สนุกกับบันจีจัมป์

ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

เวลา 3-4 ชั่วโมง

สาระสำคัญ

บันจีจัมป์ (bungee jump) หรือการกระโดดบันจีเป็นกิจกรรมท้าทายชนิดหนึ่งที่ผู้เล่นต้องกระโดดลงจากที่สูง เช่น สะพาน อาคาร โดยผูกเชือกที่มีความยืดหยุ่นไว้ที่ข้อเท้า ดังนั้น การออกแบบเชือกสำหรับบันจีจัมป์จำเป็นต้องใช้ความรู้เกี่ยวกับสมบัติของวัสดุที่ใช้ในการทำเชือก เช่น ความแข็งแรงทนทาน และสภาพยืดหยุ่นของเชือก และยังต้องใช้ความรู้ด้านการเปลี่ยนรูปพลังงาน กล่าวคือ ในการกระโดดจากจุดปล่อย พลังงานศักย์โน้มถ่วงจะเปลี่ยนเป็นพลังงานจลน์ และจะเปลี่ยนเป็นพลังงานศักย์ยืดหยุ่นในที่สุด ทำให้เกิดแรงกระทำต่อเชือกและตัวผู้กระโดดซึ่งส่งผลต่อการยืดและการขาดของเชือก ดังนั้น ก่อนการกระโดดจึงต้องรู้ความสูงจากจุดกระโดดถึงพื้น และต้องชั่งน้ำหนักตัวของผู้กระโดดเพื่อคำนวณแรงที่เกิดขึ้นและระยะที่เชือกยืดออกขณะกระโดดได้อย่างถูกต้องเหมาะสมและไม่เกิดอันตรายต่อผู้กระโดด

ตัวชี้วัดตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน/ผลการเรียนรู้

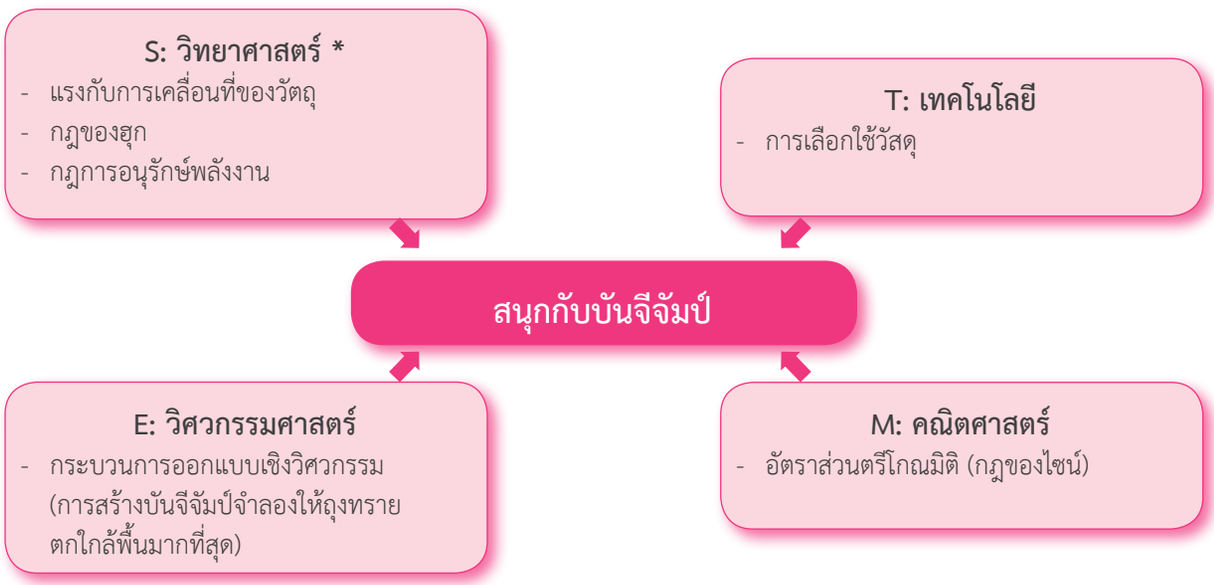
วิทยาศาสตร์	คณิตศาสตร์	เทคโนโลยี*
1. ทดลองและอธิบายความสัมพันธ์ระหว่างแรงกับการเคลื่อนที่ของวัตถุในสนามโน้มถ่วง และนำความรู้ไปใช้ประโยชน์	1. ใช้ความรู้เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมในการคาดคะเนระยะทางและความสูง	1. สร้างสิ่งของเครื่องใช้หรือวิธีการตามกระบวนการเทคโนโลยีอย่างปลอดภัย

หมายเหตุ: *ตัวชี้วัด เทคโนโลยี (T) ในที่นี้จะรวมตัวชี้วัดสาระการออกแบบและเทคโนโลยี และสาระเทคโนโลยีสารสนเทศและการสื่อสาร ในขณะที่วิศวกรรมศาสตร์ (E) ไม่ได้ปรากฏในหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน แต่กระบวนการออกแบบเชิงวิศวกรรม สามารถเทียบเคียงได้จากกระบวนการเทคโนโลยีในตัวชี้วัดสาระการออกแบบและเทคโนโลยี

สาระการเรียนรู้

วิทยาศาสตร์	คณิตศาสตร์	เทคโนโลยี
- การเคลื่อนที่ของวัตถุที่ตกแบบเสรีเป็นการเคลื่อนที่ภายใต้แรงโน้มถ่วงของโลก โดยวัตถุที่ตกแบบเสรีจะมีความเร็วเพิ่มขึ้นด้วยอัตราคงตัว - ถ้าออกแรงดึงสปริงหรือสิ่งที่คล้ายกับสปริงให้ยืดออกจากตำแหน่งเริ่มต้น จะมีความรู้สึกว่ามีแรงจากสปริงดึงมือ แรงที่มือดึงสปริงกับแรงที่สปริงดึงมือเป็นแรงคู่กิริยา-ปฏิกิริยา จากกฎของฮุก เมื่อออกแรงดึงสปริงด้วยแรง F จะมีความสัมพันธ์กับ s ซึ่งเป็นระยะที่สปริงยืดออกจากตำแหน่งสมดุล - พลังงานรวมของระบบจะไม่สูญหาย แต่จะเปลี่ยนจากพลังงานหนึ่งไปเป็นอีกพลังงานหนึ่ง โดยผลรวมของพลังงานยังคงเดิม ซึ่งเป็นไปตามกฎการอนุรักษ์พลังงาน	- อัตราส่วนตรีโกณมิติและการนำไปใช้	- การเลือกใช้วัสดุที่มีความเหมาะสมเพื่อนำมาสร้างชิ้นงาน

กรอบแนวคิด



* เป็นวิชาหลักในการนำกิจกรรมนี้ (ฟิสิกส์)

จุดประสงค์ของกิจกรรม

ประยุกต์ใช้ความรู้เรื่องแรง การเปลี่ยนรูปพลังงาน สภาพยืดหยุ่น และกฎของไซน์ ในการออกแบบและสร้างแบบจำลองบันจีจัมป์

วัสดุอุปกรณ์

ที่	รายการ	จำนวนต่อกลุ่ม
1	วัสดุประเภทเชือกที่ยืดได้ เช่น สายรัดของ ยางยืด ยาว 2 เมตร	ชนิดละ 1 เส้น
2	วัสดุประเภทเชือกที่ยืดไม่ได้ เช่น เชือกป่าน เชือกปอ เชือกฟาง ยาว 3 เมตร	ชนิดละ 1 เส้น
3	ไคลโนมิเตอร์	1 อัน
4	เครื่องชั่งสปริง 0-50 นิวตัน	1 เครื่อง
5	ไม้บรรทัด ไม้เมตร หรือ สายวัด	1 อัน/เส้น
6	ถุงทรายมวล 500 กรัม	2 ถุง

แนวการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

ขั้นระบุปัญหา

1. ครูตั้งคำถามหรือให้นักเรียนอภิปรายเพื่อสำรวจความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับบันจีจัมป์ เช่น นักเรียนรู้จักกิจกรรมบันจีจัมป์หรือไม่ มีลักษณะอย่างไร
2. ครูให้นักเรียนศึกษาวิดีทัศน์เกี่ยวกับบันจีจัมป์ จากนั้นให้นักเรียนร่วมกันอภิปรายในประเด็น ดังนี้
   2.1 ความรู้วิทยาศาสตร์ด้านใดบ้างที่เกี่ยวข้องกับบันจีจัมป์
   แนวคำตอบ สมบัติของวัสดุ การเปลี่ยนรูปพลังงาน แรงโน้มถ่วงของโลก
   2.2 นักเรียนต้องคำนึงถึงปัจจัยอะไรบ้าง เพื่อให้เล่นบันจีจัมป์สนุกและปลอดภัย
   แนวคำตอบ ความยืดหยุ่นของเชือก น้ำหนักของเชือก น้ำหนักของผู้กระโดด ความยาวเชือก และความสูงของจุดปล่อยบันจีจัมป์)
3. ครูกำหนดสถานการณ์ต่อไปนี้
   “นักเรียนเป็นวิศวกรในบริษัทแห่งหนึ่งที่ผู้ประกอบธุรกิจบันจีจัมป์ว่าจ้างให้ออกแบบเชือกสำหรับกิจกรรมบันจีจัมป์ให้มีความยาวเหมาะสมกับความสูงของหอกระโดดและน้ำหนักของผู้กระโดด บริษัทจึงทำการคัดเลือกกลุ่มวิศวกรที่มีความรู้ความสามารถเพื่อทำงานนี้ โดยจัดให้มีการแข่งขันภายในบริษัทเพื่อสร้างแบบจำลองบันจีจัมป์ที่ทำให้ถุงทรายมวล 1,000 กรัม (ถุงทราย 2 ถุง ที่มัดติดกัน) ตกลงจากระดับความสูงที่กำหนด โดยให้ถุงทรายอยู่ใกล้พื้นมากที่สุดและไม่กระทบพื้น และจำลองว่าพื้นบริเวณที่ถุงทรายตกนั้นเป็นพื้นน้ำทำให้ไม่สามารถวัดความสูงจากจุดปล่อยได้โดยตรง ซึ่งการแข่งขันครั้งนี้กำหนดให้ใช้เชือกที่เป็นวัสดุที่ยืดได้และยืดไม่ได้อย่างละ 1 เส้น”

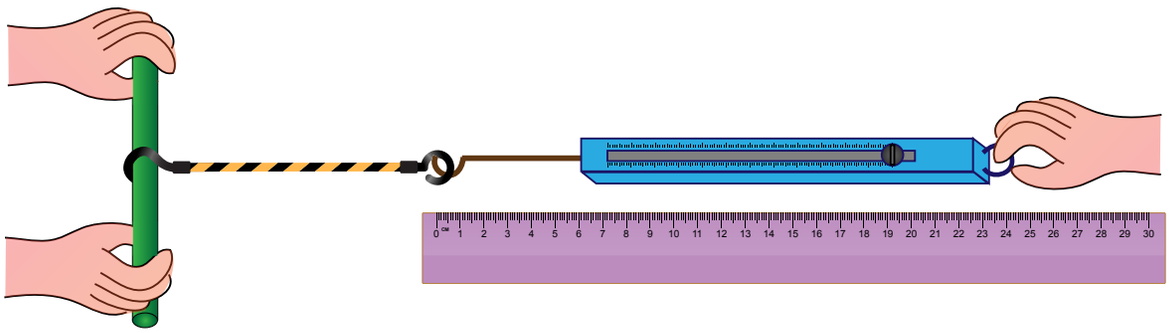
ขั้นรวบรวมข้อมูลและแนวคิดที่เกี่ยวข้องกับปัญหา

4. ครูให้นักเรียนสืบค้นข้อมูล ร่วมกันศึกษาและอภิปรายในประเด็นต่อไปนี้
   - การเคลื่อนที่ของวัตถุต่าง ๆ ภายใต้แรงโน้มถ่วงของโลก
   - การเปลี่ยนรูปพลังงานและการเชื่อมโยงความรู้นี้กับบันจีจัมป์ (ใบความรู้ที่ 1 เรื่อง การเปลี่ยนรูปพลังงาน)
   - การทดสอบความยืดหยุ่นของวัสดุพอลิเมอร์ต่าง ๆ เช่น ยาง เชือก ที่มีความเหมาะสมเพื่อเป็นข้อมูลในการออกแบบและเลือกใช้เชือกสำหรับบันจีจัมป์ (ใบความรู้ที่ 1 เรื่องการเปลี่ยนรูปพลังงาน เรื่องสภาพยืดหยุ่น)
   - การหาความสูงโดยใช้ไคลโนมิเตอร์และกฎของไซน์ (ใบความรู้ที่ 2 เรื่องกฎของไซน์)
5. ครูให้นักเรียนแต่ละกลุ่มทำการทดลองเพื่อหาค่าคงตัวสปริงของเชือก (วัสดุที่ยืดได้) ที่จะนำมาใช้

อุปกรณ์
1. เครื่องชั่งสปริง
2. วัสดุที่ต้องการหาค่าคงตัวสปริง
3. ไม้บรรทัด ไม้เมตร หรือ สายวัด

แนวทางการทดลอง

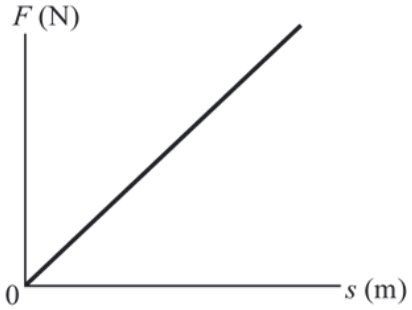
5.1 ปรับเครื่องชั่งสปริงให้เริ่มต้นที่สเกลศูนย์ ยึดปลายข้างหนึ่งของเชือกไว้แล้วใช้เครื่องชั่งสปริงเกี่ยวปลายอีกข้างหนึ่ง วางเชือกและเครื่องชั่งสปริงในแนวขนานกับไม้บรรทัด ดังแสดงในภาพ ให้ปลายสุดของเชือกด้านที่เกี่ยวกับเครื่องชั่งสปริงอยู่ตรงขีดศูนย์ของไม้บรรทัด



5.2 ออกแรงดึงเชือกให้ยืดออกครั้งละ 1 เซนติเมตร บันทึกระยะที่เชือกยืดออกจากตำแหน่งสมดุลกับขนาดของแรงดึง

5.3 เขียนกราฟระหว่างระยะที่เชือกยืดออกกับขนาดของแรงดึง โดยให้ขนาดของแรงดึง F (หน่วยนิวตัน) อยู่ในแกนตั้ง และระยะที่เชือกยืดออก s (หน่วยเมตร) อยู่ในแกนนอน โดยครูอาจมีแนวคำถามเพื่อให้นักเรียนอภิปรายดังนี้
   - กราฟที่ได้จากการทดลองมีลักษณะอย่างไร
   - ความสัมพันธ์ระหว่างระยะที่เชือกยืดออกกับขนาดของแรงดึงเป็นอย่างไร
   - ความชันของกราฟมีค่าเท่าใดและค่านี้แทนปริมาณอะไร

6. ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายผลการทดลองจนได้ข้อสรุปดังนี้
   - กราฟที่ได้จากการทดลองมีลักษณะเป็นแนวตรงผ่านจุดกำเนิด ดังภาพ



กราฟระหว่างระยะยืดจากตำแหน่งสมดุลกับแรงดึง

   - แรงดึงแปรผันตรงกับระยะที่เชือกยืดออก หรือ $F \propto s$
   - ความชันของกราฟระหว่างระยะที่เชือกยืดออกกับขนาดของแรงดึงเป็นค่าคงตัว เรียกว่า ค่าคงตัวสปริงของเชือก (k)
7. ครูให้นักเรียนหาความสูงของจุดปล่อยบันจีจัมป์โดยใช้ไคลโนมิเตอร์และกฎของไซน์

ขั้นออกแบบวิธีการแก้ปัญหา

8. ครูให้นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันออกแบบบันจีจัมป์ที่จะทำให้ถุงทรายตกลงใกล้พื้นให้มากที่สุดและไม่กระทบพื้นตามแนวคิด ข้อมูลที่ได้สืบค้น และจากการคำนวณและทดลอง โดยต้องเลือกใช้เชือกที่ยืดได้และยืดไม่ได้อย่างละ 1 เส้น

ขั้นวางแผนและดำเนินการแก้ปัญหา

9. แต่ละกลุ่มวางแผนการทำงานและดำเนินการสร้างบันจีจัมป์ ตามที่ได้ออกแบบไว้

ขั้นทดสอบ ประเมินผล และปรับปรุงแก้ไขวิธีการแก้ปัญหาหรือชิ้นงาน

10. ครูให้นักเรียนทดสอบโดยทำการแข่งขันบันจีจัมป์
11. ครูให้นักเรียนประเมินว่าสามารถออกแบบแบบจำลองบันจีจัมป์ได้ใกล้เคียงมากน้อยเพียงใด และเสนอแนะวิธีการปรับปรุง

ขั้นนำเสนอวิธีการแก้ปัญหา ผลการแก้ปัญหา หรือชิ้นงาน

12. ครูให้นักเรียนนำเสนอและร่วมกันอภิปรายแนวคิดและวิธีการออกแบบจำลองบันจีจัมป์ ตลอดจนวิธีการปรับปรุงแก้ไขชิ้นงาน
13. ครูนำอภิปรายเพื่อให้ได้ข้อสรุปเกี่ยวกับความรู้ที่เกี่ยวข้องกับการสร้างแบบจำลองบันจีจัมป์

ข้อเสนอแนะเพิ่มเติมเพื่อการสืบค้น

1. ประวัติความเป็นมาของการกระโดดจากที่สูงของคนในชนเผ่าต่าง ๆ จนกลายมาเป็นบันจีจัมป์ในปัจจุบัน
2. การเปลี่ยนแปลงทางสภาพร่างกายและจิตใจขณะกระโดดบันจีจัมป์
3. การเลือกใช้เชือกประเภทต่าง ๆ และความยาวที่แตกต่างกัน มีผลต่อบันจีจัมป์หรือไม่

การวัดประเมินผล

ตัวอย่างตารางบันทึกคะแนน

กลุ่ม	ระดับคะแนนของรายการที่ประเมิน				คะแนนรวม (100 คะแนน)
	ผลงาน (40 คะแนน)	การนำเสนอผลงาน (20 คะแนน)	การใช้กระบวนการออกแบบเชิงวิศวกรรม (20 คะแนน)	การบูรณาการความรู้ (STEM) (20 คะแนน)	
1					
2					
3					
4					
5					

เกณฑ์การให้คะแนน (100 คะแนน)

ระดับ / รายการประเมิน	ดีมาก (4)	ดี (3)	พอใช้ (2)	ควรปรับปรุง (1)
ผลงาน	บันจีจัมป์ที่สร้างขึ้นเป็นไปตามเงื่อนไขที่กำหนด และสอดคล้องกับวัตถุประสงค์ โดยระยะที่ถุงทรายตกนั้นวัดจากพื้นได้ไม่เกิน 30 เซนติเมตร	บันจีจัมป์ที่สร้างขึ้นเป็นไปตามเงื่อนไขที่กำหนดและสอดคล้องกับวัตถุประสงค์ โดยระยะที่ถุงทรายตกนั้นวัดจากพื้นได้ระหว่าง 30-50 เซนติเมตร	บันจีจัมป์ที่สร้างขึ้นเป็นไปตามเงื่อนไขที่กำหนด และสอดคล้องกับวัตถุประสงค์ โดยระยะที่ถุงทรายตกนั้นวัดจากพื้นได้เกินกว่า 50 เซนติเมตร	ถุงทรายกระทบพื้น
การนำเสนอผลงาน	รูปแบบการนำเสนอสื่อความหมายให้ผู้อื่นเข้าใจถูกต้อง ชัดเจน อธิบายเหตุผลของแนวคิดได้	รูปแบบการนำเสนอสื่อความหมายให้ผู้อื่นเข้าใจได้ชัดเจน อธิบายเหตุผลของแนวคิดได้ถูกต้องบางส่วน	รูปแบบการนำเสนอสื่อความหมายให้ผู้อื่นเข้าใจได้ไม่ชัดเจน อธิบายเหตุผลของแนวคิดได้ถูกต้องบางส่วน	รูปแบบการนำเสนอสื่อความหมายไม่ถูกต้อง ไม่ชัดเจน อธิบายเหตุผลของแนวคิดไม่ได้

ระดับ / รายการประเมิน	ดีมาก (4)	ดี (3)	พอใช้ (2)	ควรปรับปรุง (1)
การใช้กระบวนการออกแบบเชิงวิศวกรรม	มีการใช้กระบวนการออกแบบเชิงวิศวกรรม มีการสืบค้นข้อมูล และแสดงถึงการใช้ข้อมูลมาเป็นพื้นฐานการตัดสินใจในการออกแบบ	มีการใช้กระบวนการออกแบบเชิงวิศวกรรม มีการสืบค้นข้อมูล แต่ไม่ได้นำมาใช้เป็นพื้นฐานการตัดสินใจในการออกแบบ	มีการใช้กระบวนการออกแบบเชิงวิศวกรรม แต่ไม่มีการสืบค้นข้อมูล	ขาดการใช้การออกแบบเชิงวิศวกรรม
การบูรณาการความรู้ (STEM)	สามารถอธิบายความรู้ทางด้าน วิทยาศาสตร์ คณิตศาสตร์ และเทคโนโลยีที่นำมาใช้ในการออกแบบผลงานได้ชัดเจนและถูกต้องครบทั้ง 3 ด้าน	สามารถอธิบายความรู้ที่เกี่ยวข้องกับการออกแบบผลงานได้ชัดเจนและถูกต้อง 2 ด้าน	สามารถอธิบายความรู้ที่เกี่ยวข้องกับการออกแบบผลงานได้ชัดเจนและถูกต้องเพียงด้านเดียว	ไม่สามารถอธิบายความรู้ที่เกี่ยวข้องกับการออกแบบผลงานได้

หมายเหตุ

1. การประเมิน “การใช้กระบวนการออกแบบเชิงวิศวกรรม” จะประเมินจากข้อมูลที่นักเรียนตอบในใบกิจกรรม ซึ่งมีขั้นตอนการดำเนินงานที่เป็นไปตามกระบวนการออกแบบเชิงวิศวกรรม
2. การประเมินในส่วนของ “การบูรณาการความรู้ (STEM)” จะประเมินจากข้อมูลการตอบคำถามในใบกิจกรรม กรณีที่นักเรียนไม่ได้ตอบคำถาม ผู้สอนอาจพิจารณาให้คะแนนจากข้อมูลที่นักเรียนอธิบายเหตุผลในการออกแบบและเลือกวัสดุอุปกรณ์ในการสร้างบันจีจัมป์ได้

ข้อเสนอแนะในการจัดกิจกรรม

1. ก่อนทำกิจกรรมนี้ นักเรียนควรจะมีความรู้พื้นฐานในเรื่องสภาพยืดหยุ่นของวัสดุ การเปลี่ยนรูปพลังงาน โดยครูสามารถจัดกิจกรรมได้โดยใช้ใบความรู้ที่ 1 และ 2 โดยให้นักเรียนศึกษาและอภิปรายก่อนทำกิจกรรมนี้
2. ครูควรแนะนำให้นักเรียนศึกษาหรือทบทวนเนื้อหาจากใบความรู้ล่วงหน้าเพื่อให้กิจกรรมสามารถดำเนินการเสร็จสิ้นภายในเวลาที่กำหนดอย่างมีประสิทธิภาพ เนื่องจากเวลา 3-4 ชั่วโมง ตามที่กำหนดนั้นเป็นเวลาสำหรับการทำกิจกรรมเท่านั้น

สื่อและแหล่งเรียนรู้

1. วีดิทัศน์เรื่องบันจีจัมป์
2. ใบความรู้ที่ 1 เรื่อง การเปลี่ยนรูปพลังงาน
3. ใบความรู้ที่ 2 เรื่อง กฎของไซน์

แนวคำตอบใบกิจกรรม

1. ระบุปัญหาหรือสถานการณ์

   แนวคำตอบ สร้างแบบจำลองบันจีจัมป์ โดยทำให้ถุงทรายมวล 1000 กรัม ถูกปล่อยที่ระดับความสูงที่กำหนดให้ ตกลงมาให้ใกล้พื้นมากที่สุดโดยที่ถุงทรายไม่กระทบพื้น โดยใช้วัสดุที่ยืดได้และไม่ยืดอย่างละ 1 เส้น และไม่สามารถวัดความสูงจากจุดปล่อยได้โดยตรงเนื่องจากบริเวณจุดตกเป็นพื้นน้ำ

2. ความรู้ที่เกี่ยวข้องกับปัญหา

   แนวคำตอบ ความรู้เรื่องสมบัติของวัสดุ สภาพยืดหยุ่น หลักการของแรง การเปลี่ยนรูปพลังงาน และกฎของไซน์เพื่อการออกแบบและสร้างแบบจำลองบันจีจัมป์

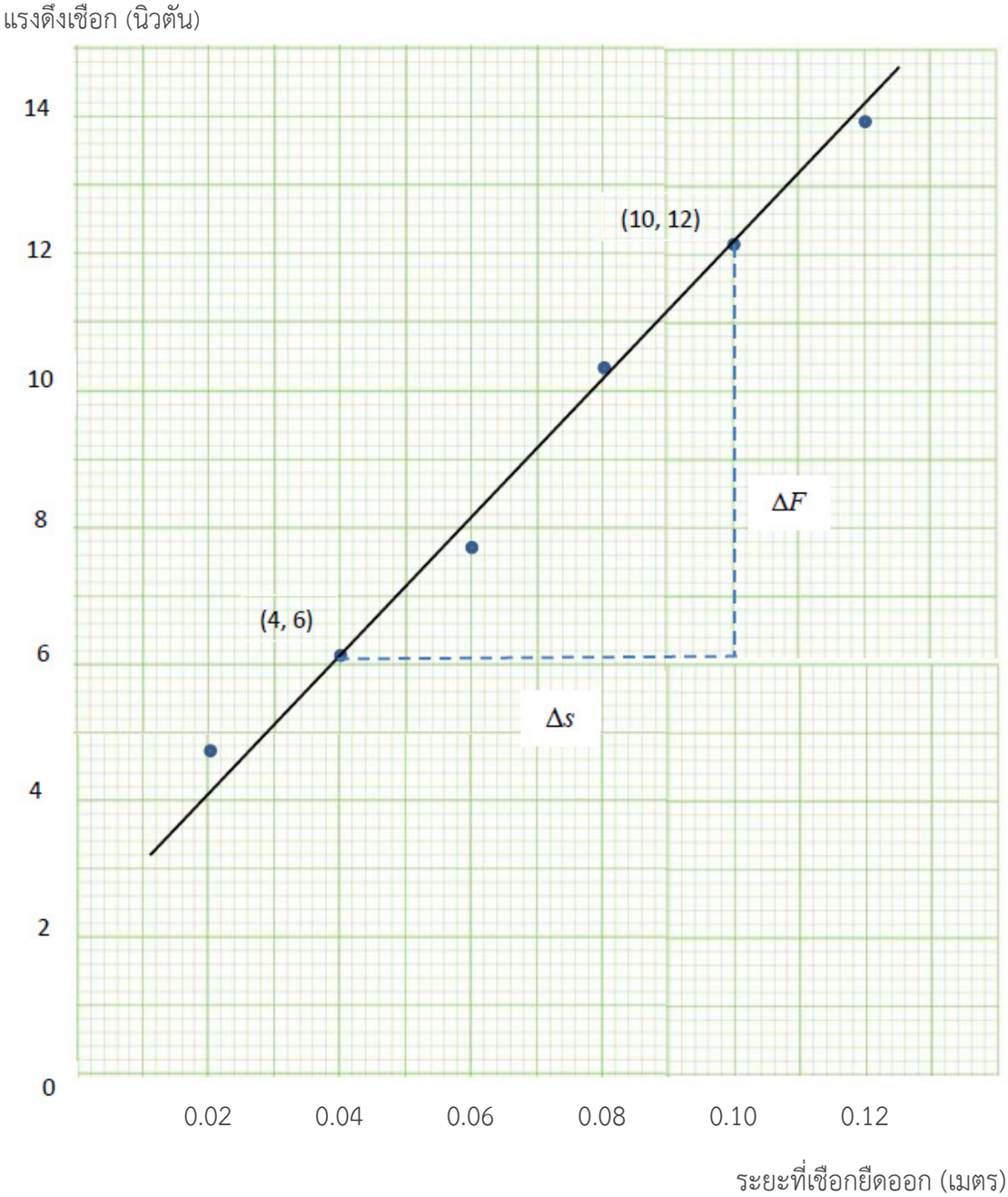
3. การทดลองหาความสัมพันธ์ระหว่างระยะที่เชือกยืดออกกับขนาดของแรงที่ใช้ดึงเชือก

   ให้นักเรียนศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างระยะที่เชือกยืดออก (s) มีหน่วยเป็นเมตร กับแรงที่ใช้ดึงเชือก (F) มีหน่วยเป็นนิวตัน โดยให้นักเรียนออกแบบตารางบันทึกผลการทดลอง และหาค่าคงตัวสปริง (k) ของเชือก จากกราฟความสัมพันธ์ดังกล่าว

   แนวคำตอบ
   ตารางบันทึกผลการทดลอง

ระยะที่เชือกยืดออก s (cm)	แรงที่ใช้ดึงเชือก F (N)
2	4.6
4	6.0
6	7.6
8	10.2
10	12.0
12	13.8

กราฟความสัมพันธ์ระหว่างระยะที่เชือกยืดออก (s) กับขนาดของแรงที่ใช้ดึง (F)



วิธีการคำนวณหาค่าคงตัวสปริงในเส้นเชือก (k)

$$k = \frac{\Delta F}{\Delta s} = \frac{12\ \text{N} - 6\ \text{N}}{0.10\ \text{m} - 0.04\ \text{m}} = 100\ \text{N/m}$$

4. การหาความสูงของจุดปล่อยบันจีจัมป์

แนวคำตอบ

ให้ CD เป็นความสูงของจุดปล่อยบันจีจัมป์ส่วนที่เหนือระดับสายตา

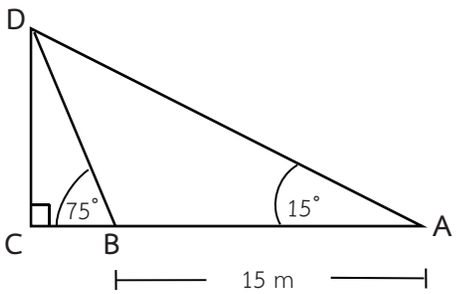
จุด A เป็นจุดที่ผู้วัดมองจุดปล่อยบันจีจัมป์ในครั้งแรก

จุด B เป็นจุดที่ผู้วัดมองจุดปล่อยบันจีจัมป์ในครั้งหลัง

และระยะ AB เท่ากับ 15 เมตร

เนื่องจาก $C\hat{A}D = 15^\circ$ และ $= 75^\circ$

จะได้ $A\hat{D}B = 60^\circ$



พิจารณา ΔABD จากกฎของไซน์

จะได้ $$\frac{\sin 15^\circ}{BD} = \frac{\sin 60^\circ}{AB}$$

$$BD = (15\text{m})\ \frac{\sin 15^\circ}{\sin 60^\circ}$$

พิจารณา ΔBCD จากกฎของไซน์

จะได้ $$\frac{\sin 75^\circ}{CD} = \frac{\sin 90^\circ}{BD}$$

$$CD = BD \sin 75^\circ$$

$$CD = (15\text{m})\ \frac{\sin 15^\circ}{\sin 60^\circ} \sin 75^\circ$$

$$= (15\text{m})\ \frac{(0.2588)}{(0.8660)}\ (0.9659) \approx 4.33\text{m}$$

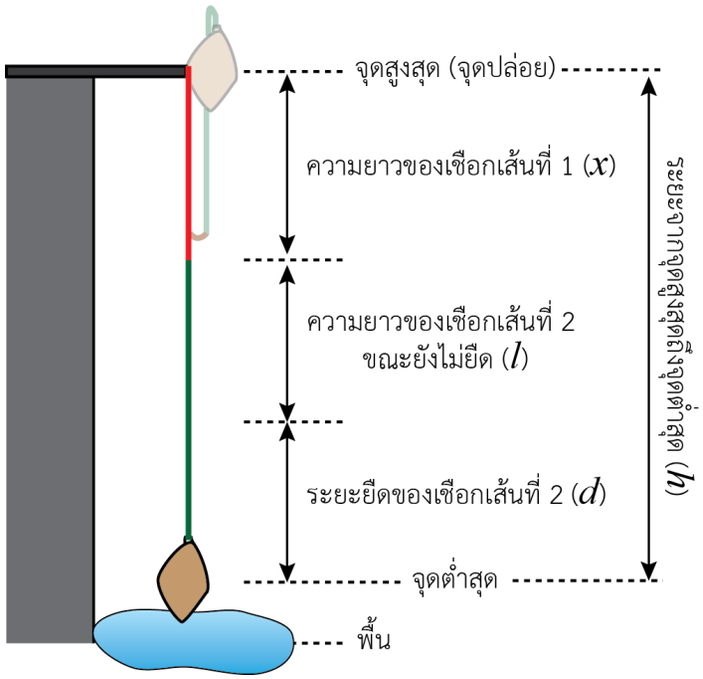
เนื่องจากความสูงจากพื้นถึงระดับสายตาของผู้วัดเป็น 1.50 เมตร

ดังนั้นจุดปล่อยบันจีจัมป์สูงจากพื้นประมาณ 4.33 เมตร + 1.50 เมตร หรือประมาณ 5.83 เมตร

หมายเหตุ ในกรณีที่ผู้เรียนใช้ความสูงของผู้วัดมุมมาคำนวณอาจทำให้เกิดความคลาดเคลื่อน ดังนั้นผู้สอนอาจจะแนะนำให้ผู้เรียนวัดความสูงจากปลายเท้าถึงระดับสายตาแล้วนำมาใช้ในการคำนวณ เพื่อให้เกิดความคลาดเคลื่อนน้อยที่สุด

5. การคำนวณหาความยาวของเชือกที่ใช้

แนวคำตอบ



จากกฎการอนุรักษ์พลังงานกล

พลังงานศักย์โน้มถ่วงที่จุดสูงสุด = พลังงานศักย์ยืดหยุ่นที่จุดต่ำสุด

$$mgh = \frac{1}{2}kd^2$$

กำหนดให้ m คือ มวลของถุงทราย มีค่าเท่ากับ 1.0 กิโลกรัม

g คือ ขนาดความเร่งโน้มถ่วง มีค่าเท่ากับ 9.8 เมตรต่อวินาที^{2}

h คือ ระยะจากจุดปล่อยจนถึงปลายสุดของเส้นเชือก

d คือ ระยะยืดของเชือกเส้นที่ยืดได้

กำหนดระยะจากจุดต่ำสุดถึงพื้น เท่ากับ 0.30 เมตร และความสูงจากพื้นถึงจุดปล่อยที่วัดได้มีค่าเท่ากับ 5.83 เมตร จะได้ระยะ เท่ากับ 5.83 เมตร – 0.30 เมตร = 5.53 เมตร

แทนค่าในสมการ $$mgh = \frac{1}{2}kd^2$$

$$(1.0\text{ kg})(9.8\text{ m/s}^2)(5.53\text{ m}) = \frac{1}{2}(100\text{ N/m})d^2$$

$$d = 1.04\text{ m}$$

ดังนั้น ระยะยืดของเชือกเส้นที่ยืดได้เท่ากับ 1.04 เมตร และระยะจากจุดปล่อยถึงปลายสุดของเส้นเชือกซึ่งเป็นจุดต่ำสุด มีค่าเท่ากับ $h = x + l + d$

เมื่อ x คือ ความยาวของเชือกเส้นที่ไม่ยืด

l คือ ความยาวเชือกเส้นที่ยืดได้ขณะที่ยังไม่ยืด มีค่าเท่ากับ 2.0 เมตร

d คือ ระยะยืดของเชือกเส้นที่ยืดได้ มีค่าเท่ากับ 1.04 เมตร

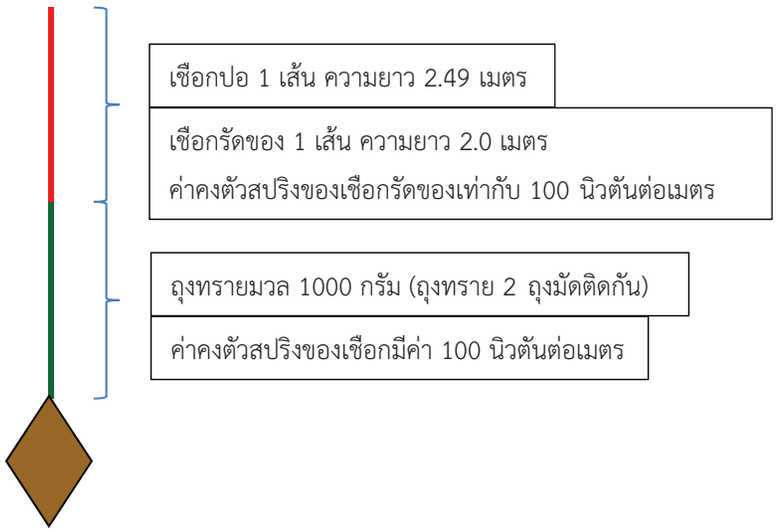
แทนค่าในสมการ $h = x + l + d$

$5.53\ m = x + 2.0m + 1.04\ m$

$x = 2.49m$

ดังนั้น ความยาวของเชือกเส้นที่ไม่ยืดเท่ากับ 2.49 เมตร

6. ภาพร่างการออกแบบชิ้นงาน
(ให้นักเรียนออกแบบชิ้นงานพร้อมระบุประเภทของเชือกที่เลือกใช้ ความยาว และค่าคงตัวสปริงของเชือก)



7. ผลการทดสอบแบบจำลองบันจีจัมป์ .....คะแนน

8. วิธีการปรับปรุงชิ้นงาน
แนวคำตอบ เวลาปล่อยถุงทรายจะต้องยืดแขนให้ตรง และอยู่ในระดับเดียวกับจุดวัดความสูงเพื่อป้องกันความคลาดเคลื่อน

9. ประเมินผลชิ้นงาน
แนวคำตอบ บันจีจัมป์ที่สร้างขึ้นเป็นไปตามเงื่อนไขที่กำหนด สามารถทำให้ถุงทรายตกลงมาใกล้พื้นมากที่สุดโดยไม่กระทบพื้น

แนวคำตอบคำถามท้ายกิจกรรม

1. จากการทดลอง ปัจจัยใดบ้างที่มีผลให้ถุงทรายตกลงมาใกล้พื้นที่สุดโดยไม่กระทบพื้น
   แนวคำตอบ เงื่อนไขของการทำกิจกรรมนี้คือ การทำให้ถุงทรายตกลงมาใกล้พื้นที่สุดโดยไม่กระทบพื้น ดังนั้น ปัจจัยที่นักเรียนต้องคำนึงถึงคือ ชนิดและความยาวของวัสดุทั้งเส้นที่ยืดได้และไม่ยืด โดยความยาวนั้นต้องเหมาะสมกับน้ำหนักของถุงทรายและความสูงของจุดปล่อย

2. นักเรียนสามารถนำความรู้ที่ได้จากกิจกรรมนี้ไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวันได้อย่างไรบ้าง
   แนวคำตอบ นักเรียนสามารถนำความรู้เรื่องนี้ไปประยุกต์ใช้ในการเล่นกีฬาบันจีจัมป์ โดยคำนึงถึงปัจจัยต่าง ๆ ที่สำคัญ เช่น ความยาวเชือก น้ำหนักของผู้เล่น ความสูงของจุดปล่อยบันจีจัมป์ เพื่อให้การเล่นบันจีจัมป์สนุกและปลอดภัย นอกจากนี้ยังรู้จักวิธีการหาความสูงของสิ่งต่าง ๆ โดยใช้ไคลโนมิเตอร์ ซึ่งสามารถวัดความสูงได้จากจุดวัด 2 จุดในแนวระดับ โดยไม่จำเป็นต้องเข้าไปถึงสิ่งที่ต้องการวัดความสูง

3. นักเรียนได้บูรณาการความรู้ทางวิทยาศาสตร์ คณิตศาสตร์ เทคโนโลยีและวิศวกรรมในการออกแบบและสร้างแบบจำลองบันจีจัมป์อย่างไร
   แนวคำตอบ สิ่งสำคัญที่สุดของการเล่นบันจีจัมป์ก็คือความปลอดภัย การออกแบบและสร้างแบบจำลองเชือกสำหรับบันจีจัมป์โดยอาศัยหลักการทางวิทยาศาสตร์เกี่ยวกับพลังงานและสภาพยืดหยุ่นนั้นไม่เพียงพอ จำเป็นต้องใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับฟังก์ชันตรีโกณมิติในการหาความสูงที่แน่นอนของตำแหน่งที่จะปล่อยถุงทราย รวมทั้งการออกแบบและเทคโนโลยีในการเลือกวัสดุที่เหมาะสม เพื่อนำข้อมูลทั้งหมดมาประมวลผลในการสร้างเชือกเพื่อให้เกิดความปลอดภัยสูงสุด

ใบความรู้ที่ 1

เรื่อง การเปลี่ยนรูปพลังงาน

พลังงาน (energy) คือ ความสามารถในการทำงาน เราไม่สามารถมองเห็นหรือจับต้องพลังงานได้ แต่สามารถรับรู้ได้จากผลของพลังงานนั้น ๆ พลังงานจลน์ (kinetic energy) เป็นพลังงานของวัตถุที่กำลังเคลื่อนที่ ส่วนพลังงานศักย์ (potential energy) เป็นพลังงานของวัตถุที่เกี่ยวข้องกับตำแหน่งหรือรูปร่างอันเป็นผลมาจากแรงที่กระทำต่อวัตถุนั้น ทั้งพลังงานจลน์และพลังงานศักย์รวมเรียกว่า พลังงานกล (mechanical energy)

1. พลังงานจลน์

พลังงานจลน์เป็นพลังงานในวัตถุที่กำลังเคลื่อนที่หรือมีความเร็ว กำหนดสัญลักษณ์ E_k แทนพลังงานจลน์ v แทนความเร็ว และ m แทนมวลของวัตถุ จะได้ว่า

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2$$

หน่วยของพลังงานจลน์คือ กิโลกรัม เมตร^2 ต่อวินาที^{2} (kg m^2/s^2) ซึ่งเท่ากับ นิวตัน เมตร (Nm) หรือ จูล (J)

2. พลังงานศักย์

พลังงานศักย์เป็นพลังงานที่ถูกเก็บสะสมไว้ในวัตถุต่าง ๆ เนื่องจากตำแหน่งหรือภาวะของวัตถุ พลังงานศักย์ของวัตถุซึ่งอยู่ในที่สูงจากระดับอ้างอิง ซึ่งเกิดจากแรงโน้มถ่วงของโลกที่กระทำต่อวัตถุ เรียกว่า พลังงานศักย์โน้มถ่วง (gravitational potential energy) ส่วนพลังงานศักย์ของสปริงที่ถูกอัดหรือดึงซึ่งเกิดจากแรงยืดหยุ่นของสปริง เรียกว่า พลังงานศักย์ยืดหยุ่น (elastic potential energy)

ก. พลังงานศักย์โน้มถ่วง

กำหนดสัญลักษณ์ E_p แทนพลังงานศักย์โน้มถ่วง พลังงานศักย์โน้มถ่วงของวัตถุซึ่งอยู่สูงจากระดับอ้างอิงเป็นระยะ h จะมีค่าเป็น

$$E_p = mgh$$

หน่วยของพลังงานศักย์โน้มถ่วงในระบบเอสไอ คือ จูล (J) และเป็นปริมาณสเกลาร์เช่นเดียวกับงานและพลังงานจลน์ จะเห็นได้ว่า ค่าของพลังงานศักย์โน้มถ่วงของวัตถุนั้นขึ้นอยู่กับตำแหน่งของวัตถุเมื่อเทียบกับระดับอ้างอิง

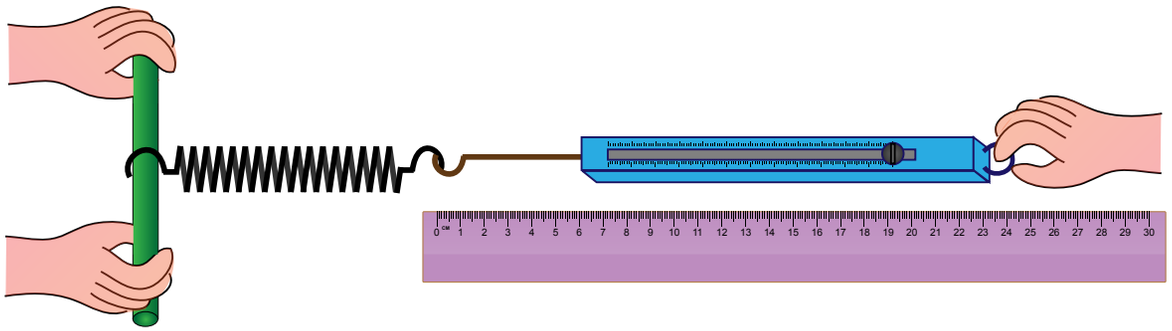
ข. พลังงานศักย์ยืดหยุ่น

ถ้าออกแรงดึงสปริงหรือสิ่งที่คล้ายกับสปริงให้ยืดออกจากตำแหน่งเริ่มต้น จะมีความรู้สึกว่ามีแรงจากสปริงดึงมือ การออกแรงอัดสปริงให้หดเข้าจากตำแหน่งเริ่มต้นก็เช่นเดียวกัน จะรู้สึกว่ามีแรงจากสปริงดันมือ แรงที่มือดึงสปริงกับแรงที่สปริงดึงมือเป็นแรงคู่กิริยา-ปฏิกิริยา แรงที่สปริงดึงหรือดันมือทำให้สปริงเคลื่อนที่กลับสู่ตำแหน่งเริ่มต้น เรียกตำแหน่งเริ่มต้นนี้ว่า ตำแหน่งสมดุล

จากกฎของฮุก (Hooke's law) เมื่อออกแรงดึงสปริงด้วยแรง F จะมีความสัมพันธ์กับ s ซึ่งเป็นระยะที่สปริงยืดออกหรือหดจากตำแหน่งสมดุล ดังสมการ

$$F = ks$$

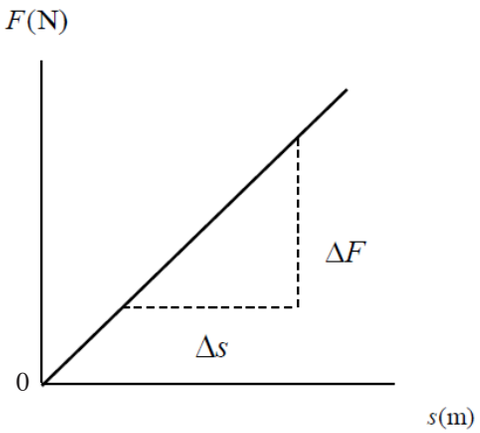
k คือ ค่าคงตัวสปริง (spring constant) หรือค่าคงตัวของแรง (force constant) ซึ่งหมายถึงแรงที่ทำให้สปริงยืดหรือหดต่อความยาวหนึ่งหน่วย มีหน่วย นิวตันต่อเมตร (N/m) โดยค่าคงตัวสปริงของสปริงแต่ละอันจะไม่เท่ากันขึ้นกับความแข็งของสปริง และเป็นค่าคงตัวในช่วงจำกัดช่วงหนึ่ง



ภาพการหาความสัมพันธ์ระหว่างระยะทางที่สปริงยืดออกกับขนาดของแรงที่ใช้ดึงสปริง

ทั้งนี้ เราสามารถหาค่าคงตัวสปริง (k) ได้จากความชันของกราฟระหว่างระยะทางที่สปริงยืดออกกับ ขนาดของแรงที่ใช้ดึง หรือ

$$k = \frac{\Delta F}{\Delta s}$$



ภาพ การหาความชันของกราฟระหว่างระยะยืดจากตำแหน่งสมดุลกับแรงดึงสปริง

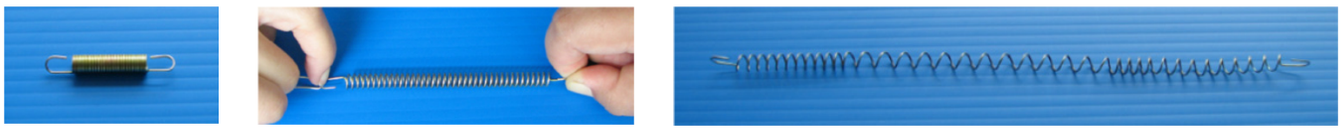
กำหนดสัญลักษณ์ E_p แทนพลังงานศักย์ในสปริง ซึ่งเรียกว่า พลังงานศักย์ยืดหยุ่นของสปริง งานของแรงที่ดึงหรือกดสปริงให้มีระยะเปลี่ยนไป s จากตำแหน่งสมดุลมีค่าดังสมการ

$$E_p = \frac{1}{2}ks^2$$

หน่วยของพลังงานศักย์ยืดหยุ่น คือ จูล (J) เช่นเดียวกับหน่วยของงาน

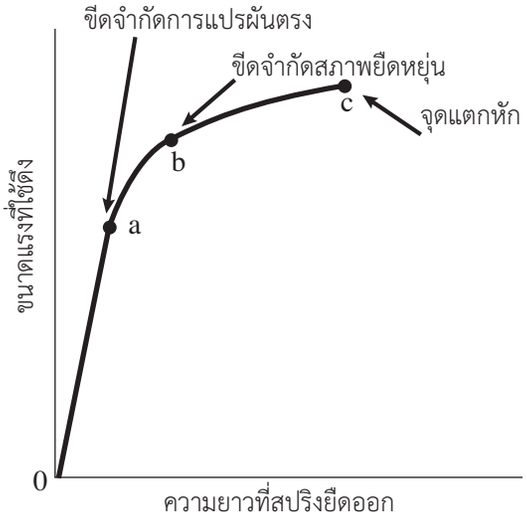
3. สภาพยืดหยุ่น

สภาพยืดหยุ่น (elasticity) เป็นสมบัติของวัสดุที่มีการเปลี่ยนแปลงรูปร่าง เมื่อมีแรงมากระทำและสามารถคืนตัวกลับสู่รูปร่างเดิมเมื่อหยุดออกแรงกระทำ เมื่อดึงสปริงให้ยืดออกจะพบว่าความยาวที่สปริงยืดออกแปรผันตรงกับขนาดของแรงดึง แต่ถ้าเพิ่มแรงดึงสปริงให้ยืดออกไปเรื่อย ๆ อีก เมื่อถึงระยะหนึ่ง จะพบว่าความยาวที่สปริงยืดออกไม่แปรผันตรงกับขนาดของแรงดึง



ก. ก่อนสปริงถูกดึง ข. สปริงถูกยืดจนใกล้ขีดจำกัดสภาพยืดหยุ่น ค. สปริงถูกยืดจนเกินขีดจำกัดสภาพยืดหยุ่น

ภาพ รูปร่างของสปริงเมื่อถูกแรงกระทำ



กราฟความสัมพันธ์ระหว่างความยาวที่สปริงยืดออกกับขนาดของแรงดึง

จากกราฟความสัมพันธ์ระหว่างความยาวที่สปริงยืดออกกับขนาดของแรงดึงแสดงให้เห็นว่า ความยาวที่สปริงยืดออกแปรผันตรงกับขนาดของแรงดึงอยู่ในช่วงแรกเท่านั้น คือ ในช่วง 0a ของเส้นกราฟ ซึ่งการยืดของสปริงจะเป็นไปตามกฎของฮุก หลังจากนั้นความยาวที่สปริงยืดออกจะไม่แปรผันตรงกับขนาดของแรงดึง จุด a ซึ่งเป็นตำแหน่งสุดท้ายที่ความยาวที่สปริงยืดออกแปรผันตรงกับขนาดของแรงดึง เรียกว่า ขีดจำกัดการแปรผันตรง (proportional limit) ถ้าออกแรงดึงสปริงให้ยืดอีกเล็กน้อยจนถึงจุด b เมื่อหยุดออกแรงกระทำ พบว่าสปริงจะกลับไปอยู่ในสภาพเดิม ตำแหน่งสุดท้าย (จุด b) ที่สปริงยืดออกแล้วยังสามารถคืนตัวกลับสู่สภาพเดิมได้เรียกว่า ขีดจำกัดสภาพยืดหยุ่น (elastic limit) จะเห็นว่าเส้นกราฟช่วง 0b เป็นช่วงที่สปริงสามารถคืนตัวสู่รูปร่างเดิมได้ สภาพของวัสดุในช่วง 0b ก็คือสภาพยืดหยุ่น ส่วนช่วงของกราฟตั้งแต่จุด b เป็นต้นไป สปริงเปลี่ยนรูปร่างไปอย่างถาวร ไม่สามารถกลับสู่สภาพเดิม และถ้าดึงต่อไปก็จะถึงจุด c ซึ่งเป็นจุดที่เส้นวัสดุขาด จุดนี้เรียกว่า จุดแตกหัก (breaking point) สภาพของวัสดุในช่วง bc ก็คือ สภาพพลาสติก

4. กฎการอนุรักษ์พลังงานกล

พลังงานกลรวมของระบบจะไม่สูญหาย แต่อาจเปลี่ยนจากพลังงานหนึ่งไปเป็นอีกพลังงานหนึ่ง โดยผลรวมของพลังงานยังคงเดิม ซึ่งเป็นไปตามกฎการอนุรักษ์พลังงานกล (law of conservation of mechanical energy) การอนุรักษ์พลังงานกลจะเกิดขึ้นเมื่อไม่มีแรงภายนอกกระทำต่อวัตถุ ทำให้ผลรวมของพลังงานศักย์และพลังงานจลน์ทุกตำแหน่งมีค่าคงตัว

5. การประยุกต์กฎการอนุรักษ์พลังงานกล

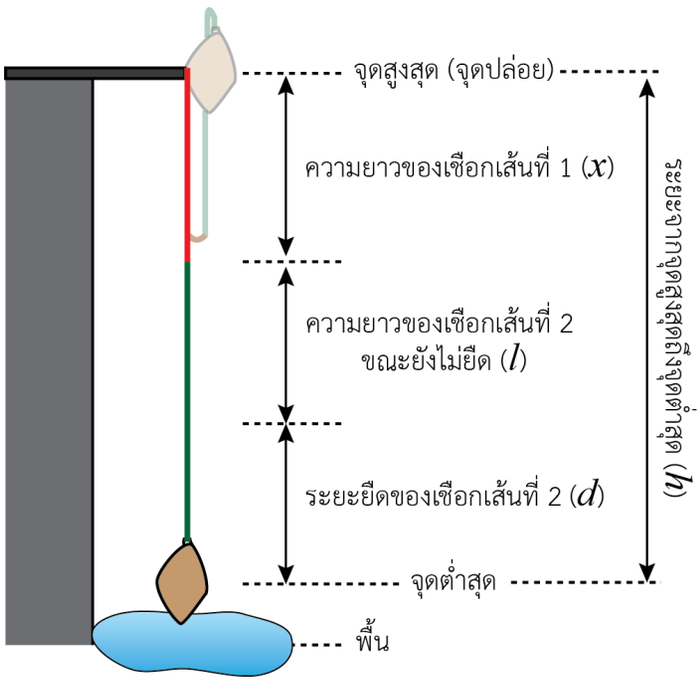
กฎการอนุรักษ์พลังงานกลใช้ในการอธิบายและบรรยายการเคลื่อนที่ของวัตถุ เช่น การเคลื่อนที่แบบวงกลมในระนาบดิ่ง การเคลื่อนที่แบบฮาร์มอนิกอย่างง่าย การเคลื่อนที่ภายใต้สนามโน้มถ่วง

เมื่อพิจารณาบันจีจัมป์จำลอง ซึ่งเป็นการปล่อยถุงทรายที่ผูกเข้ากับปลายเชือกจากที่สูง ถ้ากำหนดว่าเชือกที่ใช้เป็นเชือกเบาและไม่มีมวล จะมีพลังงานที่เกี่ยวข้อง คือ พลังงานจลน์และพลังงานศักย์อธิบายได้ ดังนี้ ก่อนปล่อยถุงทรายจะมีเพียงพลังงานศักย์โน้มถ่วงของถุงทรายและเมื่อกระโดดแล้ว ช่วงที่เชือกยังไม่ยืด พลังงานศักย์โน้มถ่วงลดลง และพลังงานจลน์ของถุงทรายเพิ่มขึ้น ช่วงที่เชือกยืดออก จะมีทั้งพลังงานศักย์ยืดหยุ่นของเชือก พลังงานศักย์โน้มถ่วงและพลังงานจลน์ของถุงทราย ขณะเชือกยืดออกมากที่สุด จะมีแต่พลังงานศักย์โน้มถ่วงของผู้กระโดดและพลังงานศักย์ยืดหยุ่นของเชือก ส่วนพลังงานจลน์ของผู้กระโดดเป็นศูนย์ การเปลี่ยนรูปพลังงานเหล่านี้เป็นไปตามกฎการอนุรักษ์พลังงานกล นั่นคือ ณ ตำแหน่งต่าง ๆ พลังงานกลจะมีค่าคงตัว

จากกฎการอนุรักษ์พลังงานกล

พลังงานศักย์โน้มถ่วงที่จุดสูงสุด = พลังงานศักย์ยืดหยุ่นที่จุดต่ำสุด

$$mgh = \frac{1}{2}kd^2$$



ภาพบันจีจัมป์จำลองและปริมาณต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้อง

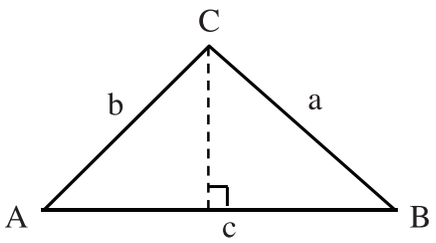
ใบความรู้ที่ 2

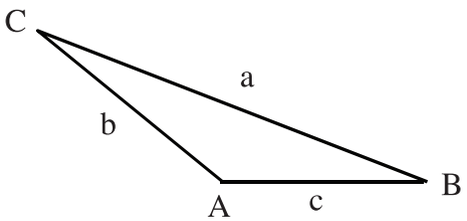
เรื่อง กฎของไซน์

ในชีวิตประจำวันเราต้องเกี่ยวข้องกับปริมาณต่าง ๆ มากมาย ความยาวเป็นปริมาณชนิดหนึ่งที่ใช้บ่อยมาก โดยเรียกในชื่อต่าง ๆ เช่น ความสูง ระยะทาง รัศมี เส้นผ่านศูนย์กลาง การหาความยาวข้างต้น อาจทำได้โดยตรงโดยใช้เครื่องวัด เช่น ไม้เมตร สายวัด แต่บางครั้งการวัดโดยตรงอาจทำได้ยาก ดังนั้นเราจึงต้องใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์

ฟังก์ชันตรีโกณมิติเป็นฟังก์ชันของจำนวนจริงหรือของมุม สามารถนำมาใช้ในการหาความยาวของด้านและขนาดของมุมของรูปสามเหลี่ยมได้ โดยกล่าวถึงความสัมพันธ์ระหว่างด้านและมุมของรูปสามเหลี่ยมและฟังก์ชันตรีโกณมิติดังนี้

กฎของไซน์ ในรูปสามเหลี่ยม ABC ใด ๆ ถ้า a, b และ c เป็นความยาวของด้านตรงข้ามมุม A, B และ C ตามลำดับ



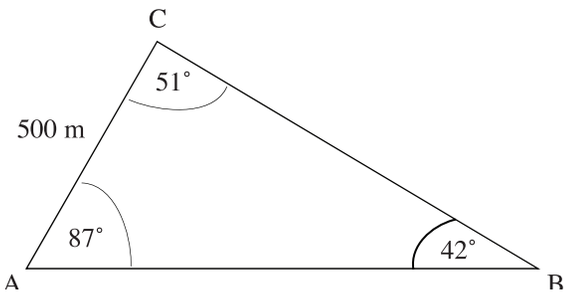


จะได้ $\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c}$

กฎของไซน์ใช้หาความยาวของด้านของรูปสามเหลี่ยมดังตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 1 สวนสาธารณะแห่งหนึ่งมีทางเดินโดยรอบเป็นรูปสามเหลี่ยม กำหนดให้เป็น ABC โดย A, B และ C เป็นมุมที่มีค่า 87, 42 และ 51 องศา ตามลำดับ ถ้าทางเดิน AC มีความยาว 500 เมตร ทางเดิน AB และ BC มีความยาวเท่าใด

วิธีทำ เขียนแผนภาพทางเดินรอบสวนสาธารณะได้ดังนี้



จากกฎของไซน์ จะได้ $\frac{\sin A}{BC} = \frac{\sin B}{AC} = \frac{\sin C}{AB}$

แทนค่า $\frac{\sin 87^\circ}{BC} = \frac{\sin 42^\circ}{500m} = \frac{\sin 51^\circ}{AB}$

จะได้ $$BC = \frac{(500m)(0.9986)}{(0.6691)} \approx 746m$$

$$AB = \frac{(500m)(0.7771)}{(0.6691)} \approx 581m$$

คำตอบ ทางเดิน AB มีความยาวประมาณ 581 เมตร และทางเดิน BC มีความยาวประมาณ 746 เมตร

ตัวอย่างที่ 2 เนตรยืนอยู่บนสนามแห่งหนึ่งมองเห็นยอดเสาธงเป็นมุมเงย 15 องศา แต่เมื่อเดินตรงเข้าไปหาเสาธงอีก 60 เมตร เขามองเห็นยอดเสาธงเป็นมุมเงย 75 องศา ถ้าความสูงจากพื้นถึงระดับสายตาของเนตรมีค่าเป็น 150 เซนติเมตร จงหาความสูงของเสาธง

วิธีทำ ให้ CD เป็นความสูงของเสาธงส่วนที่เหนือระดับสายตา

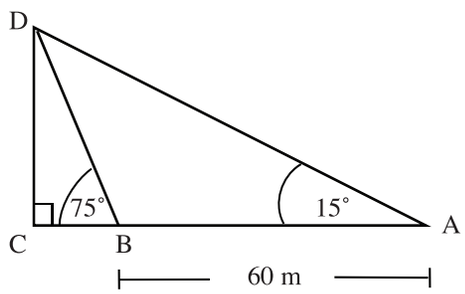
จุด A เป็นจุดที่เนตรมองยอดเสาธงในครั้งแรก

จุด B เป็นจุดที่เนตรมองยอดเสาธงในครั้งหลัง

และระยะ AB เท่ากับ 60 เมตร

เนื่องจาก $C\hat{A}D = 15°$ และ $= 75°$

จะได้ $A\hat{D}B = 60°$



พิจารณา Δ ABD จากกฎของไซน์

จะได้ $$\frac{\sin 15°}{BD} = \frac{\sin 60°}{AB}$$

$$BD = (60m)\frac{\sin 15°}{\sin 60°}$$

พิจารณา Δ BCD จากกฎของไซน์

จะได้ $$\frac{\sin 75°}{CD} = \frac{\sin 90°}{BD}$$

$$CD = BD \sin 75°$$

$$CD = (60m)\frac{\sin 15°}{\sin 60°}\sin 75°$$

$$= (60m)\frac{(0.2588)}{(0.8660)}(0.9659) \approx 17.32m$$

เนื่องจากความสูงจากพื้นถึงระดับสายตาของเนตรเป็น 1.50 เมตร

ดังนั้นเสาธงสูงประมาณ 17.32 เมตร + 1.50 เมตร หรือประมาณ 18.82 เมตร

คำตอบ ความสูงของเสาธงเท่ากับ 18.82 เมตร