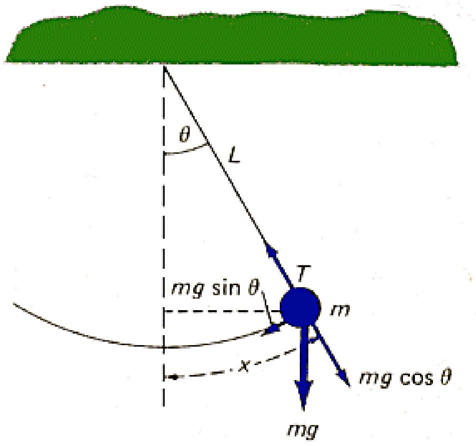
ปฏิบัติการ 7

การแกว่งของลูกตุ้มนาฬิกาอย่างง่าย (Simple Pendulum)

วัตถุประสงค์

1. เพื่อศึกษาการหาค่า g ณ ตำแหน่งที่ทำการทดลอง
2. เพื่อทดสอบความสัมพันธ์ของคาบการแกว่งกับความยาวของเชือกและมวลของลูกตุ้ม วัตถุเคลื่อนที่แบบซิมเปิลฮาร์มอนิกของลูกตุ้ม

ทฤษฎี



รูปที่ 1 ภาพการแกว่งของลูกตุ้มนาฬิกา

เมื่อมวลลูกตุ้มถูกกระทำให้เคลื่อนที่จากตำแหน่งสมดุล น้ำหนักของวัตถุและแรงดึงของเส้นเชือก จะให้แรงลัพธ์ในทิศทางทำให้ลูกตุ้มเคลื่อนที่กลับไปสู่ตำแหน่งสมดุล m จากกฎการเคลื่อนที่ข้อที่ 2
ของนิวตัน

$$\sum F_t = -mg\sin\theta = m\frac{d^2s}{dt^2} \qquad (1)$$

เมื่อความเร่งตามแนวเส้นสัมผัสคือ $a_t = \frac{d^2s}{dt^2}$

โดย $s = l\theta$ และถ้าลูกตุ้มทำมุมเล็กๆ กับแนวดิ่ง (ไม่เกิน 5 องศา) จะได้ $\sin\theta \approx \theta$
จากสมการที่ (1)
จะได้

$$-mg\sin\theta \approx ml\frac{d^2s}{dt^2}$$

หรือ

$$m\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{g}{l}\theta = 0 \qquad (2)$$

สมการที่ (2) เป็นสมการดลการเคลื่อนที่แบบซิมเปิลฮาร์มอนิกที่มีคำตอบเป็น $\theta = \theta_0 \cos(\omega t + \delta)$ ซึ่งมีความถี่เชิงมุมเป็น

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{l}} \qquad (3)$$

และโดยคาบ (period) ของการแกว่งคือ $T = \frac{2\pi}{\omega}$ ฉะนั้นสมการที่ (3) จึงเป็น

$$\frac{2\pi}{T} = \sqrt{\frac{g}{l}}$$

หรือ

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \qquad (4)$$

โดย l คือความยาวของเชือกจากจุดตรึงถึงลูกตุ้ม

g คือความเร่งเนื่องจากแรงโน้มถ่วงของโลก

สมการที่ (4) เป็นสมการพื้นฐานของการเคลื่อนที่แบบซิมเปิลฮาร์มอนิกของลูกตุ้ม (Simple Pendulum) ซึ่งเหมาะสำหรับการแกว่ง เป็นมุมเล็กๆเท่านั้น ถ้ามุมโตคาบของการแกว่งจะขึ้นอยู่กับมุมด้วยโดย

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}\left(1 + \frac{1}{4}\sin^2\frac{\theta}{2} + \frac{9}{64}\sin^2\frac{\theta}{4} + \dots\right) \qquad (5)$$

ซึ่งจะเห็นว่า ทั้งสมการที่ (4) และ (5) คาบการแกว่ง (T) ไม่ขึ้นอยู่กับมวล (m) แต่อย่างใด แต่จะขึ้นกับความยาวของเชือก (l) ตามสมการที่ (4) และทั้งความยาวของเชือก (l) ทำมุม θ ตามสมการที่ (5) สำหรับกรณีมุมเซต้า ไม่เกิน 5 องศา จะได้สมการเป็น

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{g}l \qquad (6)$$

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{g}l\left(1 + \frac{\theta^2}{16}\right) \qquad (7)$$

จากสมการที่ (6) เมื่อเขียนกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างกำลังสองของคาบการแกว่ง (T^2) กับความยาว (l) จะได้กราฟเส้นตรงซึ่งมีค่าความชัน (Slope) เท่ากับ $\frac{4\pi^2}{g}$ ก็จะสามารถหาค่า g ได้ตามต้องการ

อุปกรณ์การทดลอง

1. ลูกตุ้มเหล็ก ไม้ ทองเหลือง
2. เชือกผูกลูกตุ้มกับจุดตรึง ยาวประมาณ 60 cm
3. ชุดทดลองอเนกประสงค์ทางกลศาสตร์ 1 ชุด
4. ไม้เมตร
5. เครื่องมือวัดมุมแบบครึ่งวงกลม

วิธีการทดลอง

ตอนที่ 1 หาค่า g โดยการแกว่งลูกตุ้ม

1. แขวนลูกตุ้มเหล็กกับชุดทดลอง ให้มีความยาวเชือกต่างๆกัน เช่น 20, 30, 40, 50, 60, 70 และ 80 cm เป็นต้น แล้วให้แกว่ง ด้วยแอมพลิจูด (มุม) เล็กๆไม่เกิน 5 องศา ซึ่งในแต่ละกรณีจับเวลาที่ลูกตุ้มแกว่งโดยกดสวิทซ์ให้บานพับหล่น จนลูกตุ้มแกว่งครบ 10 รอบ หยุดเวลาทำการทดลองตำแหน่งละ 2 ครั้ง หาค่าเวลาเฉลี่ยแล้วบันทึกผลการทดลองและคำนวณคาบของการแกว่ง

2. เขียนกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างกำลังสองของคาบของการแกว่ง (T^2) และความยาวของเชือก (l) ที่แขวนลูกตุ้มในแนวแกนตั้งตามลำดับ

3. คำนวณค่าความชันของกราฟในข้อ 2 แล้วคำนวณหาค่าซึ่งความชัน (Slope) g เท่ากับ $\frac{4\pi^2}{g}$

4. เปรียบเทียบค่า g ที่ได้จากข้อ 3 กับค่าเฉลี่ยที่คำนวณได้จากสมการที่ (6) และให้หาเปอร์เซ็นต์ความแตกต่างของค่า g ที่ได้จากการทดลอง 2 วิธี

5. เปรียบเทียบค่า g ที่ได้กับค่ามาตรฐานคือ g = 9.81 m/s^2

ตอนที่ 2 ทดสอบคาบการแกว่งกับชนิดมวลและขนาดมวลของลูกตุ้ม

1. แขวนลูกตุ้มไม้ด้วยเชือกความยาวคงที่ค่าหนึ่ง (55 cm) แล้วแกว่งลูกตุ้มด้วยมุมคงที่ค่าหนึ่ง (ประมาณ 5 องศา) โดยนำลูกตุ้มวางที่บานพับขึ้นในแต่ละกรณีจับเวลาที่ลูกตุ้มแกว่งโดยกดสวิทซ์ให้บานพับหล่นจนลูกตุ้มแกว่งครบ 10 รอบ หยุดเวลาบันทึกเวลาการแกว่งเมื่อครบ 10 รอบ

2. เปลี่ยนลูกตุ้มเป็นทองเหลืองและเหล็ก แล้วทดลองเช่นเดียวกับข้อ 1

3. คำนวณคาบการแกว่งเปรียบเทียบเมื่อใช้มวลต่างกันตามข้อ 1-2 โดยเขียนกราฟระหว่างคาบการแกว่ง T เป็นเกณฑ์ตั้ง และชนิดของมวลเป็นแกนนอน โดยเขียนลงในครับแผ่นเดียวกันแต่ใช้คนละสี

4. สรุปข้อ 3 ว่าคาบการแกว่งขึ้นกับชนิดและขนาดของมวลหรือไม่