง จากการแข่งขันฟุตบอลครั้งหนึ่ง ซึ่งมีทีมฟุตบอลสมัครเข้าแข่งขัน 12 ทีม โดยเข้าแข่งขันแบบพบกันหมด

วิธีทำ

เนื่องจากมีทีมฟุตบอล 12 ทีม

เข้าแข่งขันแบบพบกันหมดและแข่งขันคราวละ 2 ทีม ดังนั้น

จำนวนวิธีจัดการแข่งขันทั้งหมดที่ต้องจัด

ตัวอย่าง 2.13 จงหาจำนวนวิธีในการเลือกคณะกรรมการของสโมสรนักศึกษาคณะวิทยาศาสตร์ จากสาขาชีววิทยา 7 คน และสาขาสถิติประยุกต์ 5 คน โดยคณะกรรมการประกอบด้วยสาขาชีววิทยา 3 คน และสาขาสถิติประยุกต์ 2 คน ถ้า

1. มาจากสาขาชีววิทยาคนไหนก็ได้ และสาขาสถิติประยุกต์คนไหนก็ได้
2. ต้องมีสาขาชีววิทยาคนหนึ่งเป็นกรรมการเสมอ
3. มีสาขาสถิติประยุกต์ 2 คน ที่ไม่สามารถเป็นกรรมการได้

วิธีทำ

1. คณะกรรมการประกอบด้วยสาขาชีววิทยา 3 คน และสาขาสถิติประยุกต์ 2 คน

โดย เลือกจากสาขาชีววิทยา 3 คน จากทั้งหมด 7 คน

จำนวนวิธีในการเลือก $= {}^{7}C_{3}$

$= \dfrac{7!}{3!4!}$

$= 35$ วิธี

และเลือกจากสาขาสถิติประยุกต์ 2 คน จากทั้งหมด 5 คน

จำนวนวิธีในการเลือก $= {}^{5}C_{2}$

$= \dfrac{5!}{2!3!}$

$= 10$ วิธี

ดังนั้น จำนวนวิธีในการเลือกคณะกรรมการสโมสรนักศึกษาคณะวิทยาศาสตร์ โดยมาจากสาขาชีววิทยาคนไหนก็ได้และสาขาสถิติประยุกต์คนไหนก็ได้ $= 35 \times 10 = 350$ วิธี

2. ต้องมีสาขาชีววิทยาคนหนึ่งเป็นกรรมการเสมอ

โดย เลือกจากสาขาชีววิทยา 2 คน จากทั้งหมด 6 คน (เพราะบังคับแล้ว 1 คน)

จำนวนวิธีในการเลือก =

=

=

และเลือกจากสาขาสถิติประยุกต์ 2 คน จากทั้งหมด 5 คน

จำนวนวิธีในการเลือก =

=

=

ดังนั้น จำนวนวิธีในการเลือกคณะกรรมการของสโมสรนักศึกษาคณะวิทยาศาสตร์ โดยต้องมีสาขาชีววิทยาคนหนึ่งเป็นกรรมการเสมอ =

=

3. มีสาขาสถิติประยุกต์ 2 คน ที่ไม่สามารถเป็นกรรมการได้

นั่นคือ เลือกจากสาขาชีววิทยา 3 คน จากทั้งหมด 7 คน

จำนวนวิธีในการเลือก =

=

=

และเลือกจากสาขาสถิติประยุกต์ 2 คน จากทั้งหมด 3 คน

(เนื่องจาก 2 คน ที่ไม่สามารถเป็นกรรมการได้)

จำนวนวิธีในการเลือก =

=

=

ดังนั้น จำนวนวิธีในการเลือกคณะกรรมการของสโมสรนักศึกษาคณะวิทยาศาสตร์ โดยมีสาขาสถิติประยุกต์ 2 คน ที่ไม่สามารถเป็นกรรมการได้

ตัวอย่าง 2.15 ถ้าผู้เข้าร่วมประชุมประกอบด้วยผู้ชาย 12 คนและผู้หญิง 7 คน ต้องการเลือกตัวแทน 3 คน โดยให้เป็นชาย 2 คน หญิง 1 คน จะมีวิธีเลือกตัวแทนเข้าร่วมประชุมได้กี่วิธี

วิธีทำ

ผู้เข้าร่วมประชุมประกอบด้วยผู้ชาย 12 คน และผู้หญิง 7 คน

จำนวนวิธีในการเลือกตัวแทนเข้าร่วมประชุม

หัวข้อ	**ทฤษฎีที่ใช้**
กฎการคูณ	**ทฤษฎีที่** 1 การทดลองหนึ่ง ประกอบด้วยการกระทำที่เป็นไปได้ n_1 วิธีที่แตกต่างกัน การกระทำที่ 2 มีทางเป็นไปได้ n_2 วิธีที่แตกต่างกัน เรื่อยไปจนถึงการกระทำที่ k มีทางเป็นไปได้ n_k วิธี ที่แตกต่างกัน การกระทำต่อเนื่องจากการกระทำที่ 1 ไปการกระทำที่ 2 จนถึง การกระทำที่ k จะมีจำนวนวิธีหรือผลลัพธ์ที่เป็นไปได้เท่ากับ $n_1 . n_2 . n_3 \ldots n_k$ ที่แตกต่าง
กฎการบวก	**ทฤษฎีที่ 2** ถ้าการกระทำหนึ่ง ประกอบด้วยทางเลือกตั้งแต่ 2 ทางขึ้นไป และทางเลือกแต่ละทางนั้นจะเลือกทำพร้อมกันไม่ได้ จำนวนวิธีที่จะเลือกการกระทำทั้งหมดนี้ จะเท่ากับผลบวกของจำนวนวิธีของทางเลือกแต่ละทาง
การจัดลำดับ	**ทฤษฎีที่ 3** จำนวนวิธีในการจัดลำดับของ n สิ่ง ซึ่งแตกต่างกันโดยจัดคราวละ n สิ่ง ได้ $n(n-1)(n-2)\ldots(2)(1) = n!$ วิธี
	ทฤษฎีที่บท 4 จำนวนวิธีจัดลำดับสิ่งของ n สิ่ง ซึ่งแตกต่างกันโดยจัดครั้งละ r สิ่ง คือ ${}^nP_r$ วิธี โดย ${}^nP_r = \dfrac{n!}{(n-r)!}$
	ทฤษฎีที่ 5 การนำสิ่งของ n สิ่ง ที่ไม่แตกต่างกันทั้งหมด ซึ่งแบ่งออกเป็น k กลุ่ม ในแต่ละกลุ่มมีสิ่งของที่เหมือนกัน สิ่ง โดยที่ $n_1 + n_2 + \ldots + n_k = n$ จำนวนวิธีในการดลำดับได้ ${}^nP_{n_1,n_2,\ldots,n_k}$ วิธี โดย ${}^nP_{n_1,n_2,\ldots,n_k} = \dfrac{n!}{n_1!n_2!\ldots n_k!}$ วิธี
	ทฤษฎีที่ 6 การเรียงลำดับสิ่งของ n สิ่ง ที่แตกต่างกันทั้งหมด นำมาจัดเรียงเป็นวงกลม จะจัดได้จำนวนวิธีที่แตกต่างกันเท่ากับ $(n-1)!$ วิธี
การจัดหมู่	**ทฤษฎีที่ 7** จำนวนวิธีเลือกของ r สิ่งจากของ n สิ่ง ซึ่งแตกต่างกันโดยไม่คำนึงถึงลำดับ คือ ${}^nC_r$ วิธี โดย ${}^nC_r = \dfrac{n!}{r!(n-r)!}$ เมื่อ $r \leq n$

แบบฝึกหัดท้ายบทที่ 8

1. จงหาค่าของ

1.1 ${}^{15}P_5$

1.2 ${}^{7}C_2\,{}^{5}C_3$

1.3 ${}^{9}P_1\,{}^{9}C_9$

1.4 ${}^{6}C_1 + {}^{6}C_2 + {}^{6}C_3 + {}^{6}C_4 + {}^{6}C_5 + {}^{6}C_6$

2. จงหาจำนวนคำที่เป็นไปได้จากการผสมของตัวอักษรของคำว่า “STATISTICS” เมื่อถือว่า คำที่ผสมได้ไม่มีความหมายโดยไม่มีข้อแม้ใด ๆ

3. ครอบครัวหนึ่งซึ่งมีจำนวนสมาชิก 5 คนจงหาจำนวนวิธีที่จะจัดสมาชิกในการล้อมวงกินข้าวได้กี่วิธี

4. สนามกีฬามหาวิทยาลัยราชภัฏบุรรัมย์ มีประตูหน้า 4 ประตู ประตูหลัง 4 ประตู จงหาจำนวนวิธีที่ชายคนหนึ่งจะเดิน

4.1 เข้าไปในสนามกีฬาและออกจากสนามกีฬา

4.2 เข้าและออกประตูไม่ซ้ำกัน

5. มีหนังสือคณิตศาสตร์ 5 เล่ม หนังสือภาษาอังกฤษ 3 เล่ม และหนังสือคอมพิวเตอร์ 4 เล่ม ในห้องสมุด ถ้านายสุวิชาติเลือกยืมได้เพียง 4 เล่ม จงหาจำนวนวิธีที่จะได้

5.1 เป็นหนังสืออะไรก็ได้

5.2 เป็นหนังสือคณิตศาสตร์ 2 เล่ม ที่เหลือเป็นหนังสืออะไรก็ได้ที่ไม่ใช่หนังสือคณิตศาสตร์

6. จังหวัดหนึ่งมีผู้แทนได้ 4 คน ถ้ามีผู้สมัคร 10 คน จะมีวิธีเลือกผู้แทนของจังหวัดนี้ได้กี่วิธี

7. หมู่บ้านหนึ่งมี 30 ครัวเรือน ต้องการเลือกมา 8 ครัวเรือน เพื่อให้ทดลองใช้ผลิตภัณฑ์ใหม่ที่จะออกสู่ตลาด จะมีวิธีเลือกครัวเรือนทดลองได้กี่วิธี

8. จงหาจำนวนวิธีในการเลือกตัวแทนพนักงานเพื่อมาร่วมประชุมจัดงานสังสรรค์ปีใหม่ โดยต้องส่งตัวแทนฝ่ายละ 2 คน จากฝ่ายต่าง ๆ 4 ฝ่าย โดยแต่ละฝ่ายมีพนักงานฝ่ายละ 12 14 10 และ 8 คน

9. จงหาจำนวนวิธีในการเลือกกรรมการสาขาวิชาสถิติประยุกต์ โดยกรรมการต้องเป็นชาย 2 คน และหญิง 1 คน จากผู้สมัครที่เป็นชาย 4 คน และเป็นหญิง 3 คน

10. ในการสอบถามความคิดเห็นของแม่บ้าน 5 คน เกี่ยวผลิตภัณฑ์ แชมพูยี่ห้อ LOVE ว่าใช้ได้หรือไม่ อยากทราบว่าได้รับคำตอบทั้งหมดกี่วิธี

11. จดหมาย 4 ฉบับ นำไปหย่อนในตู้ไปรษณีย์ 5 ตู้ ได้กี่วิธี ถ้า

11.1 จะไม่หย่อนจดหมายมากกว่า 1 ฉบับในตู้ไปรษณีย์เดียวกัน

11.2 ตู้ไปรษณีย์ 1 ตู้ สามารถรับจดหมายมากกว่า 1 ฉบับ

12. ชายคนหนึ่งมีหมวก 4 ใบ เสื้อเชิ้ต 5 ตัว กางเกงขายาว 2 ตัว และรองเท้า 2 คู่ เขาจะมีวิธีแต่งตัวได้ทั้งหมดกี่วิธี

13. ต้องการสร้างเลข 5 หลัก จาก 0, 1, . . . , 9 จะสร้างได้ทั้งหมดกี่วิธีถ้า

13.1 ใช้เลขซ้ำกันไม่ได้

13.2 เป็นเลขคี่ใช้เลขซ้ำกันไม่ได้

13.3 เป็นเลขคู่ใช้เลขซ้ำกันไม่ได้

เอกสารอ้างอิง

เขมิกา อารมณ์. (2560). **เอกสารประกอบการสอนคณิตศาสตร์และสถิติเบื้องต้น.** สาขาวิชาสถิติประยุกต์. คณะวิทยาศาสตร์. มหาวิทยาลัยราชภัฏบุรีรมย์.

ชัชวาลย์ เรืองประพันธ์. (2542). **สถิติพื้นฐาน พร้อมการวิเคราะห์ด้วยโปรแกรม MINITAB SPSS และ SAS**. ขอนแก่น: ภาควิชาสถิติ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น.

พัศนีย์ นันตา. (2540). **หนังสือเรียนคณิตศาสตร์ 1.** พิมพ์ครั้งที่ 1. กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์เอมพันธ์.

สายชล สินสมบูรณ์. (2551). **สถิติเบื้องต้น.** พิมพ์ครั้งที่ 7. ภาควิชาสถิติประยุกต์ คณะวิทยาศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง. กรุงเทพฯ: จามจุรีโปรดักท์.

สมาคมคณิตศาสตร์แห่งประเทศไทย ในพระบรมราชูปถัมภ์. (2525). **ประวัตินักคณิตศาสตร์.** กรุงเทพมหานคร: ภาควิชาคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒบางเขน.

David R. Anderson, Dennis J. Sweeney, Thomas A. Williams. (2007). **Essential of Modern Business Statistics with Microsoft Excel, 3e.** United States of America : Thomson South-Western.

McELRoy, Tucker. (2005). **A TO Z OF MATHEMATICIANS**. New York NY: Facts On File, Inc.

Rand R. Wilcox. (2009). **Basic statistics : Understanding Conventional Methods and Modern Insights.** New York : Oxford University Press, Inc.

Ronald E. Walpole. (2007). **Probability & Statistics for Engineers & Scientists**(8th Edition). Pearson Education Internation.