**บทที่ 2**

**เลขยกกำลังและราก**

**2.1 เลขยกกำลัง**

การยกกำลังคือ[การดำเนินการทางคณิตศาสตร์](https://th.wikipedia.org/wiki/%E0%B8%81%E0%B8%B2%E0%B8%A3%E0%B8%94%E0%B8%B3%E0%B9%80%E0%B8%99%E0%B8%B4%E0%B8%99%E0%B8%81%E0%B8%B2%E0%B8%A3%E0%B8%97%E0%B8%B2%E0%B8%87%E0%B8%84%E0%B8%93%E0%B8%B4%E0%B8%95%E0%B8%A8%E0%B8%B2%E0%B8%AA%E0%B8%95%E0%B8%A3%E0%B9%8C)อย่างหนึ่ง เขียนอยู่ในรูป  ซึ่งประกอบด้วยสองจำนวนคือ**ฐาน** และ**เลขชี้กำลัง** การยกกำลังมีความหมายเหมือน[การคูณ](https://th.wikipedia.org/wiki/%E0%B8%81%E0%B8%B2%E0%B8%A3%E0%B8%84%E0%B8%B9%E0%B8%93)ซ้ำ ๆ กัน นั่นเอง และสำหรับเนื้อหาในเรื่องนี้นั่นคือต้องการทราบถึงเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนจริงใด ๆ ซึ่งจะต้องค่อย ๆ ทำความเข้าใจโดยเริ่มศึกษาตามลำดับดังนี้

1. เลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็ม

2. เลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นเศษส่วน

3. เลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะ

4. เลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนอตรรกยะ

5. เลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนจริงใดๆ

ก่อนที่จะศึกษาเรื่องต่าง ๆที่กล่าวมาข้างต้นนั้นก่อนอื่นต้องมาทำความเข้าใจเกี่ยวกับบทนิยามต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องกับเลขยกกำลังดังต่อไปนี้ (สุชิน ทำมาหากิน, 2540 : 1)

**บทนิยาม 2.1**

ถ้า  เป็นจำนวนจริงใด ๆ และ  เป็นจำนวนเต็มบวก

 อ่านว่า  ยกกำลัง  หมายถึง  คูณกัน  ตัว เรียก  ว่าฐาน

เรียก  ว่าเลขชี้กำลัง



 ตัว

**ตัวอย่าง 2.1**



**บทนิยาม 2.2**

 เมื่อ  เป็นจำนวนจริงใด ๆ ที่ 

**บทนิยาม 2.3**

 เมื่อ  เป็นจำนวนจริงใด ๆ ที่  และ  เป็นจำนวนเต็มบวก

**ข้อสังเกต 2.1**

1. จากทั้ง 3 บทนิยามที่กล่าวมาข้างต้นนั้นได้แสดงให้เห็นถึงเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็มบวก จำนวนเต็มลบ และ ศูนย์

2.  ไม่ถูกกำหนดให้เกิดขึ้น(ไม่นิยาม)

3. ถ้า  เป็นจำนวนจริงใด ๆ ที่  และ  เป็นจำนวนเต็มใด ๆ จะสามารถหา  ได้เสมอ

**ทฤษฎีบท 2.1**

ให้  เป็นจำนวนจริงใด ๆ ที่  และ  เป็นจำนวนเต็มบวก

แล้วจะได้ว่า 

**พิสูจน์**  

 ตัว

 ตัว



 ตัว



**ตัวอย่าง 2.2**



**ทฤษฎีบท 2.2**

ให้  เป็นจำนวนจริงใด ๆ และ  เป็นจำนวนเต็มบวก

แล้วจะได้ว่า 

**พิสูจน์**  

 ตัว

 ตัว





**ตัวอย่าง 2.3**



**ทฤษฎีบท 2.3**

ให้  เป็นจำนวนจริงใด ๆ และ  เป็นจำนวนเต็มบวก

แล้วจะได้ว่า 

**พิสูจน์**  

 ตัว



 ตัว

 ตัว



**ตัวอย่าง 2.4**



**ทฤษฎีบท 2.4**

เมื่อ  เป็นจำนวนจริงใด ๆ และ  และ  เป็นจำนวนเต็มบวก

แล้วจะได้ว่า 

**พิสูจน์**





**ตัวอย่าง 2.5**



**ทฤษฎีบท 2.5**

ให้  เป็นจำนวนจริงใด ๆ ที่  และ  เป็นจำนวนเต็มบวกแล้ว

แล้วจะได้ว่า 

**พิสูจน์**





**ตัวอย่าง 2.6**



จากบทนิยามและทฤษฎีที่ผ่านมาสามารถสรุปได้ดังต่อไปนี้

ถ้า  เป็นจำนวนจริงใด ๆ และ  เป็นจำนวนเต็มบวกแล้ว (จักรินทร์ วรรณโพธิ์กลาง, 2551 : 193)

1. 

 ตัว

2. 

3. 

4. 

5. . เมื่อ 

6.  เมื่อ 

7.  เมื่อ 

8.  เมื่อ 

**ตัวอย่าง 2.7** จงทำให้อยู่ในรูปอย่างง่าย เมื่อกำหนดให้  และ  

**วิธีทำ** 



**ดังนั้น** 

**บทนิยาม 2.4**

ให้  และ  เป็นจำนวนจริง  เป็นรากที่สองของ  ก็ต่อเมื่อ 

เนื่องจาก  จะได้ว่า  และถ้า  จะได้ว่า  ดังนั้น ไม่มีจำนวนจริงใดที่ยกกำลังสองแล้วได้จำนวนจริงลบ เพราะฉะนั้น ในระบบจำนวนจริงเราจะมีรากที่สองของ  เมื่อ  เป็นจำนวนจริงบวก หรือ  เท่านั้น ในอนาคตเมื่อเราขยนายระบบจำนวนจริงเป็นระบบจำนวนเชิงซ้อนแล้ว เราจะสามารถให้บทนิยามที่ครอบคลุมถึงจำนวนจริงลบ

ถ้า  เป็นจำนวนจริงบวก รากที่สองของ  ได้แก่รากที่เป็นจำนวนจริงบวก และรากที่เป็นจำนวนจริงลบ ใช้สัญลักษณ์  แทนรากที่สองที่เป็นจำนวนจริงบวกของ  และ  แทนรากที่สองที่เป็นจำนวนจริงลบของ 

ถ้า   จะมีรากที่สองเพียงรากเดียวคือ 

ต่อไปนี้เราจะเขียน  ก็ต่อเมื่อ  เท่านั้น

คุณสมบัติของรากที่สองที่เป็นบวกเกี่ยวข้องกับค่าสัมบูรณ์ดังนี้ (สุเทพ ทองอยู่ และสุเทพ จันทร์สมศักดิ์, 2533 : 172)

**ตัวอย่าง 2.8** เนื่องจาก  และ  ดังนั้น  และ  เป็นรากที่สองของ 









**ทฤษฎีบท 2.6**

ถ้า  และ  เป็นจำนวนจริง ซึ่งต่างมีค่ามากกว่าหรือเท่ากับศูนย์

แล้วจะได้ว่า 

**ตัวอย่าง 2.9** จงหาผลลัพธ์ 

**วิธีทำ** 





**ดังนั้น** 

**ตัวอย่าง 2.10** จงหาผลลัพธ์ 

**วิธีทำ** 



**ดังนั้น** 

**ทฤษฎีบท 2.7**

ถ้า  เป็นจำนวนจริงใด ๆ ซึ่ง แล้วจะได้ว่า 

**พิสูจน์**



 เพราะว่า 

**ทฤษฎีบท 2.8**

ถ้า และ  เป็นจำนวนจริง ซึ่ง  และ 

แล้วจะได้ว่า 

**ตัวอย่าง 2.11** จงหาผลลัพธ์ 

**วิธีทำ** 



**ดังนั้น** 

**ตัวอย่าง 2.12** จงพิสูจน์ว่า 

**วิธีทำ** 



**ดังนั้น** 

**ตัวอย่าง 2.13** จงหาผลลัพธ์ 

**วิธีทำ** 



**ดังนั้น** 

**2.2 ราก**

สำหรับเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นเศษส่วนนั้นจะแบ่งออกเป็นได้สองกรณีคือ จำนวนจริงในรูปกรณฑ์ และรากที่  ในระบบจำนวนจริงและก่อนที่เราจะศึกษารากที่  เราจะศึกษาจากง่ายไปหายากโดยจะเริ่มต้นจากรากที่  รากที่  ไปเรื่อย ๆ จนถึงรากที่  ดังจะกล่าวในบทนิยามต่อไปนี้ (สุเทพ ทองอยู่ และสุเทพ จันทร์สมศักดิ์, 2533 : 175)

**2.2.1 รากที่สอง**

**บทนิยาม 2.5**

ให้  เป็นจำนวนจริง **รากที่สองของ**  คือจำนวนที่ยกกำลังสองแล้วได้ 

สัญลักษณ์  แทนรากที่สองของ  ที่เป็นบวก และ

 แทนรากที่สองของ  ที่เป็นลบ

**ข้อสังเกต 2.2**

 แทนรากที่สองของ  ที่เป็นบวก สามารถเขียน  แทนด้วย 

**ตัวอย่าง 2.14**

 แทนรากที่สองที่เป็นบวก ของ 

 แทนรากที่สองที่เป็นลบของ 

**บทนิยาม 2.6**

ให้  เป็นจำนวนจริงบวกใดๆ หรือศูนย์ รากที่สองของ  คือจำนวนที่

ยกกำลังสองแล้วได้  มีสองราก เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์  และ 

**ข้อสังเกต 2.3**

จากบทนิยาม 2.6 ค่าของ  เป็นลบ รากที่สองของ  เป็นจำนวนเชิงซ้อนจำนวนเหล่านี้แทนด้วยจุดบนเส้นจำนวนไม่ได้ เหตุนี้เราจึงไม่กล่าวถึง  ให้สัญลักษณ์  แทนค่าสัมบูรณ์ของ ดังนั้น 

**ตัวอย่าง 2.15** จงหา 

**วิธีทำ** 



**ดังนั้น** 

**ตัวอย่าง 2.16** จงหา 

**วิธีทำ** 



**ดังนั้น** 

**ตัวอย่าง 2.17** จงหา 

**วิธีทำ** 



**ดังนั้น** 

**ตัวอย่าง 2.18** จงหา 

**วิธีทำ** 



**ดังนั้น** 

**ตัวอย่าง 2.19** จงหา 

**วิธีทำ** 



**ดังนั้น** 

จากตัวอย่างที่ผ่านมานั้นการหารากที่ 2 บางตัวอย่างก็หาได้ง่ายแต่บางตัวอย่างนั้นการหารากที่สองนั้นอาจจะยากดังนั้นจึงได้แสดงวิธีการหารากที่สองแบบต่าง ๆ ดังต่อไปนี้(สุชิน ทำมาหากิน, 2540 : 33)

1. การหารากที่สองโดยการแยกตัวประกอบ

2. การหารากที่สองโดยวิธีเฉลี่ย

3. การหารากที่สองโดยวิธีตั้งหาร

**1. การหารากที่สองโดยการแยกตัวประกอบ**

การหารากด้วยวิธีแยกตัวประกอบ นั้นเหมาะสำหรับเลขจำนวนน้อย ๆ โดยเลขตัวประกอบตัวใดเหมือนกัน ก็แยกเอาออกมาเป็นสองชุด ดังตัวอย่างต่อไปนี้

**ตัวอย่าง 2.20** จงหารากที่สองโดยวิธีการแยกตัวประกอบ ****

**วิธีทำ **



**ดังนั้น **

**ตัวอย่าง 2.21** จงหารากที่สองโดยวิธีการแยกตัวประกอบ 

**วิธีทำ** 



**ดังนั้น **

**ตัวอย่าง 2.22** จงหารากที่สองโดยวิธีการแยกตัวประกอบ 

**วิธีทำ** 



**ดังนั้น** 

**ตัวอย่าง 2.23** จงหารากที่สองโดยวิธีการแยกตัวประกอบ 

**วิธีทำ** 



**ดังนั้น** 

**ตัวอย่าง 2.24** จงหารากที่สองโดยวิธีการแยกตัวประกอบ 

**วิธีทำ** 



**ดังนั้น** 

**2. การหารากที่สองโดยวิธีเฉลี่ย**

การหารากที่สองโดยวิธีเฉลี่ยนี้ค่าที่ได้จะเป็นค่าโดยประมาณเพราะจะมีความคลาดเคลื่อนซึ่งการหาโดยวิธีนั้นจะเริ่มต้นจากการประมาณค่ารากที่สองว่าอยู่บนช่วงใด แล้วจำกัดช่วงให้แคบลงไปเรื่อย ๆ จนกว่าจะได้ตำแหน่ทศนิยมตามที่เรา ดังจะแสดงในตัวอย่างต่อไปนี้

**ตัวอย่าง 2.25** จงหาค่าประมาณของ  โดยวิธีเฉลี่ยให้ได้ค่าถึงทศนิยม 1 ตําแหน่ง

**วิธีทำ** เรารู้ว่า 

นั่นคือ  แสดงว่า  อยู่บนเส้นจำนวนระหว่าง  และ 

หาค่าเฉลี่ยของ  และ  ได้ 

นำ  ไปหาร  ได้ 

จะได้ 

นั่นคือ 

หาค่าเฉลี่ยของ  และ  ได้ 

นำ  ไปหาร  ได้ประมาณ 

จะได้ 

นั่นคือ 

**ดังนั้น** ค่าโดยประมาณของ  ซึ่งถูกต้องถึงทศนิยมตำแหน่งที่  คือ 

**ตัวอย่าง 2.26** จงหาค่าประมาณของ  โดยวิธีเฉลี่ยให้ได้ค่าถึงทศนิยม 1 ตําแหน่ง

**วิธีทำ** เรารู้ว่า 

นั่นคือ  แสดงว่า  อยู่บนเส้นจำนวนระหว่าง และ 

หาค่าเฉลี่ยของ  และ  ได้ 

นำ  ไปหาร  ได้ประมาณ 

จะได้ 

นั่นคือ 

หาค่าเฉลี่ยของ  และ  ได้ 

นำ  ไปหาร  ได้ประมาณ 

นั่นคือ 

หาค่าเฉลี่ยของ  และ  ได้ 

นำ  ไปหาร  ได้ประมาณ 

นั่นคือ 

**ดังนั้น** ค่าโดยประมาณของ  ซึ่งถูกต้องถึงทศนิยมตำแหน่งที่  คือ 

**3. การหารากที่สองโดยวิธีตั้งหาร**

จะเห็นว่าการหารากที่สองโดยที่ผ่านมานั้นเป็นการหาเฉพาะตัวเลขง่าย ๆ แต่สำหรับวิธีการตั้งหารสำหรับวิธีเหมาะสำหรับตัวเลขที่มีสามหลักขึ้นไป หรือตัวเลขที่เป็นทศนิยม โดยมีวิธีการดังต่อไปนี้

ขั้นที่ 1. แบ่งตัวเลขที่จะหารากที่สองออกเป็นคาบ คาบละ 2 ตัว โดยที่ถ้าเป็นจำนวนเต็มให้แบ่งจากตำแหน่งขวามือสุดไปทางซ้อยมือคาบละ 2 ตัว ถ้าเป็นตำแหน่งหลังจุดทุศนิยมให้นับจากซ้ายมือไปทางขวามือคาบละสองตัว

ขั้นที่ 2 หาจำนวนที่ยกกำลังสองแล้วมีค่าใกล้เคียงกับจำนวนในคาบซ้ายสุด(อาจมีตัวเลข 1 หรือ 2 ตัวก็ได้) จำนวนนี้จะเป็นจำนวนที่อยู่ในหลักซ้ายสุดของรากที่สองแล้วนำจำนวนนี้ใส่ลงที่ผลลัพธ์ แล้วนำกำลังสองของจำนวนนี้ลบออกจากจำนวนในคาบแรก เสร็จแล้วนำตัวเลขในคาบต่อไปลงมาเป็นตัวตั้งต่อไป

ขั้นที่ 3 นำ 2 คูณผลลัพธ์ที่ได้จากขั้นที่ 2

ขั้นที่ 4 หาจำนวนที่มีหลักเดียวเติมหลังผลคูณที่ได้จากขั้นที่ 3 และที่ผลลัพธ์แล้วนำจำนวนนี้มาคูณกับตัวตั้งของขั้นที่ 2 แล้วลบออกจากตัวตั้งของขั้นที่ 2 ถ้าผลคูณน้อยกว่าจะเหลือเศษ ให้นำตัวเลขในคาบถัดไปลงมาเป็นตัวตั้งต่อไป แล้วเริ่มทำตามขั้นที่ 3 ต่อไป

**ตัวอย่าง 2.27** จงหาค่าประมาณของ  โดยวิธีตั้งหาร

**วิธีทำ**

 



**ดังนั้น** 

**ตัวอย่าง 2.28** จงหาค่าประมาณของ  โดยวิธีตั้งหาร

**วิธีทำ**





**ดังนั้น** 

**ตัวอย่าง 2.29** จงหาค่าประมาณของ  โดยวิธีตั้งหาร

**วิธีทำ**





**ดังนั้น**  มีค่าประมาณ 

**ตัวอย่าง 2.30** จงหาค่าประมาณของ  โดยวิธีตั้งหาร

**วิธีทำ**





**ดังนั้น**  มีค่าประมาณ 

**2.2.2 รากที่สาม**

**บทนิยาม 2.7**

ให้  เป็นจำนวนจริงใด ๆ **รากที่สามของ**  คือจำนวนที่ยกกำลังสาม

แล้วได้  แทนด้วยสัญลักษณ์ 

สำหรับการหารากที่สามในเอกสารเล่มนี้จะแสดงการหาเฉพาะวิธีการหาโดยแยกตัวประกอบเท่านั้นโดยจะแสดงในตัวอย่างต่อไปนี้

**ตัวอย่าง 2.31** จงหา 

**วิธีทำ** เนื่องจาก 



**ดังนั้น** 

**ตัวอย่าง 2.32** จงหา 

**วิธีทำ** เนื่องจาก 



**ดังนั้น** 

**ตัวอย่าง 2.33** จงหา 

**วิธีทำ** เนื่องจาก 



**ดังนั้น** 

**ตัวอย่าง 2.34** จงหา 

**วิธีทำ** เนื่องจาก 



**ดังนั้น** 

**ตัวอย่าง 2.35** จงหา 

**วิธีทำ** เนื่องจาก 



**ดังนั้น** 

**2.2.3 รากที่ **

**บทนิยาม 2.8**

ให้  เป็นจำนวนจริงใด ๆ  เป็นจำนวนเต็มซึ่งมากกว่า 

 **เป็นรากที่ ของ**  ก็ต่อเมื่อ 

**ตัวอย่าง 2.36**

 ดังนั้น  เป็นรากที่  ของ 

 ดังนั้น  เป็นรากที่  ของ 

 ดังนั้น  เป็นรากที่  ของ 

**บทนิยาม 2.9**

ให้  เป็นจำนวนจริง  เป็นจำนวนเต็มซึ่งมากกว่า  และมีจำนวนจริง

ที่เป็นรากที่  แล้วเรียก  ว่าค่าหลักของรากที่  ของ  โดยที่

1. ถ้า  แล้ว  คือรากที่  ที่เป็นจำนวนจริงบวกของ 

2. ถ้า  แล้ว 

3. ถ้า  และ  เป็นจำนวนคี่  คือรากที่  ที่เป็นจำนวนจริงลบของ 

**ตัวอย่าง 2.37**

ค่าหลักของรากที่  ของ  คือ 

ค่าหลักของรากที่  ของ  คือ 

ค่าหลักของรากที่  ของ  คือ 

ค่าหลักของรากที่  ของ  คือ 

ไม่มีค่าหลักของรากที่ 4 ของ  ในระบบจำนวนจริง

**ข้องสังเกตุ**

กรณี  เป็นจำนวนเต็มคู่ และ  เป็นจำนวนจริงลบ จะไม่มีจำนวนจริงใดเป็นรากที่  ของ  ดังนั้น  จะไม่นิยาม

**ตัวอย่าง 2.38** จงหารากที่สี่ของ 

**วิธีทำ** พิจารณา 



เนื่องจาก 

**ดังนั้น** รากที่สี่ของ  คือ  และ 

**ตัวอย่าง 2.39** จงหา 

**วิธีทำ** เนื่องจาก 



**ดังนั้น** 

เมื่อเราศึกษาบทนิยาสามารถหาค่าราก และค่าหลักของรากต่าง ๆ ได้แล้ว ต่อไปเราจะศึกษาสมบัติของรากที่  ดังทฤษฎีบทต่อไปนี้(ทรงวิทย์ สุวรรณธาดา, 2555 : 7-9)

**ทฤษฎีบท 2.9**

ถ้า  และ  มีรากที่  แล้ว 

**พิสูจน์** ให้  เป็นจำนวนจริง โดยที่  และ  มีรากที่  เป็นจำนวนเต็มที่มากกว่า 1

ให้  เป็นจำนวนจริง และเป็นรากที่  ของ 

นั่นคือ  ดังนั้น 

ให้  เป็นจำนวนจริง และเป็นรากที่  ของ 

นั่นคือ  ดังนั้น 

จะได้ 

ดังนั้น 

สรุปได้ว่า 

**ตัวอย่าง 2.40** จงทำ  ให้อยู่ในรูปอย่างง่าย

**วิธีทำ** เนื่องจาก 



**ดังนั้น** 

**ทฤษฎีบท 1.37**

ถ้า  และ  มีรากที่  และ  แล้ว 

**พิสูจน์** ให้  เป็นจำนวนจริง โดยที่  และ  มีรากที่  เป็นจำนวนเต็มที่มากกว่า 1

ให้  เป็นจำนวนจริง และเป็นรากที่  ของ 

นั่นคือ  ดังนั้น 

ให้  เป็นจำนวนจริง และเป็นรากที่  ของ 

นั่นคือ  ดังนั้น 

จะได้ 

ดังนั้น 

สรุปได้ว่า 

**ตัวอย่าง 2.41** จงทำ  ให้อยู่ในรูปอย่างง่าย

**วิธีทำ** เนื่องจาก 



**ดังนั้น** 

**ตัวอย่าง 2.42** จงทำ  ให้อยู่ในรูปอย่างง่าย เมื่อกำหนดให้  และ 

**วิธีทำ** เนื่องจาก 



**ดังนั้น** 

**แบบฝึกหัดท้ายบทที่ 2**

1. จงแสดงวิธีทำเพื่อหาค่าในข้อต่อไปนี้

1) 

2) 

3) 

4) 

5) ถ้า  แล้ว  มีค่าเท่ากับข้อใด

2. จงทำให้เป็นรูปอย่างง่ายและมีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็มบวก

1)  2) 

3)  4) 

5)  6) 

7)  8) 

3. จงหารากที่สองโดยวิธีการแยกตัวประกอบ

1)  2) 

3)  4) 

5)  6) 

7)  8) 

9)  10) 

4. จงหาค่าประมาณโดยวิธีเฉลี่ยให้ได้ค่าถึงทศนิยม 1 ตําแหน่ง

1)  2) 

3)  4) 

5)  6) 

7)  8) 

9)  10) 

5. จงหารากที่สองโดยวิธีการตั้งหาร

1)  2) 

3)  4) 

5)  6) 

7)  8) 

9)  10) 

6. จงหารากที่สามโดยวิธีการแยกตัวประกอบ

1)  2) 

3)  4) 

5)  6) 

7)  8) 

9)  10) 

7. จงทำให้เป็นรูปอย่างง่าย

1)  2) 

3)  4) 

5)  6) 

7)  8) 

9)  10) 

11) 

8. จงทำให้ตัวส่วนอยู่ในรูปไม่ตริดกรณฑ์

1)  2) 

3)  4) 

5)  6) 

7)  8) 

**เอกสารอ้างอิง**

คณาจารย์ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยรามคำแหง. (2542). **แคลคูลัสและ**

**เรขาคณิตวิเคราะห์ 1.** พิมพ์ครั้งที่ 8 กรุงเทพมหานคร : มหาวิทยาลัยรามคำแหง.

จักรินทร์ วรรณโพธิ์กลาง. (2551). **คู่มือเตรียมสอบ O-NET กลุ่มสาระคณิตศาสตร์.**

กรุงเทพมหานคร : พ.ศ. พัฒนาจำกัด

ทรงวิทย์ สุวรรณธาดา. (2555). **คณิตศาสตร์เพิ่มเติม ม.5.** กรุงเทพมหานคร :แม็ค.

ปิยรัตน์ จาตุรันตบุตร. (2547). **หลักการคณิตศาสตร์.** กรุงเทพมหานคร : ด่านสุทธาการพิมพ์.

เวชชัย สังข์สาย. (2536). **คณิตศาสตร์พื้นฐาน.** สุรินทร์ : ภาควิชาคณิตศาสตร์และสถิติ

วิทยาลัยครูสุรินทร์.

สุชิน ทำมาหากิน. (2540). **คู่มือคณิตศาสตร์ ม.3.** กรุงเทพมหานคร :มิตรสัมพันธ์ กราฟฟิคอาร์ต.

สุเทพ จันทร์สมศักดิ์. (2533). **ระบบจำนวน.** กรุงเทพมหานคร :โรงพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

สุเทพ ทองอยู่ และสุเทพ จันทร์สมศักดิ์. (2533). **คณิตศาสตร์ ม.4 เล่ม 1**. ภูมิบัณฑิต.

. (2535). **คณิตศาสตร์รวม ม.4-5-6 เล่ม 1**. ภูมิบัณฑิต.