**บทที่ 1**

**บทนำ**

**1.1 การนำสถิติไปใช้ในงานวิทยาศาสตร์**

ในชีวิตประจำวันของเราล้วนเกี่ยวข้องกับสถิติเสมออย่างไม่รู้ตัว เรามักจะได้ยินการพูดถึงสถิติในเรื่องต่าง ๆ มากมาย เช่น ประเทศไทยมีสถิติผู้ป่วยเป็นโรคมะเร็งเพิ่มขึ้นมาก หรือในช่วงหยุดเทศกาลต่างๆก็มีการบันทึกสถิติการเกิดอุบัติเหตุต่างๆ เมื่อดูกีฬา ก็มีการเปรียบเทียบกับสถิติที่ผ่านมาว่ามีการทำลายสถิติหรือไม่ คำว่าสถิติจึงคุ้นหูเราอยู่เสมอ ขอบเขตของคำว่า "สถิติ" มีความหมายกว้างขวางมาก โดยสถิติเป็นศาสตร์เป็นวิชาการที่เกี่ยวข้องโดยตรงกับทุกคน เพราะการดำรงชีวิตของเราอยู่ที่การเปรียบเทียบ การวัด การประมาณค่าตลอดจนการนำตัวเลขมาเป็นเกณฑ์มาตรฐานต่าง ๆ อีกทั้งสถิติยังเป็นเครื่องมือที่ใช้ในทางวิทยาศาสตร์ที่นักวิทยาศาสตร์ใช้สรุปผลการทดลองต่าง ๆ ได้อย่างมากมาย เช่น  ด้านวิทยาศาสตร์การแพทย์ ในการคิดค้นวัคซีนป้องกันโรคต่างๆเมื่อมีการผลิตขึ้นมาแล้วต้องมีการทดลอง การสรุปผลการทดลองต้องใช้ศาสตร์ทางด้านสถิตินั่นก็คือการทดสอบสมมติฐานในการสรุปผล หรือทางด้านวิทยาศาสตร์สิ่งแวดล้อม ชีววิทยา เคมี การทดลองต่างๆเมื่อจะทำการทดลองก็ต้องใช้สถิติในเรื่องของการวางแผนการทดลองไปใช้ เมื่อจะสรุปผลการทดลองก็ต้องใช้ศาสตร์ทางสถิตินั่นก็คือการทดสอบสมมติฐานในการสรุปผลอีกเช่นเดียวกัน หรือทางด้านวิทยาศาสตร์คอมพิวเตอร์หากมีการผลิตสื่ออิเล็คทรอนิคส์ หรือออกแบบโปรแกรมใหม่ๆขึ้นมาก็ต้องมีการนำสื่ออิเล็คทรอนิคส์หรือโปรแกรมไปทดลองใช้การสรุปผลก็ต้องใช้สถิติเข้าไปช่วยในการสรุปผลอีกด้วย เป็นต้น

**1.2 ประเภทของข้อมูล**

ข้อมูลสามารถแบ่งได้หลายลักษณะขึ้นอยู่กับว่าผู้ใช้ข้อมูลจะใช้เกณฑ์ใดในการแบ่ง เช่น

* + 1. **แบ่งตามแหล่งที่มา สามารถแบ่งได้เป็น 2 ประเภท คือ**

1.2.1.1 ข้อมูลปฐมภูมิ ( Primary Data) คือ ข้อมูลที่เก็บรวบรวมจากแหล่งข้อมูล

โดยตรง อาจจะเก็บโดยใช้แบบสอบถาม การสัมภาษณ์ การสังเกต การวัด การนับ หรือการทดลองทางวิทยาศาสตร์

* + - 1. ข้อมูลทุติยภูมิ (Secondary Data) คือ ข้อมูลที่ทำการเก็บ

รวบรวมโดยการคัดลอกจากเอกสาร รายงานต่างๆที่มีผู้อื่นจัดทำไว้ เช่น ข้อมูลจากงานทะเบียน ระเบียนสะสม รายงานประจำปี สารานุกรม เอกสารเผยแพร่ เป็นต้น

**1.2.2 แบ่งตามลักษณะของข้อมูล สามารถแบ่งได้เป็น 2 ประเภท คือ**

1.2.2.1 ข้อมูลเชิงปริมาณ ( Quantitative Data) คือ ข้อมูลที่วัดออกมาเป็น

ตัวเลข เช่น ส่วนสูงของต้นพืช ค่า BOD ที่วัดได้จากแหล่งน้ำ ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนก่อนการใช้สื่ออิเล็คทรอนิคส์และหลังการใช้สื่ออิเล็คทรอนิคส์ เป็นต้น

1.2.2.2 ข้อมูลเชิงคุณลักษณะหรือเชิงคุณภาพ (Qualitative Data) คือ ข้อมูลที่

ไม่ได้วัดออกมาเป็นตัวเลขแต่จะแสดงถึงคุณลักษณะของสิ่งนั้น เช่น ความคิดเห็นที่อยู่ในลักษณะข้อความ ระดับการศึกษา อาชีพ เป็นต้น

**1.2.3 แบ่งตามสภาพของข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับกลุ่มตัวอย่าง สามารถแบ่งได้เป็น**

**3 ประเภทดังนี้ คือ**

1.2.3.1 ข้อมูลส่วนบุคคล ( Personal Data) คือข้อมูลที่เกี่ยวกับข้อเท็จจริง

ส่วนตัวของกลุ่มตัวอย่าง เช่น ชื่อสกุล อายุ เพศ ระดับการศึกษา รายได้ อาชีพ เป็นต้น

1.2.3.2 ข้อมูลสิ่งแวดล้อม ( Environmental Data) คือข้อมูลที่เป็นข้อเท็จจริง

เกี่ยวกับสิ่งแวดล้อมของกลุ่มตัวอย่าง เช่น ลักษณะที่อยู่อาศัยที่กลุ่มตัวอย่างอาศัยอยู่

1.2.3.3 ข้อมูลพฤติกรรม ( Behavioral Data) คือข้อมูลที่เป็นคุณลักษณะที่มี

อยู่ในกลุ่มตัวอย่าง เช่น ระดับ IQ ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน แรงจูงใจ เป็นต้น

**1.3 มาตราการวัดข้อมูล**

1.3.1 มาตรานามบัญญัติ (Nominal Scale) เป็นมาตรวัดที่ไม่มีความละเอียด เป็นการแบ่ง

กลุ่มหรือจัดประเภทตามคุณลักษณะของสิ่งต่างๆ เท่านั้น ในการวิเคราะห์ข้อมูลด้วยโปรแกรมสำเร็จรูปทางสถิติต้องมีการลงรหัสเพื่อแทนคำตอบ แต่ค่าที่ใช้กำหนดแต่ละกลุ่มจะไม่มีความหมายในเชิงปริมาณ ไม่สามารถนำไปบวก ลบ คูณ หารกันได้ เช่น

1 แทน เพศชาย

เพศ =

2 แทน เพศหญิง

ข้อมูลมาตราการวัดนี้ จะสามารถหาค่าความถี่กับร้อยละได้ แต่ไม่สามารถหาค่าเฉลี่ย และค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน นอกจากนี้ยังสามารถนำความถี่มาหาค่าฐานนิยม การทดสอบไคสแควร์ และ การทดสอบทวินามได้

* + 1. มาตราเรียงอันดับ (Ordinal Scale) เป็นมาตรวัดที่แบ่งกลุ่มตามลำดับความสำคัญ

สามารถบอกได้ว่ากลุ่มใดดีกว่ากลุ่มอื่นๆ แต่ไม่สามารถบอกปริมาณความมากกว่าหรือน้อยกว่าว่าเป็นเท่าใด เช่น งานอดิเรกที่ชอบทำในวันหยุด โดยให้เรียงลำดับงานอดิเรกที่ชอบทำมากที่สุดเป็นอันดับ 1 รองลงมาเป็นอันดับ 2 ไปเรื่อยๆจนครบตามคำตอบที่กำหนดไว้ เช่น

อันดับที่

* ปลูกต้นไม้ 5
* อ่านหนังสือ 2
* ดูทีวี 1
* เล่นกีฬา 3
* ฟังเพลง 4

จากตัวอย่างบอกได้เพียงว่าผู้ตอบ ชอบดูทีวีมากกว่าอ่านหนังสือ และ ชอบอ่านหนังสือ

มากกว่าเล่นกีฬา แต่ไม่สามารถบอกได้ว่าชอบมากกว่ากันเท่าใด

ข้อมูลมาตราการวัดนี้ จะสามารถหาค่าความถี่ ร้อยละ ควอไทล์ ค่ามัธยฐาน และ

การทดสอบไคสแควร์ได้

1.3.3 มาตราอันตรภาค (Interval Scale) เป็นมาตรวัดที่มีความละเอียด หน่วยการวัดคงที่

สามารถระบุความแตกต่างระหว่างสิ่งต่างๆได้ เป็นมาตรวัดที่มีความหมายเชิงปริมาณ แต่ไม่มีศูนย์ที่แท้จริง (true zero) ข้อมูลที่ได้จากการวัดระดับนี้ สามารถนำมาบวกลบกันได้ แต่ไม่สามารถนำมาคูณและหารกันได้ เช่น อุณหภูมิ 0o C เป็นจุดเยือกแข็ง ไม่ใช่ว่าไม่มีอุณหภูมิอยู่ สำหรับข้อมูลที่วัดระดับความพึงพอใจที่เรียกว่า Likert scale ที่มีตั้งแต่ 5 ระดับขึ้นไปเราจะถือว่าอยู่ในมาตรการวัดนี้ด้วย แต่จะต้องมีการให้หมายเลขที่มีระยะห่างเท่าๆกัน เช่น

มากที่สุด แทนด้วย 5

มาก แทนด้วย 4

ปานกลาง แทนด้วย 3

น้อย แทนด้วย 2

น้อยที่สุด แทนด้วย 1

ข้อมูลมาตราการวัดนี้ จะสามารถหาค่าความถี่ ร้อยละ ฐานนิยม การทดสอบไคสแควร์ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานได้

1.3.4 มาตราอัตราส่วน (Ratio Scale) เป็นมาตรวัดในระดับที่มีความละเอียดมากที่สุดเท่าที่มีอยู่ มีศูนย์ที่แท้จริงซึ่งเป็นจุดเริ่มต้น เช่น นายมาดีมีเงิน 0 บาท แสดงว่า นายมาดีไม่มีเงินอยู่เลย สำหรับข้อมูลมาตราการวัดนี้ จะสามารถวิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้เทคนิคทางสถิติได้เกือบทุกชนิด

**1.4 ประเภทของสถิติ**

สามารถแบ่งประเภทของสถิติออกได้เป็น 2 ชนิด คือ

1.4.1 สถิติพรรรณนาเป็นสถิติที่เป็นการบรรยายลักษณะทั่วไปของข้อมูล ผลการวิเคราะห์

จะใช้อธิบายเฉพาะกลุ่มที่นำมาศึกษาเท่านั้น ไม่สามารถนำผลลัพธ์ที่ได้ไปอ้างอิงถึงกลุ่มอื่นได้

1.4.2 สถิติเชิงอนุมาน เป็นเทคนิคที่นำข้อมูลเพียงบางส่วนที่เป็นกลุ่มตัวอย่างไปศึกษา และจากข้อมูลกลุ่มตัวอย่างนี้ จะนำไปเป็นตัวแทนของประชากรทั้งหมด โดยการอ้างอิงด้วยเทคนิคทางสถิติ เช่น การประมาณค่าและการทดสอบสมมติฐาน การวิเคราะห์ถดถอยและสหสัมพันธ์ การวิเคราะห์ความแปรปรวน การวิเคราะห์อนุกรมเวลา เป็นต้น

**1.5 ประเภทของการสุ่มตัวอย่าง**

ในงานวิจัยต่างๆทางด้านวิทยาศาสตร์ หรือทางด้านอื่นๆบางครั้งประชากรที่นำมาใช้มีจำนวนมากไม่สามารถที่จะเก็บรวบรวมข้อมูลทั้งหมดของประชากรได้ ดังนั้นจึงต้องเก็บรวบรวมข้อมูลจากกลุ่มตัวอย่าง การได้มาซึ่งตัวอย่างที่เป็นตัวแทนที่ดีของประชากรต้องอาศัยเทคนิคทางสถิติที่เรียกว่า เทคนิคการสุ่มตัวอย่าง ซึ่งสามารถแบ่งเป็นประเภทใหญ่ๆได้ 2 ประเภท คือ

การสุ่มตัวอย่างโดยใช้ทฤษฎีความน่าจะเป็น (Probability Sampling) และ การสุ่มตัวอย่างโดยไม่ใช้ทฤษฎีความน่าจะเป็น (Non Probability Sampling)

**1.5.1 การสุ่มตัวอย่างโดยใช้ทฤษฎีความน่าจะเป็น (Probability Sampling)**

1.5.1.1 การสุ่มตัวอย่างสุ่มอย่างง่าย (Simple random Sampling)

การสุ่มตัวอย่างสุ่มอย่างง่ายเป็นการสุ่มตัวอย่างจากประชากรทั้งหมด โดยให้แต่ละหน่วยมีโอกาสถูกเลือกเท่าๆกันทุกหน่วย สำหรับวิธีการเลือกตัวอย่างสามารถทำได้หลายวิธี แต่วิธีที่นิยมใช้กัน เช่น ใช้วิธีการจับฉลาก ซึ่งเป็นวิธีที่เหมาะกับขนาดตัวอย่างไม่มากนักและการใช้ตารางเลขสุ่ม

1.5.1.2 การสุ่มตัวอย่างแบบมีระบบ (Systematic Sampling)

การสุ่มตัวอย่างแบบมีระบบ คือ การสุ่มตัวอย่างที่ทำการเลือกหน่วยตัวอย่างแรกแบบสุ่ม จากหน่วยที่ 1 ถึง หน่วยที่ k โดยที่ k =  และต่อจากนั้นจะเลือกหน่วยตัวอย่างต่อไปทุกๆ k หน่วย จนกระทั่งครบ n หน่วยตามที่ต้องการ กล่าวคือ ถ้าเลือกได้หน่วยตัวอย่างแรกเป็นหน่วยที่ i เมื่อ 1 ≤ i ≤ k หน่วยตัวอย่างที่จะถูกเลือกเป็นตัวอย่างคือ หน่วยตัวอย่างที่ i , i +k , i +2k ,i+3k , ………….. , i+(n – 1)k

เช่น สมมติว่าถ้า k = 20 และเลือกได้หน่วยตัวอย่างแรกเป็นหน่วยที่ 9 ดังนั้นตัวอย่างที่จะถูกเลือกต่อไปคือ หน่วยที่ 29 , 49 , 69 , 89 ,………ฯลฯ จนกระทั่งครบ n หน่วย การสุ่มตัวอย่างดังกล่าวอาจถูกเรียกว่าเป็น การสุ่มตัวอย่างแบบมีระบบทุกๆ k หน่วย

1.5.1.3 การสุ่มตัวอย่างแบบแบ่งชั้นภูมิ (Stratified random sampling)

การสุ่มตัวอย่างแบบแบ่งชั้นภูมิ เป็นการเลือกตัวอย่างจากประชากรที่มีการแบ่งออกเป็นชั้นภูมิ ( stratum ) ตามลักษณะบางอย่าง แล้วเลือกตัวแทนของประชากรในแต่ละชั้นภูมิขึ้นมาจำนวนหนึ่ง เพื่อเป็นตัวอย่างในการสำรวจ วิธีการแบ่งประชากรออกเป็นชั้นภูมิ เรียกว่า stratification แต่ละชั้นภูมิของประชากรที่แบ่งออกไปเรียกว่า stratum หลักสำคัญในการแบ่งก็คือ ให้หน่วยที่อยู่ในชั้นภูมิเดียวกันควรมีความคล้ายคลึงกัน (homogeneity within stratum) มากที่สุด แต่มีความแตกต่างกันระหว่างชั้นภูมิมากที่สุด (heterogeneity between stratum )

เช่น

จากรูป เป็นการเลือกตัวอย่างแบบแบ่งชั้นภูมิ โดยแบ่งประชากรออกเป็น 3 ชั้นภูมิ คือ อาจารย์ เจ้าหน้าที่ และนักศึกษา ซึ่งภายในแต่ละชั้นภูมิจะมีลักษณะที่คล้ายกัน แต่ในระหว่างกลุ่มอาจารย์ กลุ่มเจ้าหน้าที่ และกลุ่มนักศึกษามีความแตกต่างกัน

1.5.1.4 การสุ่มตัวอย่างแบบแบ่งกลุ่ม (Cluster randoms sampling)

เป็นการสุ่มตัวอย่างโดยที่ประชากรอยู่รวมกันเป็นกลุ่ม ๆ (Cluster) โดยแต่ละกลุ่มมีลักษณะภายในกลุ่มที่หลากหลายหรือมีความแตกต่าง แต่ระหว่างกลุ่มมีความคล้ายคลึงกัน เช่น กลุ่มเกษตรในหมู่บ้าน กลุ่มนักเรียนในห้องเรียน เป็นต้น จำนวนของกลุ่มต่าง ๆ จะถูกสุ่มขึ้นมาทำการศึกษา เมื่อสุ่มได้กลุ่มใดก็จะนำสมาชิกที่อยู่ในกลุ่มนั้น ๆ ทั้งหมดมาทำการศึกษา เช่น การศึกษาเกี่ยวกับครัวเรือนในประเทศไทย เราอาจแบ่งครัวเรือนออกเป็นกลุ่มโดยใช้ตำบลเป็นหลัก แล้วทำการสุ่มตำบล เมื่อสุ่มตำบลแล้ว ก็ทำการเก็บรวบรวมข้อมูลจากทุกครัวเรือนที่อยู่ในตำบลที่สุ่มได้นั้น ๆ

**1.5.2 การสุ่มตัวอย่างโดยไม่ใช้ทฤษฎีความน่าจะเป็น (Non Probability Sampling)**

การเลือกตัวอย่างโดยไม่ใช้ทฤษฎีความน่าจะเป็น (Non Probability Sampling)

เป็นการเลือกตัวอย่างที่เหมาะกับกรณีที่ไม่มีกรอบตัวอย่างหรือในกรณีที่กรอบตัวอย่างไม่สมบูรณ์ ข้อมูลมีการกระจายมาก ต้องการประหยัดเวลาและค่าใช้จ่ายในการเก็บรวบรวมข้อมูล โดยการเลือกตัวอย่างโดยไม่ใช้ทฤษฎีความน่าจะเป็นที่นิยมใช้จะมีอยู่ 3 วิธีคือ

1.5.2.1 การสุ่มตัวอย่างตามความสะดวก (Convenience Sampling)

เป็นการสุ่มตัวอย่างตามความสะดวกของผู้จัดเก็บข้อมูล เช่น โทรศัพท์ถามความเห็น การออกจดหมายส่งแบบสอบถาม เป็นต้น โดยการสุ่มตัวอย่างชนิดนี้จะไม่สามารถประมาณค่าพารามิเตอร์ของประชากรที่สนใจได้

1.5.2.2 การสุ่มตัวอย่างโดยใช้วิจารณญาณ (Judgment Sampling)

เป็นการเลือกตัวอย่างโดยตัดสินใจว่าจะเลือกตัวอย่างใดเป็นตัวแทนของประชากร โดยเจาะจงหน่วยตัวอย่างที่จะเลือกไว้แล้ว เช่น กำหนดเกณฑ์การศึกษากลุ่มโดยคัดเลือกดูจากขนาดครอบครัว รายได้ ฯลฯ สำหรับการเลือกตัวอย่างแบบนี้ผู้วิจัยจะต้องมีความรู้และประสบการณ์ รวมทั้งมีการวางแผนเป็นอย่างดีในการเลือกตัวอย่างขึ้นมาเป็นตัวแทนประชากร ถึงแม้ว่าการสุ่มตัวอย่างแบบนี้จะไม่สามารถบอกถึงระดับความผิดพลาดได้อย่างแน่ชัด แต่จะให้ผลดีกว่าการสุ่มตัวอย่างตามความสะดวก

1.5.2.3 การสุ่มตัวอย่างโดยการกำหนดโควตา (Quota Sampling)

การสุ่มตัวอย่างโดยการกำหนดโควตาเรียกอีกอย่างหนึ่งว่าการสุ่มตัวอย่างแบบกำหนดจำนวน ในการสุ่มแบบนี้ ประชากรจะถูกแบ่งออกเป็นกลุ่มตามลักษณะที่เลือกเอาไว้เป็น เพศ อายุ การศึกษา ฯลฯ โดยกำหนดสัดส่วนของแต่ละกลุ่ม เช่น จะศึกษาประชากร 300 คน ก็ให้ประมาณว่าจะใช้เพศชาย เพศหญิงอย่างละกี่คน ระดับการศึกษา อายุ รายได้ จำนวนกลุ่มละเท่าไร การจัดสัดส่วนระหว่างกลุ่มพยายามให้มีเท่ากันในแต่ละกลุ่ม แล้วจึงลงมือเก็บข้อมูลแบบใช้ความสะดวก (Convenience Sampling) คือเก็บเฉพาะคนที่ให้ความร่วมมือจนครบจำนวนตามต้องการ โดยข้อจำกัดของการสุ่มแบบนี้คือ ผู้วิจัยจะไม่ทราบสัดส่วนที่แน่นอนของผู้ตอบแต่ละกลุ่ม และการคัดเลือกผู้ที่มีคุณสมบัติตรงตามกำหนด ในทางปฏิบัติเป็นไปได้ยาก

**1.6 การกำหนดขนาดตัวอย่าง**

ในการเก็บรวบรวมข้อมูลโดยการสำรวจด้วยตัวอย่าง ปัญหาที่พบเสมอก็คือ ควรจะใช้ขนาดตัวอย่างเท่าไร โดยทั่วไปหากใช้ตัวอย่างที่มีขนาดใหญ่จะทำให้การประมาณค่าหรือการทดสอบสมมติฐานมีความแม่นยำ แต่ในทางปฏิบัติจะมีข้อจำกัดในการกำหนดขนาดตัวอย่าง เช่น ระยะเวลา งบประมาณ เป็นต้น

สำหรับวิธีกำหนดขนาดตัวอย่าง แบ่งออกเป็น 2 ประเภท คือ ประเภทที่ 1 การใช้ตารางกำหนดขนาดตัวอย่าง และ ประเภทที่ 2 การคำนวณโดยใช้สูตร

**1.6.1 การใช้ตารางกำหนดขนาดตัวอย่าง ที่นิยมใช้ ตารางของทาโร ยามาเน**

**(Taro Yamane) และ ตารางของเครจซี่และมอร์แกน ( R. V. Krejcie and D.W. Morgan)**

ตัวอย่างตารางของทาโร ยามาเน

ตารางกำหนดขนาดตัวอย่างของ Taro Yamane ที่ระดับความเชื่อมั่น 95%

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **ขนาดประชากร** | **ขนาดตัวอย่างตามความคลาดเคลื่อน** | | | | | |
| **±1%** | **±2%** | **±3%** | **±4%** | **±5%** | **±10%** |
| **500**  **1,000**  **1,500**  **2,000**  **2,500** | -  -  -  -  - | -  -  -  -  1,250 | -  -  638  718  769 | -  385  441  476  500 | 222  286  361  333  345 | 83  91  94  95  96 |
| **3,000**  **3,500**  **4,000**  **4,500**  **5,000** | -  -  -  -  - | 1,364  1,458  1,538  1,607  1,667 | 811  843  870  891  909 | 517  530  541  549  556 | 353  359  364  367  370 | 97  97  98  98  98 |
| **6,000**  **7,000**  **8,000**  **9,000**  **10,000** | -  -  -  -  5,000 | 1,765  1,842  1,905  1,957  2,000 | 938  959  976  989  1,000 | 566  574  580  584  588 | 375  378  381  383  385 | 98  98  99  99  99 |
| **15,000**  **20,000**  **25,000**  **50,000**  **100,000**  **>100,000** | 6,000  6,667  7,143  8,333  9,091  10,000 | 2,143  2,222  2,273  2,381  2,439  2,500 | 1,034  1,053  1,064  1,087  1,099  1,111 | 600  606  610  617  621  625 | 390  392  394  397  398  400 | 99  100  100  100  100  100 |

ตารางกำหนดขนาดตัวอย่างของ Taro Yamane ที่ระดับความเชื่อมั่น 99%

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **ขนาดประชากร** | **ขนาดตัวอย่างตามความคลาดเคลื่อน** | | | | |
| **±1%** | **±2%** | **±3%** | **±4%** | **±5%** |
| **500**  **1,000**  **1,500**  **2,000**  **2,500** | -  -  -  -  - | -  -  -  -  - | -  -  -  -  - | -  -  726  826  900 | -  474  563  621  622 |
| **3,000**  **3,500**  **4,000**  **4,500**  **5,000** | -  -  -  -  - | -  -  -  -  - | 1364  1458  1539  1607  1667 | 958  1003  1041  1071  1098 | 692  716  735  750  763 |
| **6,000**  **7,000**  **8,000**  **9,000**  **10,000** | -  -  -  -  - | 2903  3119  3303  3462  \3600 | 1765  1842  1905  1957  2000 | 1139  1171  1196  1216  1233 | 783  798  809  818  826 |
| **15,000**  **20,000**  **25,000**  **50,000**  **100,000**  **>100,000** | -  -  11842  15517  18367  22500 | 4091  4390  4592  5056  5325  5625 | 2143  2222  2273  2381  2439  2500 | 1286  1314  1331  1368  1387  1406 | 849  861  869  884  892  900 |

**ตัวอย่าง**

ถ้าจำนวนประชากร 2,500 คน ที่ระดับความเชื่อมั่น 95% ความคลาดเคลื่อนที่ผู้วิจัยยอมรับได้ 3% จะใช้จำนวนตัวอย่างเพื่อการวิจัยในครั้งนี้เท่ากับ 769 คน ในกรณีที่จำนวนของประชากรไม่มีในตารางอาจจะใช้การประมาณขนาดตัวอย่างโดยเลือกใช้ขนาด ประชากรที่มีจำนวนใกล้เคียงที่สุดหรือใช้วิธีเปรียบเทียบสัดส่วน

ตัวอย่างตารางกำหนดขนาดตัวอย่างของเครจซี่และมอร์แกน

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **ขนาดประชากร** | **ขนาดตัวอย่าง** | **ขนาดประชากร** | **ขนาดตัวอย่าง** | **ขนาดประชากร** | **ขนาดตัวอย่าง** |
| 10  15  20  25  30  35  40  45  50  55  60  65  70  75  80  85  90  95  100  110  120  130  140  150  160  170  180  190  200  210 | 10  14  19  24  28  32  36  40  44  48  52  56  59  63  66  70  73  76  80  86  92  97  103  108  113  118  123  127  132  136 | 220  230  240  250  260  270  280  290  300  320  340  360  380  400  420  440  460  480  500  550  600  650  700  750  800  850  900  950  1,000  1,100 | 140  144  148  152  155  159  162  165  169  175  181  186  191  196  201  205  210  214  217  226  234  242  248  254  260  265  269  274  278  285 | 1,200  1,300  1,400  1,500  1,600  1,700  1,800  1,900  2,000  2,200  2,400  2,600  2,800  3,000  3,500  4,000  4,500  5,000  6,000  7,000  8,000  9,000  10,000  15,000  20,000  30,000  40,000  50,000  75,000  100,000 | 291  297  302  306  310  313  317  320  322  327  331  335  338  341  345  351  354  357  361  364  367  368  370  375  377  378  380  381  382  384 |

**1.6.2 การคำนวณจำนวนของตัวอย่างโดยใช้สูตร**

ซึ่งมีหลายสูตร แต่ละสูตรมีเงื่อนไขแตกต่างกัน เช่น พารามิเตอร์ที่ผู้วิจัยต้องการวิเคราะห์ ขนาดประชากร ความคลาดเคลื่อนระหว่างค่าพารามิเตอร์กับ ค่าสถิติ ระดับความเชื่อมั่น ระดับนัยสำคัญ เป็นต้น โดยในบทนี้จะขอกล่าวเพียงวิธีที่นิยมใช้ 4 วิธี ดังนี้

1.6.2.1 เมื่อทราบจำนวนของประชากรและผู้วิจัยกำหนดความคลาดเคลื่อนระหว่าง

ค่าพารามิเตอร์กับค่าสถิติคำนวณโดยใช้สูตรของทาโร ยามาเน ที่ระดับความเชื่อมั่น 95%

จากสูตร 

เมื่อ n เป็น จำนวนของตัวอย่าง

N เป็น จำนวนของประชากร

e เป็น สัดส่วนของความคลาดเคลื่อนเทียบกับค่าพารามิเตอร์

**ตัวอย่าง** ถ้าในงานวิจัยมีจำนวนประชากร4,000 คนความคลาดเคลื่อนที่ผู้วิจัยยอมรับได้ 5% จะใช้จำนวนตัวอย่างเพื่อการวิจัยครั้งนี้เท่ากับ

**วิธีทำ** จากสูตร 



คน

* + - 1. เมื่อทราบจำนวนของประชากรและสัดส่วนตามลักษณะที่ผู้วิจัยต้องการศึกษา

จากกลุ่มประชากรกำหนดความคลาดเคลื่อนระหว่างค่าพารามิเตอร์กับค่าสถิติและระดับความเชื่อมั่น คำนวณโดยใช้สูตรของเครจซี่และมอร์แกน

จากสูตร 

เมื่อ n เป็นจำนวนของตัวอย่าง

N เป็นจำนวนของประชากร

e เป็นสัดส่วนของความคลาดเคลื่อนเทียบกับค่าพารามิเตอร์

p เป็นสัดส่วนตามลักษณะที่ผู้วิจัยต้องการศึกษาจากกลุ่มประชากร

χ2เป็นค่าไคสแควร์ (Chi – Square) ที่องศาความเป็นอิสระเท่ากับ 1

และระดับความเชื่อมั่น (1-α)100%

**ตัวอย่าง** ในการศึกษาภาวการณ์เป็นผู้นำของอาจารย์ในมหาวิทยาลัยแห่งหนึ่งที่มีอาจารย์จำนวน 600 คน โดยยอมให้เกิดความคลาดเคลื่อนได้ 5% และที่ระดับความเชื่อมั่น 95% จะต้องใช้ขนาดตัวอย่างเท่าใด ถ้าร้อยละ 50 ของคนทำงานในมหาวิทยาลัยแห่งนี้เป็นอาจารย์

**วิธีทำ** จากสูตร 

จะได้ N = 600 , e = 0.05 , p =0.5 และ 

ทำให้ 

ดังนั้น เพื่อให้เกิดความคลาดเคลื่อน 5% และระดับความเชื่อมั่น 95% จะต้องใช้ขนาดตัวอย่าง 234 ตัวอย่าง

* + - 1. ต้องการวิเคราะห์ค่าเฉลี่ยของประชากร โดยกำหนดความคลาดเคลื่อนระหว่าง

ค่าเฉลี่ยของประชากรกับค่าเฉลี่ยของกลุ่มตัวอย่างไม่เกิน e และระดับนัยสำคัญ α หรือที่ระดับความเชื่อมั่น (1 - α)100% สำหรับการวิเคราะห์สองด้าน

จากสูตร 

เมื่อ n เป็นจำนวนของตัวอย่าง

 เป็นค่าปกติมาตรฐานที่ 

σ เป็นส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของประชากร

e เป็นค่าความคลาดเคลื่อนระหว่างค่าเฉลี่ยของประชากรกับค่าเฉลี่ยของ

กลุ่มตัวอย่างถ้าไม่ทราบค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของประชากรให้ประมาณด้วยส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของกลุ่มตัวอย่าง

**ตัวอย่าง** นักจิตวิทยาผู้หนึ่งตรวจพบว่า ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของระยะเวลาที่เกิดปฏิกิริยาตอบสนองเป็น 0.07 วินาที จะต้องใช้จำนวนตัวอย่างเท่าใดเพื่อทำให้มีความเชื่อมั่น 99% และมีค่าความคลาดเคลื่อนจากค่าเฉลี่ยไม่เกิน 0.02 วินาที

**วิธีทำ** จากโจทย์ทราบว่าσ = 0.07 e= 0.02 และ 

จากสูตร 



ดังนั้น เพื่อให้เกิดความเชื่อมั่น 99% ค่าความคลาดเคลื่อนไม่เกิน 0.02 วินาที จะต้องใช้ขนาดตัวอย่าง 81 ตัวอย่าง

1.6.2.4 ต้องการวิเคราะห์สัดส่วนของประชากร โดยกำหนดความคลาดเคลื่อนระหว่างสัดส่วนของประชากรกับสัดส่วนของกลุ่มตัวอย่างไม่เกิน e และระดับนัยสำคัญ α สำหรับการวิเคราะห์สองด้าน

จากสูตร 

เมื่อ n เป็นจำนวนของตัวอย่าง

เป็นค่าปกติมาตรฐานที่ 

 เป็นสัดส่วนลักษณะที่ศึกษาของกลุ่มตัวอย่าง

 เป็นสัดส่วนลักษณะที่ไม่ได้ศึกษาของกลุ่มตัวอย่าง ซึ่ง 

E เป็นค่าความคลาดเคลื่อนระหว่างสัดส่วนของประชากรกับสัดส่วนของกลุ่มตัวอย่าง

**ตัวอย่าง** ต้องการประมาณสัดส่วนของประชาชนที่มีความพึงพอใจต่อการให้บริการของศูนย์วิทยาศาสตร์แห่งหนึ่ง ให้ความคลาดเคลื่อนไม่เกิน 15% ที่ระดับความเชื่อมั่น 95% ควรสุ่มตัวอย่างจำนวนเท่าใด จากข้อมูลเก่าทราบว่ามีร้อยละ 45 ของประชาชนที่มีความพึงพอใจต่อการให้บริการของศูนย์วิทยาศาสตร์

**วิธีทำ** จากโจทย์จะได้ e= 0.15 และ ****

จากสูตร 





ดังนั้น การประมาณสัดส่วนของประชาชนที่มีความพึงพอใจต่อการให้บริการของศูนย์วิทยาศาสตร์ควรสุ่มสอบถามจากประชาชน 42 คน

**1.7 บทสรุป**

สถิติเป็นศาสตร์ที่เกี่ยวข้องโดยตรงกับทุกคน เพราะการดำรงชีวิตของเราอยู่ที่การเปรียบเทียบ การวัด การประมาณค่าตลอดจนการนำตัวเลขมาเป็นเกณฑ์มาตรฐานต่าง ๆ อีกทั้งสถิติยังเป็นเครื่องมือที่ใช้ในทางวิทยาศาสตร์ที่นักวิทยาศาสตร์ใช้สรุปผลการทดลองต่าง ๆ ได้อย่างมากมาย โดยการที่จะใช้การวิเคราะห์ทางสถิติได้อย่างมีคุณภาพนั้นผู้วิเคราะห์ควรต้องทราบก่อนว่าข้อมูลที่เรานำมาวิเคราะห์นั้นเป็นข้อมูลประเภทใด หรือเป็นข้อมูลชนิดใด และควรเลือกสุ่มขนาดตัวอย่างมาใช้ในการวิเคราะห์เท่าใด เพื่อให้การวิเคราะห์โดยใช้วิธีการวิเคราะห์ทางสถิติแม่นยำมากขึ้น

**แบบฝึกหัดบทที่ 1**

1. จากการสำรวจนักศึกษาชั้นปีที่ 1 สาขาวิชาวิทยาการคอมพิวเตอร์เกี่ยวกับการมีคอมพิวเตอร์โน๊ตบุ๊คใช้ พบว่า ร้อยละ 35 มีคอมพิวเตอร์โน๊ตบุ๊คใช้ โดยเป็นเพศชายร้อยละ 45

จากข้อความนี้เป็นตัวอย่างของสถิติพรรณนาหรือสถิติอนุมาน จงอธิบายโดยให้เหตุผลประกอบคำอธิบาย

2. จากข้อมูลที่กำหนดให้ จงบอกชนิดของข้อมูลว่าเป็นข้อมูลเชิงคุณภาพ หรือข้อมูลเชิงปริมาณ

ก. ปริมาณเม็ดเลือดขาวที่ตรวจพบในเลือด 1 หยด

ข. การงอกของต้นพืชในแปลงทดลอง

ค. สาเหตุการตายของผู้ป่วยที่มารับการรักษาที่โรงพยาบาลแห่งหนึ่ง

ง. ส่วนสูงและน้ำหนักของสุกรที่บริโภคอาหารต่างชนิดกัน

จ. จำนวนชิ้นส่วนคอมพิวเตอร์ที่ชำรุดที่ผลิตจากโรงงานแห่งหนึ่ง

3. จากข้อมูลที่กำหนดให้ จงบอกชนิดของมาตราการวัดข้อมูล

ก. อุณหภูมิในร่างกายของผู้ป่วยหลังเข้ารับการผ่าตัด

ข. ระยะการป่วยของโรคมะเร็ง

ค. ปริมาณสังกะสีที่ตรวจพบจากน้ำที่เก็บมาจากแหล่งน้ำแห่งหนึ่ง

ง. ชนิดของโปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่ใช้ในการผลิตสื่อคอมพิวเตอร์ช่วยสอน

จ. ปริมาณน้ำตาลในเลือดที่ลดลงเมื่อบริโภคสมุนไพรต่างชนิดกัน

4. นักวิจัยท่านหนึ่งต้องการสำรวจทัศนคติของประชาชนที่มีต่อการสร้างโรงงานผลิตกระแสไฟฟ้าจากเปลือกไม้ยูคาลิปตัส ในหมู่บ้านแห่งหนึ่ง จากงานวิจัยนี้จงบอก ประชากร กลุ่มตัวอย่าง ที่ต้องใช้ในงานวิจัยนี้

5. นักวิจัยท่านหนึ่งต้องการประมาณสัดส่วนของนักศึกษามหาวิทยาลัยราชภัฏแห่งหนึ่งที่มีพฤติกรรมการสูบบุหรี่ ให้ค่าความคลาดเคลื่อนไม่เกิน 5% ที่ระดับความเชื่อมั่น 99% ควรสุ่มตัวอย่างมาจำนวนเท่าใด โดยจากข้อมูลเก่าทราบว่ามีร้อยละ 30 ของนักศึกษาที่มีพฤติกรรมการสูบบุหรี่

6. จากการสำรวจความพึงพอใจของนักศึกษาที่ใช้บริการรถไฟฟ้าของมหาวิทยาลัยราชภัฎบุรีรัมย์

ถ้านักวิจัยต้องการให้ข้อมูลมีความเชื่อมั่น 95 % โดยมีค่าความคลาดเคลื่อนจากค่าเฉลี่ยของคะแนน

ความพึงพอใจที่มีต่อการใช้บริการรถไฟฟ้า ไม่เกิน 0.02 คะแนน ถ้าพบว่าในเรื่องนี้มีผู้เคยสำรวจในลักษณะดังกล่าวแล้ว โดยมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 60 คะแนน อยากทราบว่าต้องใช้ขนาด

ตัวอย่างเท่าใด

7. ในการสำรวจสัดส่วนของผู้ที่ไปใช้สิทธิ์เลือกตั้งนายกองค์การบริหารส่วนตำบลแห่งหนึ่ง

ผู้วิจัยควรใช้ขนาดตัวอย่างเท่าใด ถ้าต้องการให้ความผิดพลาดระหว่างค่าประมาณกับค่าจริงไม่เกิน

7 % ด้วยระดับความเชื่อมั่น 90 % โดยจากข้อมูลย้อนหลังทราบว่าสัดส่วนของผู้ที่ไปใช้สิทธิ์เลือกตั้งนายกองค์การบริหารส่วนตำบลครั้งที่ผ่านมา เท่ากับ 0.7

8. นักวิจัยท่านหนึ่งต้องการประมาณสัดส่วนของนักศึกษามหาวิทยาลัยราชภัฏแห่งหนึ่งที่มีพฤติกรรมการเที่ยวกลางคืน ให้ค่าความคลาดเคลื่อนไม่เกิน 3% ที่ระดับความเชื่อมั่น 90% ควรสุ่มตัวอย่างมาจำนวนเท่าใด โดยจากข้อมูลเก่าทราบว่ามีร้อยละ 15 ของนักศึกษาที่มีพฤติกรรมการเที่ยวกลางคืน

9. ในการสุ่มตัวอย่าง ถ้าค่าสังเกตที่เราไปทำการสำรวจจากทุกหน่วยในประชากรมีลักษณะที่หลากหลายคละกันอยู่ ควรใช้การสุ่มตัวอย่างแบบใด จงอธิบายเหตุผลที่เลือกใช้

10. ถ้าในการสุ่มตัวอย่างไม่ทราบกรอบตัวอย่างควรเลือกใช้การสุ่มตัวอย่างแบบใด

11. จงบอกข้อแตกต่างของการสุ่มตัวอย่างแบบแบ่งกลุ่ม และการสุ่มตัวอย่างแบบแบ่งชั้นภูมิ

**บทที่ 2**

**การนำเสนอข้อมูล**

โดยทั่วไปแล้วการเก็บรวบรวมข้อมูลสถิติในการศึกษางานด้านวิทยาศาสตร์และงานด้านต่างๆนั้นมักจะมีข้อมูลจำนวนมาก ในการทำความเข้าใจจากข้อมูลต่างๆเหล่านี้จึงเป็นการยาก แต่ถ้าหากว่ามีการนำข้อมูลเหล่านี้มาจัดระเบียบใหม่จะทำให้สามารถมองเห็นลักษณะของข้อมูลเหล่านี้ได้ชัดเจนขึ้น

การนำเสนอข้อมูล เป็นระเบียบวีการทางสถิติที่เป็นการนำข้อมูลที่ได้จากการเก็บรวบรวมด้วยวิธีการต่างๆมาจัดระเบียบใหม่เพื่อแสดงรายละเอียดของข้อมูล ทำให้อ่านได้อย่างสะดวกและง่ายขึ้น โดยการนำเสนอข้อมูลทางสถิติสามารถทำได้หลายวิธีขึ้นอยู่กับชนิดของข้อมูล และวัตถุประสงค์ของการนำเสนอ เช่น การนำเสนอในรูปบทความ ตาราง แผนภูมิ และกราฟ

เป็นต้น

**2.1 การนำเสนอข้อมูลเชิงคุณภาพ**

จากบทที่ 1 ได้กล่าวไว้แล้วว่า ข้อมูลเชิงคุณภาพ คือ ข้อมูลที่ไม่ได้วัดออกมาเป็นตัวเลขแต่จะแสดงถึงคุณลักษณะของสิ่งนั้น เช่น ความคิดเห็นที่อยู่ในลักษณะข้อความ ระดับการศึกษา อาชีพ เป็นต้น ดังนั้นวิธีการนำเสนอข้อมูลเชิงคุณภาพที่นิยมใช้กันคือ

**2.1.1 การนำเสนอข้อมูลในรูปบทความ**

เป็นการนำเสนอโดยการบรรยายข้อมูลสถิติเป็นข้อความ การนำเสนอแบบนี้ใช้ในกรณีที่ข้อมูลมีจำนวนไม่มาก มักจะเห็นในหนังสือพิมพ์ รายการวิทยุ หรือสรุปรายงานต่างๆ เช่น

**ตัวอย่างที่ 1** จากหนังสือรายงานสถิติโรค พ.ศ. 2555 ของกรมการแพทย์ มีการเสนอว่า ปีงบประมาณ 2555 มีผู้ป่วยทั่วไปที่เข้ามารับการรักษาในสถานพยาบาลสังกัดกรมการแพทย์

จำนวน 172,672 รายเป็นชาย 78,619 ราย คิดเป็นร้อยละ 46 เป็นหญิง 94,053 ราย คิดเป็นร้อยละ 54

สถานพยาบาลสังกัดกรมการแพทย์ มีผู้ป่วยในเข้ารับการรักษามากที่สุดได้แก่โรงพยาบาลราชวิถี

คิดเป็นร้อยละ 24.5 โรงพยาบาลนพรัตนราชธานี คิดเป็นร้อยละ 17.9 และโรงพยาบาลเลิดสิน คิดเป็นร้อยละ11.5 ตามลำดับ

การนำเสนอข้อมูลด้วยวิธีนี้ หากผู้นำเสนอข้อมูล ต้องการให้เห็นการเปรียบเทียบตัวเลขชัดเจนขึ้น อาจมีการแยกข้อความและตัวเลขออกจากกัน เพื่อให้ผู้อ่านเห็นชัดเจนขึ้น และสามารถเปรียบเทียบข้อมูลได้ง่าย การนำเสนอวิธีการนี้เราจะเรียกว่า การนำเสนอในรูปบทความกึ่งตาราง เช่น

|  |
| --- |
| **ตัวอย่างที่ 2** จากหนังสือรายงานสถิติโรค พ.ศ. 2555 ของกรมการแพทย์ มีการเสนอว่า ปีงบประมาณ 2555 สถานพยาบาลสังกัดกรมการแพทย์ พบว่าโรคที่มีค่าใช้จ่ายมากที่สุด 5 อันดับ ได้แก่ |
| อันดับที่ 1 คือ โรคแอลไซเมอร์จำนวน 15,387.35 บาท |
| อันดับที่ 2 คือโรคลิวคีเมีย จำนวน 12,036.43 บาท |
| อันดับที่ 3 คือโรคสมองเสื่อม จำนวน 7,047.77 บาท |
| อันดับที่ 4 คือ มัลติเปิลสเคลอโรสิส จำนวน 6,355.26 บาท |
| อันดับที่ 5 คือ โรคตับอักเสบเฉียบพลัน จำนวน 6,346.92 บาท |

**2.1.2 การนำเสนอข้อมูลในรูปแบบตาราง**

เป็นการจัดข้อมูลให้อยู่รูปของแถวและสดมภ์ เพื่อให้ข้อมูลง่ายต่อการอ่าน และยังสามารถเปรียบเทียบข้อมูลได้ง่าย โดยทั่วไปจะประกอบไปด้วยส่วนประกอบดังนี้คือ

- หมายเลขตาราง

- ชื่อเรื่อง

- ส่วนของตาราง

- หมายเหตุ

- ที่มาหรือแหล่งข้อมูล

การนำเสนอข้อมูล หากเป็นตารางการจำแนกเพียงลักษณะเดียวเท่านั้นจะเรียกว่า ตารางแบบทางเดียว (one-way table) เช่น

**ตัวอย่าง** ตารางแสดงจำนวนประชากรที่อาศัยอยู่ในเขตเทศบาลเมือง ตำบลในเมือง อำเภอเมือง จังหวัดบุรีรัมย์ ปี 2556

|  |  |
| --- | --- |
| ชุมชน | จำนวนประชากร (คน) |
| หลังศาล | 1,262 |
| สะพานยาว | 790 |
| บุลำดวนเหนือ | 1,701 |
| หลังราชภัฏ | 1,034 |
| บุลำดวนใต้ | 1,722 |
| ตลาด บ.ข.ส | 1,561 |
| ประปาเก่า | 1,471 |
| ชุมเห็ด | 2,235 |
| หนองปรือ | 2,286 |
| ต้นสัก | 2,119 |
| หลังสถานีรถไฟ | 1,520 |
| เทศบาล | 1,883 |
| หน้าสถานีรถไฟ | 1,833 |
| วัดอิสาณ | 1,842 |
| หลักเมือง | 1,350 |
| ตลาดสด | 1,870 |
| โคกกลาง | 920 |
| ฝั่งละลม | 473 |
| **รวม** | **27,872** |

**ที่มา :** กองสวัสดิการสังคม เทศบาลเมืองบุรีรัมย์

แต่ถ้าตารางที่มีการจำแนกลักษณะสองลักษณะพร้อมกันจะเรียกว่าตารางแบบสองทาง (two-way table) หรือตารางการณ์จร (Contingency table) เช่น

**ตัวอย่าง** ตารางแสดงจำนวนนักศึกษาชั้นปีที่ 1 คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏบุรีรัมย์ ปี พ.ศ. 2554 จำแนกตาม สาขาวิชา และ เพศ

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| สาขาวิชา | จำนวนนักศึกษาชั้นปีที่ 1 | |
| ชาย | หญิง |
| คณิตศาสตร์ | 10 | 21 |
| วิทยาการคอมพิวเตอร์หมู่ 1 | 29 | 14 |
| วิทยาการคอมพิวเตอร์หมู่ 2 | 23 | 11 |
| คอมพิวเตอร์และเทคโนโลยีสารสนเทศ  (แขนงวิชาเทคโนโลยีสารสนเทศ) | 11 | 12 |
| คอมพิวเตอร์และเทคโนโลยีสารสนเทศ  (แขนงวิชาเทคโนโลยีคอมพิวเตอร์) | 42 | 15 |
| คอมพิวเตอร์และเทคโนโลยีสารสนเทศ  (การจัดการคอมพิวเตอร์เพื่อการศึกษา) | 13 | 26 |
| เคมี | 5 | 21 |
| วิทยาศาสตร์การกีฬา | 44 | 12 |
| วิทยาศาสตร์สิ่งแวดล้อม | 14 | 44 |
| สถิติประยุกต์ | 3 | 13 |
| ชีววิทยาประยุกต์ | 6 | 20 |
| สิ่งทอ | 7 | 11 |
| สาธารณสุขชุมชน หมู่ 1 | 7 | 35 |
| สาธารณสุขชุมชน หมู่ 2 | 5 | 29 |
| สาธารณสุขชุมชน หมู่ 3 | 5 | 35 |
| รวม | 224 | 319 |

**ที่มา :** สำนักงานทะเบียนและประมวลผล มหาวิทยาลัยราชภัฏบุรีรัมย์

แต่ถ้าเป็นการจำแนกข้อมูลที่สังเกตได้ตามลักษณะหลายๆลักษณะตั้งแต่สามลักษณะขึ้นไป พร้อมกัน เราจะเรียกตารางลักษณะนี้ว่าตารางหลายทาง (multi-way table) เช่น

**ตัวอย่าง** ตารางแสดงอัตราการมีส่วนร่วมในกำลังแรงงานของประชากร จำแนกตามเพศ ภาค และเขตการปกครองไตรมาสที่ 3 พ.ศ. 2551 (หน่วย : ร้อยละ)

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| เพศ/เขตการปกครอง | รวม | ภาค | | | | |
| กรุงเทพ  มหานคร | กลาง | เหนือ | ตะวันออกเฉียงเหนือ | ใต้ |
| ยอดรวม  ชาย  หญิง  ในเขตเทศบาล  ชาย  หญิง  นอกเขตเทศบาล  ชาย  หญิง | 73.5  81.5  65.8  70.8  78.6  63.8  74.6  82.8  62.8 | 70.7  79.0  63.6  70.7  79.0  63.6  -  -  - | 73.8  81.7  66.4  72.5  80.0  65.7  74.4  82.5  66.7 | 73.0  80.0  66.2  69.5  76.3  63.3  73.9  80.9  67.0 | 73.7  82.3  65.3  69.5  77.2  62.2  74.5  83.2  65.9 | 74.9  83.2  66.9  70.6  78.8  63.0  76.3  84.6  68.2 |

**ที่มา :** การสำรวจภาวะการมีงานทำของประชากรไตรมาสที่ 3 พ.ศ. 2551 สำนักงานสถิติแห่งชาติ

**2.1.3 การนำเสนอข้อมูลด้วยแผนภูมิหรือรูปภาพ**

 เมื่อได้จัดข้อมูลที่จะนำเสนอแล้ว เราอาจจะพิจารณาในการนำเสนอข้อมูลด้วยกราฟหรือแผนภูมิ ซึ่งเป็นวิธีที่ใช้ได้ดี เพราะรูปภาพที่แสดงข้อมูลจะทำให้เกิดความน่าสนใจ ทำให้อ่านเข้าใจได้ง่าย และรวดเร็วกว่าวิธีอื่น ๆ การรำเสนอด้วยกราฟหรือแผนภูมิมีหลายลักษณะ เช่น แผนภูมิแท่งหรือกราฟแท่ง ( Bar Chart ) กราฟเส้น ( Line Graphs ) แผนภูมิวงกลม ( Pie Chart )แผนภูมิภาพ ( Pictogram ) เป็นต้น

2.1.3.1 การนำเสนอด้วยแผนภูมิแท่งหรือกราฟแท่ง ( Bar Chart )   เป็นแผนภูมิที่ประกอบด้วยรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่มีความยาวของแต่ละรูปเป็นขนาดของข้อมูล มีช่องไฟระหว่างแท่ง  แต่ละแท่งมีความกว้างคงที่ ใช้ในการเปรียบเทียบรายการข้อมูลที่แตกต่างกันหลายรายการ หรือข้อมูลที่จำแนกตามลักษณะคุณภาพ เวลา หรือความถี่ ซึ่งทำให้ผู้คนเข้าใจง่ายด้วยตนเอง

**ตัวอย่าง** แผนภูมิแสดงจำนวนนักศึกษาของมหาวิทยาลัยแห่งหนึ่งปี 2545 – 2556

3500 3000

2500

2000

1500

1000

500

0

2545 2546 2547 2548 2549 2550 2551 2552 2553 2554 2555 2556

พ.ศ.

**ที่มา :** สำนักงานทะเบียนและประมวลผล มหาวิทยาลัยราชภัฏบุรีรัมย์

2.1.3.2 การนำเสนอข้อมูลด้วยกราฟเส้น  ( Line Graphs ) การนำเสนอโดยกราฟ

เส้นเป็นที่นิยมใช้กันมากในข้อมูลอนุกรมเวลา ( Time Series Data ) ซึ่งแสดงการเปลี่ยนแปลงลำดับก่อนหลังของเวลาที่ข้อมูลนั้นเกิดขึ้นและมีจำนวนมาก เป็นการสร้างที่ง่าย อาจเป็นเส้นตรงหรือเส้นโค้งก็ได้ ขึ้นอยู่กับลักษณะข้อมูลที่มีอยู่ ใช้เปรียบเทียบระหว่างหลายรายการในระยะยาว

**ตัวอย่าง** กราฟเส้นแสดงปริมาณการส่งออกน้ำยางของไทย ระหว่างปี พ.ศ. 2551 – 2555

ปริมาณการส่งออก (หน่วย : เมตริกตัน)

ปี พ.ศ.

2.1.3.3 การนำเสนอข้อมูลด้วยแผนภูมิวงกลม ( Pie Chart ) การนำเสนอข้อมูล

โดยใช้แผนภูมิวงกลมเพื่อต้องการเปรียบเทียบให้เห็นสัดส่วนของแต่ละองค์ประกอบของข้อมูลทั้งหมดให้ชัดเจนขึ้น

**ตัวอย่าง**  แผนภูมิวงกลมแสดงจำนวนการใชพลังงานจําแนกตามสาขาเศรษฐกิจ ปี 2555

(หน่วย : พันตัน)

**ที่มา :** รายงานสถิติกระทรวงพลังงาน

2.1.3.4 การนำเสนอข้อมูลด้วยแผนภูมิภาพ ( Pictogram ) การนำเสนอข้อมูล

โดยใช้แผนภูมิภาพทำให้ผู้อ่านเกิดความประทับใจและติดตาได้นานถึงแม้บางครั้งจะไม่สามารถจำข้อมูลทั้งหมดได้ โดยรูปภาพที่ปรากฎในแผนภูมิภาพจะไม่มีกฏเกณฑ์ที่แน่นอน ขึ้นอยู่กับความเหมาะสมและวัตถุประสงค์ของการนำเสนอข้อมูล สำหรับการเขียนแผนภูมิรูปภาพ อาจกำหนดให้รูปภาพ 1 รูปแทนจำนวนสิ่งของ 1 หน่วยหรือหลายหน่วยก็ได้แต่ละรูปต้องมีขนาดเท่ากันเสมอ

**ตัวอย่าง**  แผนภูมิภาพ แสดงจำนวนผู้ป่วยโรคเบาหวานที่เข้ารับการรักษาที่โรงพยาบาลแห่งหนึ่งในเวลา 1 สัปดาห์

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |
| จันทร์ | อังคาร | พุธ | พฤหัสบดี | ศุกร์ | เสาร์ | อาทิตย์ |

กำหนดให้รูปคน 1 คน แทนจำนวนคน 10 คน

**2.2 การนำเสนอข้อมูลเชิงปริมาณ**

ในการรวบรวมข้อมูลเชิงปริมาณไม่ว่าจะรวบรวมโดยวิธีใดๆก็ตาม โดยปกติแล้วข้อมูลที่ได้จะมีจำนวนมาก ทำให้บางครั้งในการวิเคราะห์อาจทำความเข้าใจลักษณะของข้อมูลเบื้องต้นได้ยาก ซึ่งในการวิเคราะห์ข้อมูลสถิติขั้นสูงนั้นมีความจำเป็นที่จะต้องทำความเข้าใจเกี่ยวกับลักษณะของข้อมูลเสียก่อน ดังนั้นผู้วิเคราะห์จึงจำเป็นที่จะต้องจัดระบบของข้อมูลเสียก่อน ซึ่งรูปแบบที่นิยมใช้ในการจัดระบบของข้อมูลกรณีที่ข้อมูลมีจำนวนมากก็คือ การสร้างตารางแจกแจงความถี่ (Frequency table) ซึ่งเมื่อสร้างตารางแจกแจงความถี่แล้วสามารถที่จะนำข้อมูลจากตารางแจกแจงความถี่ไปสร้างเป็นรูปฮิสโตแกรม และเมื่อลากเส้นเชื่อมระหว่างจุดกึ่งกลางของแท่งฮิสโตแกรมจะกลายเป็นรูปหลายเหลี่ยมแห่งความถี่ และเมื่อปรับให้เส้นเรียบขึ้นจะกลายเป็นเส้นโค้งความถี่ทำให้สามารถเห็นการกระจายของข้อมูลได้ว่ามีลักษณะเบ้หรือไม่

**2.2.1 การสร้างตารางแจกแจงความถี่**

โดยการสร้างตารางแจกแจงความถี่ มีขั้นตอน ดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 หาพิสัยของข้อมูล ( R )

พิสัย (Range) = ค่าสูงสุด - ค่าต่ำสุด

ขั้นตอนที่ 2 กำหนดจำนวนชั้น ( K )

K = 1 + 3.3logN

ขั้นตอนที่ 3 คำนวณหาความกว้างของชั้น ( Class Interval : I )

I = ความกว้างของชั้น = 

ถ้า I ที่คำนวณได้เป็นทศนิยม ให้ปัดขึ้นเป็นจำนวนเต็มเสมอ

ขั้นตอนที่ 4 คำนวณหาขีดจำกัดชั้น ( Class limit )

ขีดจำกัดล่างของชั้นแรก = ค่าต่ำสุด – (I × K – R)/2

ขั้นตอนที่ 5 นับจำนวนค่าของข้อมูล ( ความถี่ ) ในแต่ละชั้นลงในตาราง

**ตัวอย่าง** จากข้อมูลคะแนนสอบวิชาสถิติสำหรับนักวิทยาศาสตร์ของนักศึกษา 35 คน ดังนี้

72 83 82 92 70 91 71 33 42 51

55 75 38 95 85 93 60 75 38 40

75 49 53 41 86 89 51 57 66 92

55 48 85 85 54

จงสร้างตารางแจกแจงความถี่

**วิธีทำ** ขั้นตอนที่ 1 หาพิสัยของข้อมูล ( R )

พิสัย = 95 – 33

= 62

ขั้นตอนที่ 2 กำหนดจำนวนชั้น ( K )

K = 1 + 3.3log35

= 1 + 3.3(1.544)

= 1+ 5.0952

= 6.0952 ≈ 7

ขั้นตอนที่ 3 คำนวณหาความกว้างของชั้น ( Class Interval : I )

I = ความกว้างของชั้น = 

ขั้นตอนที่ 4 คำนวณหาขีดจำกัดชั้น ( Class limit )

ขีดจำกัดล่างของชั้นแรก = 33 – (9 × 7 – 62)/2

= 33 – 0.5 = 32.5 ≈ 33

ขั้นตอนที่ 5 นับจำนวนค่าของข้อมูล ( ความถี่ ) ในแต่ละชั้นลงในตาราง

ตารางแจกแจงความถี่แสดงคะแนนสอบวิชาสถิติสำหรับนักวิทยาศาสตร์ของนักศึกษา 35 คน

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ขีดจำกัดชั้น | ขอบเขตชั้น  (ขีดจำกัดที่แท้จริง) | รอยขีด | ความถี่ (จำนวน) | ความถี่สะสม | ความถี่สัมพัทธ์ | จุดกึ่งกลางชั้น |
| 33 – 41  42 – 50  51 – 59  60 – 68  69 – 77  78 – 86  87 – 95 | 32.5 – 41.5  41.5 – 50.5  50.5 – 59.5  59.5 – 68.5  68.5 – 77.5  77.5 – 86.5  86.5 – 95.5 | ////  ///  ///////  //  //////  //////  ////// | 5  3  7  2  6  6  6 | 5  8  15  17  23  29  35 | 5/35 = 0.143  3/35 = 0.086  7/35 = 0.2  2/35 = 0.057  6/35 = 0.171  6/35 = 0.171  6/35 = 0.171 | (33+41)/2 = 37  (42+50)/2 = 46  (51+59)/2 = 55  (60+68)/2 = 64  (69+77)/2 = 73  (78+86)/2 = 82  (87+95)/2 = 91 |
| รวม |  |  | 35 |  | 0.999 ≈ 1.00 |  |

**2.2.2 รูปฮิสโตแกรม (Histogram)**

เป็นกราฟที่นำข้อมูลการแจกแจงความถี่มาแสดงด้วยแท่งสี่เหลี่ยมผืนผ้า โดยความกว้างของแต่ละแท่งคือผลต่างระหว่างขอบเขตชั้นแต่ละชั้น และความสูงของแต่ละแท่งก็คือความถี่ของแต่ละชั้น

**2.2.3 รูปหลายเหลี่ยมแห่งความถี่ (Frequency Polygon)**

รูปหลายเหลี่ยมแห่งความถี่เกิดจากการโยงจุดกึ่งกลางของยอดแผนภูมิแท่งแต่ละแท่งในฮิสโตรแกรม โดยทำการต่อปลายกราฟให้จดแกนแนวนอน

**2.2.4 เส้นโค้งความถี่ (Frequency Curve)**

เส้นโค้งความถี่เป็นการปรับรูปหลายเหลี่ยมแห่งความถี่ให้เรียบขึ้น ทำให้สามารถมองเห็นได้ว่าข้อมูลมีลักษณะการกระจายเป็นแบบใด มีความเบ้เกิดขึ้นหรือไม่

**2.3 บทสรุป**

การนำเสนอข้อมูล เป็นระเบียบวิธีการทางสถิติที่เป็นการนำข้อมูลที่ได้จากการเก็บรวบรวมด้วยวิธีการต่างๆมาจัดระเบียบใหม่เพื่อแสดงรายละเอียดของข้อมูล ทำให้อ่านได้อย่างสะดวกและง่ายขึ้น โดยการนำเสนอข้อมูลทางสถิติสามารถทำได้หลายวิธีขึ้นอยู่กับชนิดของข้อมูล และวัตถุประสงค์ของการนำเสนอ โดยจะแบ่งออกเป็น 2 ประเภทใหญ่ๆคือ การนำเสนอข้อมูลเชิงคุณภาพ ได้แก่ การนำเสนอข้อมูลในรูปบทความ การนำเสนอข้อมูลในรูปแบบตาราง การนำเสนอข้อมูลด้วยแผนภูมิหรือรูปภาพ เป็นต้น และ การนำเสนอข้อมูลเชิงปริมาณ ได้แก่ การสร้างตารางแจกแจงความถี่ การสร้างรูปฮิสโตแกรม การสร้างรูปหลายเหลี่ยมแห่งความถี่ และเส้นโค้งความถี่ เป็นต้น

**แบบฝึกหัดบทที่ 2**

1. จากการสอบถามผู้ป่วยที่มาเข้ารับการรักษาที่โรงพยาบาลแห่งหนึ่งถึงระยะของการเป็นโรคมะเร็ง จากจำนวนผู้ป่วย 120 ราย ได้ข้อมูลดังนี้

ระยะของโรคมะเร็ง จำนวนผู้ป่วย

ระยะที่ 1 35

ระยะที่ 2 45

ระยะที่ 3 25

ระยะที่ 4 15

จากข้อมูลจงนำเสนอข้อมูลด้วยแผนภูมิที่เหมาะสม

2. จากข้อมูลในตารางเป็นความยาวของฝักถั่วเขียว และจำนวนฝักเฉลี่ยต่อต้น เมื่อใช้ปุ๋ยจากมูลสัตว์ต่างชนิดกัน

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| ชนิดของปุ๋ย | ความยาวของฝักถั่วเขียว (ซม.) | จำนวนฝักเฉลี่ยต่อต้น |
| ปุ๋ยจากขี้หมู  ปุ๋ยจากขี้วัว  ปุ๋ยจากขี้ไก่  ปุ๋ยจากขี้ควาย | 10.15  8.07  5.44  9.98 | 8.17  7.78  4.83  6.48 |

จงนำเสนอข้อมูลข้างต้นด้วยแผนภูมิที่เหมาะสม

3. จากข้อมูลการส่งออกต้นกล้วยไม้ของไทยที่สำนักงานเศรษฐกิจการเกษตรบันทึกข้อมูลไว้ตั้งแต่ปี 2550 – 2557 ได้ข้อมูลดังนี้

|  |  |
| --- | --- |
| ปี พ.ศ. | ปริมาณการส่งออก (ต้น) |
| 2550  2551  2552  2553  2554  2555 | 35731747  38997470  30899081  29987707  30344963  30447053 |
| ปี พ.ศ. | ปริมาณการส่งออก (ต้น) |
| 2556  2557 | 33084644  18530747 |

จงนำเสนอข้อมูลข้างต้นด้วยกราฟเส้น

4. จากการเก็บรวบรวมข้อมูลอายุของผู้ที่เข้ามารับการรักษาตัวที่โรงพยาบาลแม่และเด็ก ประจำปี พ.ศ. 2556 มีดังต่อไปนี้

22 17 35 18 45 19 27 15 55 19 46 18 20 33 19 18 19 25 42 32 13 24 18 22 48 21 28 46 26 15 65 18 43 17 13 36 23 40 18 34 24 18 23 35 21 17 42 33 19 14

ก. จงสร้างตารางแจกแจงความถี่

ข. จงสร้างฮิสโตแกรมและรูปหลายเหลี่ยมแห่งความถี่

5. จากข้อมูลความดันโลหิตของผู้ป่วยจำนวน 40 คน เป็นดังนี้

115 129 108 134 120 117 102 128 135 129

127 132 115 130 113 105 111 115 108 119

102 118 137 132 114 118 123 120 135 117

132 126 117 134 129 114 133 120 127 135

ก. จงสร้างตารางแจกแจงความถี่

ข. จงสร้างฮิสโตแกรมและรูปหลายเหลี่ยมแห่งความถี่

6. จากการสำรวจวุฒิการศึกษาสูงสุดของพนักงานบริษัทคอมพิวเตอร์แห่งหนึ่งจำนวน 50 คนได้ข้อมูลเป็นดังนี้

|  |  |
| --- | --- |
| วุฒิการศึกษา | จำนวนคน |
| ปวช./ปวส.  อนุปริญญา  ปริญญาตรี  สูงกว่าปริญญาตรี | 8  7  30  5 |

จากข้อมูลจงนำเสนอข้อมูลด้วยแผนภูมิที่เหมาะสม

7. จากการเก็บรวบรวมข้อมูลจากโรงงานผลิตชิ้นส่วนคอมพิวเตอร์แห่งหนึ่ง พบว่าจำนวนผลผลิต(ชิ้น) ที่เครื่องจักร A ผลิตได้ในแต่ละวันของเดือนมกราคม เป็นดังนี้

39 34 46 40 42 25 31 38 40 41

36 25 32 41 40 36 24 44 41 37

36 39 38 42 25 31 40 28 38 40

ก. จงสร้างตารางแจกแจงความถี่

ข. จงสร้างฮิสโตแกรมและรูปหลายเหลี่ยมแห่งความถี่

8. จากการวัดระดับสถิติปัญญา (IQ) ของเจ้าหน้าที่บริษัทแห่งหนึ่ง จำนวน 35 คนได้ข้อมูลดังนี้

103 99 102 120 82 112 118 87 93 111

128 117 91 108 96 113 112 95 96 101

85 87 96 123 108 93 114 128 98 114

95 118 120 109 83

ก. จงสร้างตารางแจกแจงความถี่

ข. จงสร้างฮิสโตแกรมและรูปหลายเหลี่ยมแห่งความถี่

9. จากการเก็บรวบรวมข้อมูลการส่งออกของประเทศไทยในปี 2545 – 2557 เป็นดังนี้

|  |  |
| --- | --- |
| ปี พ.ศ. | ปริมาณการส่งออก (ตัน) |
| 2545  2546  2547  2548  2549  2550  2551  2552  2553 | 250,000  275,000  345,000  278,000  389,000  450,000  578,000  456,800  567,900 |
| ปี พ.ศ. | ปริมาณการส่งออก (ตัน) |
| 2554  2555  2556  2557 | 569,800  765,000  879,000  678,500 |

จงนำเสนอข้อมูลข้างต้นด้วยกราฟเส้น

10. ในการบันทึกความยาวของทารกแรกเกิด (ซม.) จำนวน 50 คน ที่มาคลอดที่โรงพยาบาลแห่งหนึ่ง เป็นดังนี้

27 30 45 55 32 34 47 46 39 54

39 44 42 38 47 55 52 33 28 29

44 32 53 44 37 29 38 47 55 44

54 56 33 45 47 56 33 34 43 50

34 38 43 50 44 45 38 49 50 52

ก. จงสร้างตารางแจกแจงความถี่

ข. จงสร้างฮิสโตแกรมและรูปหลายเหลี่ยมแห่งความถี่

11. ในการสำรวจอาชีพหลักของผู้ปกครองนักศึกษาคณะวิทยาศาสตร์ของมหาวิทยาลัยแห่งหนึ่ง เป็นดังนี้

|  |  |
| --- | --- |
| อาชีพหลัก | จำนวนผู้ปกครอง |
| เกษตรกร  พนักงานบริษัทเอกชน  รับราชการ  รับจ้างทั่วไป | 120  80  30  50 |

จากข้อมูลจงนำเสนอข้อมูลด้วยแผนภูมิที่เหมาะสม

12. ในการสำรวจอายุการใช้งานของเครื่องคอมพิวเตอร์ยี่ห้อหนึ่งบันทึกผลการสำรวจเป็นดังนี้

|  |  |
| --- | --- |
| อายุการใช้งาน (ชั่วโมง) | จำนวน |
| 1000 – 1499  1500 – 1999  2000 – 2499  2500 – 2999  3000 – 3999  4000 – 4999 | 20  70  50  30  40  20 |

จงสร้างฮิสโตแกรมและรูปหลายเหลี่ยมแห่งความถี่

13. จากรายงานสถิติสาธารณสุข สำนักนโยบายและยุทธศาสตร์ กระทรวงสาธารณสุข พบว่าจำนวนผู้เสียชีวิตด้วยโรคเบาหวาน ในปี 2537 – 2555 เป็นดังนี้

|  |  |
| --- | --- |
| ปี พ.ศ. | จำนวนผู้เสียชีวิตด้วยโรคเบาหวาน |
| 2537  2538  2539  2540  2541  2542  2543  2544  2545  2546  2547  2548  2549  2550  2551  2552 | 4,244  4,383  5,428  4,552  4,837  7,000  7,558  8,173  7,383  6,663  7,665  7,371  7,486  7,686  7,725  7,019 |
| ปี พ.ศ. | จำนวนผู้เสียชีวิตด้วยโรคเบาหวาน |
| 2553  2554  2555 | 6,855  7,625  7,749 |

จากข้อมูลจงนำเสนอข้อมูลด้วยแผนภูมิที่เหมาะสม พร้อมทั้งอธิบาย

14. จากข้อมูลจำนวนประชากรของประเทศไทยในปี 2556 จำนวน 10 จังหวัดได้ข้อมูลดังนี้

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| จังหวัด | จำนวนประชากร (คน) | |
| ชาย | หญิง |
| กรุงเทพมหานคร  กระบี่  กาญจนบุรี  กาฬสินธุ์  กำแพงเพชร  ขอนแก่น  จันทบุรี  ฉะเชิงเทรา  ชลบุรี  ชัยนาท | 2,694,921  224,619  422,441  490,074  361,867  881,591  257,783  338,125  681,399  160,542 | 2,991,331  226,271  420,441  493,956  366,764  900,064  266,477  352,101  708,955  172,227 |

จากข้อมูลจงนำเสนอข้อมูลด้วยแผนภูมิที่เหมาะสม พร้อมทั้งอธิบาย

**บทที่ 3**

**การสรุปลักษณะของข้อมูล**

**3.1 การวัดแนวโน้มเข้าสู่ส่วนกลาง**

ในการวิเคราะห์ข้อมูลกรณีที่ข้อมูลมีจำนวนมากบางครั้งอาจทำให้ผู้อ่านเข้าใจยากไม่สะดวกต่อการนำไปใช้ประโยชน์หรือนำข้อมูลไปวิเคราะห์ขั้นสูงต่อไป ดังนั้นจึงมีความจำเป็นที่จะต้องมีการสรุปลักษณะของข้อมูลเสียก่อน โดยการใช้ตัวแทนของข้อมูลเป็นการสรุปลักษณะข้อมูลเบื้องต้น ซึ่งเราจะเรียกว่าการวัดแนวโน้มเข้าสู่ส่วนกลาง โดยการวัดแนวโน้มเข้าสู่ส่วนกลางที่นิยมใช้กันมีอยู่ 3 ชนิด คือ

**3.1.1 ค่าเฉลี่ย (Mean) ซึ่งจำแนกได้ดังนี้**

3.1.1.1 ค่าเฉลี่ยเลขคณิต หรือมัชฌิมเลขคณิต ( Arithmetic Mean ) เป็นค่าเฉลี่ย

ที่นิยมใช้กันมากที่สุดเพราะสามารถสื่อความหมายและทำความเข้าใจได้ง่าย และยังมีสมบัติทางสถิติที่ดี

โดยที่ กรณีข้อมูลไม่ได้จัดกลุ่ม ประชากร แทนด้วย



ตัวอย่าง แทนด้วย



กรณีข้อมูลจัดกลุ่ม เมื่อ X i  คือค่ากึ่งกลางของชั้นที่ i

fi คือความถี่ของชั้นที่ i

3.1.1.2 ค่าเฉลี่ยเรขาคณิต (Geometric Mean)



3.1.1.3 ค่าเฉลี่ยฮาร์โมนิค (Harmonic Mean)



แต่ค่าเฉลี่ยที่นิยมใช้มากที่สุด คือ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต เนื่องจากมีคุณสมบัติทางสถิติที่ดี ดังนั้นในบทนี้จะขอยกตัวอย่างเพียงแค่ค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่านั้น

**ตัวอย่างที่ 1** จากการบันทึกข้อมูลจำนวนนักศึกษาที่มาใช้บริการห้องคอมพิวเตอร์ของสาขาวิชาวิทยาการคอมพิวเตอร์เป็นเวลา 20 วัน ได้ข้อมูลดังนี้

30 35 27 20 24 32 38 29 19 22

33 37 28 21 38 30 25 27 26 17

จงหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต

**วิธีทำ** จากสูตร

****

****

จะได้ค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 27.9 หมายความว่า จำนวนนักศึกษาเฉลี่ยที่มาใช้บริการห้องคอมพิวเตอร์ของสาขาวิชาวิทยาการคอมพิวเตอร์เป็นเวลา 20 วัน เท่ากับ 28 คน

**ตัวอย่างที่ 2** จากการบันทึกเวลาที่นักศึกษามหาวิทยาลัยราชภัฏบุรีรัมย์ใช้ในการรับประทานอาหารกลางวัน จำนวน 20 คน เป็นดังนี้ หน่วย : นาที

20 25 37 27 28 45 50 55 45 57

28 32 38 41 55 40 45 37 46 39

จงหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต



**วิธีทำ** จากสูตร

****

**** นาที

**ตัวอย่างที่ 3** จากการตรวจสอบรอยตำหนิบนชิ้นส่วนไมโครชิพจำนวน 50 ชิ้น เป็นดังนี้

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| รอยตำหนิ | 0 - 2 | 3 - 5 | 6 - 8 | 9 - 11 | 12 - 14 |
| จำนวนชิ้น | 25 | 14 | 5 | 4 | 2 |

จงคำนวณหาค่าเฉลี่ย

**วิธีทำ**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| รอยตำหนิ | จำนวนชิ้น (fi) | จุดกึ่งกลางชั้น (Xi) | fi Xi |
| 0 – 2  3 - 5  6 - 8  9 – 11  12 – 14 | 25  14  5  4  2 | 1  4  7  10  13 | 25  56  35  40  26 |
| รวม | 50 |  |  |

จากสูตร

****

จำนวนรอยตำหนิบนชิ้นส่วนไมโครชิพเฉลี่ยเท่ากับ 3.64 หรือประมาณ 4 รอย

**3.1.2 มัธยฐาน (Median , Me) แบ่งเป็น 2 กรณี คือ**

โดยที่ กรณีที่ข้อมูลไม่ได้จัดกลุ่ม ค่ามัธยฐานคือค่าของข้อมูลที่มีตำแหน่งอยู่ตรงกลางของชุดข้อมูลเมื่อนำชุดข้อมูลเรียงจากน้อยไปหามากหรือมากไปหาน้อย

* ถ้าจำนวนข้อมูลเป็นจำนวนคี่ ( n เป็นเลขคี่ ) ค่ามัธยฐาน คือ ค่าของข้อมูลที่อยู่ที่

ตำแหน่ง

* ถ้าจำนวนข้อมูลเป็นจำนวนคู่ ( n เป็นเลขคู่ ) ค่ามัธยฐาน คือ ค่าเฉลี่ยของข้อมูลที่

อยู่ที่ตำแหน่ง และ

กรณีข้อมูลจัดกลุ่ม ต้องหาค่ามัธยฐานจากสูตร

****

โดยที่ L แทน ขอบเขตล่างของชั้นมัธยฐาน

I แทน ความกว้างของชั้นมัธยฐาน

 N แทน จำนวนค่าสังเกตทั้งหมด

แทน ผลรวมความถี่ของอันตรภาคชั้นทุกชั้นที่มีค่าสังเกตต่ำกว่าชั้น

มัธยฐานเมื่อเรียงข้อมูลจากน้อยไปหามาก

f แทน ความถี่ของชั้นมัธยฐาน

**ตัวอย่างที่ 1** จงหาค่ามัธยฐานของข้อมูล

24 28 32 39 27 35 33 29 30

**วิธีทำ** เรียงข้อมูลจากน้อยไปหามาก ดังนี้

24 27 28 29 **30** 32 33 35 39

ค่ามัธยฐานคือค่าของข้อมูลที่อยู่ตำแหน่งที่ ****

ดังนั้นจะได้ค่ามัธยฐานเท่ากับ 30

**ตัวอย่างที่ 2** จงหาค่ามัธยฐานของข้อมูล

17 19 12 14 29 22 13 21 20 18

**วิธีทำ** เรียงข้อมูลจากน้อยไปหามาก ดังนี้

12 13 14 17 **18** **19** 20 21 22 29

ค่ามัธฐานคือค่าเฉลี่ยของข้อมูลที่อยู่ตำแหน่งที่ **** และ****

ดังนั้นจะได้ค่ามัธยฐานเท่ากับ 

**ตัวอย่างที่ 3** จากการสำรวจน้ำหนักของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยราชภัฏบุรีรัมย์ได้ข้อมูลดังนี้

|  |  |
| --- | --- |
| **น้ำหนัก (กก.)** | **จำนวน** |
| 20 – 24 | 7 |
| 25 – 29 | 10 |
| 30 – 34 | 12 |
| 35 – 39 | 9 |
| 40 – 44 | 2 |
| รวม | 40 |

จงหามัธยฐานของน้ำหนักของนักเรียนกลุ่มนี้

**วิธีทำ** หาค่าความถี่สะสม ดังนี้

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **น้ำหนัก (กก.)** | **จำนวน** | **ความถี่สะสม** |
| 20 – 24 | 7 | 7 |
| 25 – 29 | 10 | 17  ชั้นมัธยฐาน |
| 30 – 34 | 12 | 29 |
| 35 – 39 | 9 | 38 |
| 40 – 44 | 2 | 40 |
| รวม | 40 |  |

หา  พิจารณาชั้นที่มีความถี่มากกว่า เป็นชั้นแรกเมื่อเรียงข้อมูลจากน้อยไปหามาก ดังนั้นจะได้ว่า 30 – 34 คือชั้นมัธยฐาน

 จากสูตร

 ในที่นี้จะได้ว่า L = 29.5 , I = 5 , , , f = 12

แทนค่าต่างๆลงในสูตร ดังนี้







ดังนั้นมัธยฐานของน้ำหนักของนักเรียนกลุ่มนี้ คือ 30.75 กิโลกรัม

**3.1.3 ค่าฐานนิยม (Mode) แบ่งเป็น 2 กรณี คือ**

โดยที่ กรณีที่ข้อมูลไม่ได้จัดกลุ่ม ค่าฐานนิยม คือ ค่าของข้อมูลที่เกิดขึ้นบ่อยที่สุด

หรือมีความถี่สูงสุด

 กรณีข้อมูลจัดกลุ่ม ต้องหาค่าฐานนิยมจากสูตร

โดยที่ L แทน ขอบเขตล่างของชั้นฐานนิยม

d1 แทน ความแตกต่างระหว่างความถี่ของชั้นฐานนิยมกับชั้นก่อนฐานนิยมเมื่อเรียงข้อมูลจากน้อยไปหามาก

d2 แทน ความแตกต่างระหว่างความถี่ของชั้นฐานนิยมกับชั้นหลังฐานนิยมเมื่อเรียงข้อมูลจากน้อยไปหามาก

I แทน ความกว้างของชั้นฐานนิยม

**ตัวอย่างที่ 1** จากข้อมูลต่อไปนี้ จงหาค่าฐานนิยม

12 17 19 10 12 19 20

ฐานนิยม คือ 12

**ตัวอย่างที่ 2** จากข้อมูลต่อไปนี้ จงหาค่าฐานนิยม

11 10 12 11 13 13 21 25

ฐานนิยม คือ 11 และ 13

**ตัวอย่างที่ 3** จากข้อมูลต่อไปนี้ จงหาค่าฐานนิยม

4 7 8 12 11 13 5 9

ฐานนิยม คือ ไม่มีฐานนิยม

**ตัวอย่างที่ 4** จากการสำรวจความสูงของนักศึกษาชายคณะวิทยาศาสตร์ จำนวน 100 คน ได้ข้อมูลดังตาราง

|  |  |
| --- | --- |
| ความสูงของนักศึกษา (เซนติเมตร) | จำนวน (คน) |
| 134 – 144 | 8 |
| 145 – 154 | 27 |
| 155 – 164 | 42 |
| 165 – 174 | 18 |
| 175 – 184 | 5 |
| รวม | 100 |

จงหาฐานนิยมของความสูงของนักศึกษากลุ่มนี้

**วิธีทำ** จากข้อมูลในตารางจะได้ว่าชั้นที่มีความถี่มากที่สุด คือ 155 – 164 ดังนั้นชั้นฐานนิยมคือชั้นนี้ โดยที่ L = 154.5 , I = 10 , d1 = 42 – 27 = 15 , d2 = 42 – 18 = 24

จากสูตร

แทนค่าต่างๆลงในสูตร ดังนี้



ดังนั้นฐานนิยมของความสูงของนักศึกษากลุ่มนี้ คือ 158.35 เซนติเมตร

**3.2 การหาตำแหน่งของข้อมูล**

การหาค่าเปอร์เซนไทล์ เดไซด์ และควอไทล์ เป็นการสรุปลักษณะของข้อมูลโดยการกำหนดตำแหน่งให้กับข้อมูล โดยที่จะมีวิธีการหาดังนี้

**3.2.1 การหาค่าเปอร์เซนไทล์ (Percentile)**

การหาค่าเปอร์เซนด์ไทล์ที่ r คือ การหาค่าที่ตรงกับตำแหน่งที่ r เมื่อแบ่งข้อมูล

ออกเป็น 100 ส่วนเท่าๆกัน สัญลักษณ์เขียนแทนด้วย Pr

โดยที่ กรณีข้อมูลไม่ได้จัดกลุ่ม ขั้นตอนการคำนวณหา Pr มีดังนี้คือ

ขั้นตอนที่ 1 เรียงข้อมูลจากน้อยไปหามาก

ขั้นตอนที่ 2 หาตำแหน่งของข้อมูลซึ่ง

ตำแหน่งของ 

กรณีข้อมูลจัดกลุ่ม ขั้นตอนการคำนวณหา Pr มีดังนี้คือ

ขั้นตอนที่ 1 หาความถี่สะสมของข้อมูลที่เรียงลำดับจากน้อยไปหามาก

ขั้นตอนที่ 2 หาตำแหน่งของข้อมูล

ตำแหน่งของ 

 ขั้นตอนที่ 3 พิจารณาชั้นที่มีความถี่สะสมมากกว่า  เป็นชั้นแรกเมื่อเรียงข้อมูลจากน้อยไปหามาก

ขั้นตอนที่ 4 หาค่าเปอร์เซนด์ไทล์ จากสูตร

**3.2.2 การหาค่าเดไซด์ (Decide)**

การหาค่าเดไซด์ที่ r คือ การหาค่าที่ตรงกับตำแหน่งที่ r เมื่อแบ่งข้อมูล

ออกเป็น 10 ส่วนเท่าๆกัน สัญลักษณ์เขียนแทนด้วย Dr

โดยที่ กรณีข้อมูลไม่ได้จัดกลุ่ม ขั้นตอนการคำนวณหา Dr มีดังนี้คือ

ขั้นตอนที่ 1 เรียงข้อมูลจากน้อยไปหามาก

ขั้นตอนที่ 2 หาตำแหน่งของข้อมูลซึ่ง

ตำแหน่งของ 

กรณีข้อมูลจัดกลุ่ม ขั้นตอนการคำนวณหา Dr มีดังนี้คือ

ขั้นตอนที่ 1 หาความถี่สะสมของข้อมูลที่เรียงลำดับจากน้อยไปหามาก

ขั้นตอนที่ 2 หาตำแหน่งของข้อมูล

ตำแหน่งของ 

 ขั้นตอนที่ 3 พิจารณาชั้นที่มีความถี่สะสมมากกว่า  เป็นชั้นแรกเมื่อเรียงข้อมูลจากน้อยไปหามาก

ขั้นตอนที่ 4 หาค่าเปอร์เซนด์ไทล์ จากสูตร

**3.2.3 การหาค่าควอไทล์ (Quartile)**

การหาค่าควอไทล์ที่ r คือ การหาค่าที่ตรงกับตำแหน่งที่ r เมื่อแบ่งข้อมูล

ออกเป็น 4 ส่วนเท่าๆกัน สัญลักษณ์เขียนแทนด้วย Qr

โดยที่ กรณีข้อมูลไม่ได้จัดกลุ่ม ขั้นตอนการคำนวณหา Qr มีดังนี้คือ

ขั้นตอนที่ 1 เรียงข้อมูลจากน้อยไปหามาก

ขั้นตอนที่ 2 หาตำแหน่งของข้อมูลซึ่ง

ตำแหน่งของ 

กรณีข้อมูลจัดกลุ่ม ขั้นตอนการคำนวณหา Qr มีดังนี้คือ

ขั้นตอนที่ 1 หาความถี่สะสมของข้อมูลที่เรียงลำดับจากน้อยไปหามาก

ขั้นตอนที่ 2 หาตำแหน่งของข้อมูล

ตำแหน่งของ 

 ขั้นตอนที่ 3 พิจารณาชั้นที่มีความถี่สะสมมากกว่า  เป็นชั้นแรกเมื่อเรียงข้อมูลจากน้อยไปหามาก

ขั้นตอนที่ 4 หาค่าเปอร์เซนด์ไทล์ จากสูตร

**ตัวอย่างที่ 1** จากข้อมูลต่อไปนี้

5 3 2 1 6 8 5 1 9

จงหา P30 , D1 , Q3

**วิธีทำ** เรียงข้อมูลจากน้อยไปหามาก ดังนี้

1 1 2 3 5 5 6 8 9

1. ตำแหน่งของ 



ข้อมูลที่ตรงกับตำแหน่งที่ 3 คือ 2

ดังนั้น P30 เท่ากับ 2

(2) ตำแหน่งของ 



ข้อมูลที่ตรงกับตำแหน่งที่ 1 คือ 1

ดังนั้น D1 เท่ากับ 1

(3) ตำแหน่งของ 



ตำแหน่งที่ 7.5 อยู่ระหว่างตำแหน่งที่ 7 กับ 8 ซึ่งข้อมูลที่ตรงกับตำแหน่งที่ 7 และ 8 คือ 6 และ 8 ตามลำดับ ข้อมูลที่ตรงกับตำแหน่งที่ 7.5 เท่ากับ 7

ดังนั้น Q3 เท่ากับ 7

**ตัวอย่างที่ 2** ในการสอบวิชาสถิติมีนักศึกษาเข้าสอบ 50 คน แจกแจงเป็นอันตรภาคชั้นได้ดังต่อไปนี้

|  |  |
| --- | --- |
| คะแนน | ความถี่ |
| 31 – 40 | 3 |
| 41 – 50 | 5 |
| 51 – 60 | 6 |
| 61 – 70 | 12 |
| 71 – 80 | 14 |
| 81 – 90 | 8 |
| 91 – 100 | 2 |
| รวม | 50 |

จงหา ก. คนที่สอบได้คะแนนในตำแหน่งเปอร์เซ็นไทล์ที่ 39 สอบได้กี่คะแนน

ข. คนที่สอบได้คะแนนในตำแหน่งเดไซด์ที่ 9 สอบได้กี่คะแนน

ค. คนที่สอบได้คะแนนในตำแหน่งค่าควอไทล์ที่ 3 สอบได้กี่คะแนน

**วิธีทำ** ขั้นตอนที่ 1 หาความถี่สะสมของข้อมูลที่เรียงลำดับจากน้อยไปหามาก

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| คะแนน | ความถี่ | ความถี่สะสม |
| 31 – 40 | 3 | 3 |
| 41 – 50 | 5 | 8 |
| 51 – 60 | 6 | 14 |
| 61 – 70 | 12 | 26 |
| 71 – 80 | 14 | 40 |
| 81 – 90 | 8 | 48 |
| 91 – 100 | 2 | 50 |
| รวม | 50 |  |

ก. หาเปอร์เซ็นไทล์ที่ 39 ดังนี้

พิจารณาตำแหน่งเปอร์เซ็นไทล์ที่ 39 จาก 



จะได้ชั้นที่เปอร์เซ็นไทล์ที่ 39 อยู่คือ 61 – 70 ในที่นี้จะได้

**** L = 60.5 , I =10 ,  , , f = 12



จากสูตร

 แทนค่าต่างๆลงในสูตร ดังนี้

****

****

****

ดังนั้นคนที่สอบได้คะแนนในตำแหน่งเปอร์เซ็นไทล์ที่ 39 สอบได้ 65.08 คะแนน

ข. หาเดไซด์ที่ 9 ดังนี้

พิจารณาตำแหน่งเดไซด์ที่ 9 จาก 



จะได้ชั้นที่เดไซด์ที่ 9 อยู่คือ 81 – 90 ในที่นี้จะได้

**** L = 80.5 , I =10 ,  , , f = 8



จากสูตร

แทนค่าต่างๆลงในสูตร ดังนี้



****

****



ดังนั้นคนที่สอบได้คะแนนในตำแหน่งเดไซด์ที่ 9 สอบได้ 86.75 คะแนน

ค. หาควอไทล์ที่ 3 ดังนี้

พิจารณาตำแหน่งควอไทล์ที่ 3 จาก 



จะได้ชั้นที่ควอไทล์ที่ 3 อยู่คือ 71 – 80 ในที่นี้จะได้

**** L = 70.5 , I =10 ,  , , f = 14



จากสูตร

แทนค่าต่างๆลงในสูตร ดังนี้

****

****



ดังนั้นคนที่สอบได้คะแนนในตำแหน่งควอไทล์ที่ 3 สอบได้ 78.71 คะแนน

**3.3 การวัดการกระจาย**

การสรุปลักษณะของข้อมูล โดยทั่วไปมักดูที่ค่ากลาง และค่าวัดการกระจาย เพราะข้อมูล 2 ชุด อาจมีค่ากลางเท่ากัน แต่ค่าวัดการกระจายไม่เท่ากัน ดังนั้นการดูแต่ค่ากลาง อาจไม่ช่วยให้เห็นลักษณะของข้อมูลที่ชัดเจน เช่น มีข้อมูล 2 ชุด คือ A และ B

ชุด A : 4 5 7 9 10 ; 

ชุด B : 2 4 7 10 12 ; 

จะเห็นว่าข้อมูลชุด A และ B มีค่ากลางเท่ากันแต่การกระจายของข้อมูลไม่เท่ากัน ดังนั้นการเปรียบเทียบข้อมูล 2 ชุด ก็ควรพิจารณาทั้งค่ากลางและค่าวัดการกระจาย การวัดการกระจายที่นิยมใช้มีดังนี้

**3.3.1 ค่าพิสัย** หมายถึง การหาการกระจายของข้อมูลโดยนำข้อมูลที่มีค่าสูงที่สุด ลบกับข้อมูลที่มีค่าต่ำที่สุด เพื่อให้ได้ค่าที่เป็นช่วงของการกระจาย ซึ่งสามารถบอกถึงความกว้างของข้อมูลชุดนั้นๆ สำหรับสูตรที่ใช้ในการหาพิสัยคือ

พิสัย (R) = Xmax – Xmin

**ตัวอย่าง** จงหาพิสัยจากข้อมูลชุดนี้

28 30 45 18 27 55 67 58 19 35

**วิธีทำ**

จากสูตร พิสัย (R) = Xmax – Xmin

= 67 – 18

= 49

ดังนั้นจะได้ค่าพิสัย เท่ากับ 49

**3.3.2 ค่าส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ย (Mean Deviation หรือ Average Deviation : M.D.)**

เป็นค่าเฉลี่ยของความแตกต่างระหว่างค่าสังเกตและค่าเฉลี่ยสำหรับสูตรที่ใช้ในการคำนวณหาค่าส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ยคือ

 กรณีข้อมูลที่เก็บรวบรวมจากประชากร

 กรณีข้อมูลที่เก็บรวบรวมจากตัวอย่าง

**ตัวอย่างที่ 1** จากการตรวจสอบเครื่องคอมพิวเตอร์ที่ต้องทำการซ่อมแซมในแต่ละเดือน จำนวน 12 เดือน พบจำนวนเครื่องคอมพิวเตอร์ที่ต้องทำการซ่อมแซมในแต่ละเดือน ดังนี้

5 12 8 4 13 7 10 9 3 2 1 2

จงหาค่าส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ย

**วิธีทำ** 

จากสูตร

จะได้ว่า

ดังนั้นจะได้ค่าส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ยเท่ากับ 3.5

**ตัวอย่างที่ 2** จากการวัดระดับโคเลสเตอรอลจากพนักงานในบริษัทแห่งหนึ่ง จำนวน 10 คน ได้ข้อมูลดังนี้

160 180 250 225 198 252 220 150 240 187

จงหาค่าส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ย

**วิธีทำ** 

จากสูตร จะได้ว่า

ดังนั้นจะได้ค่าส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ยเท่ากับ 27.2

**3.3.3 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (Standard Deviation : S.D.)**

ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเป็นค่าวัดการกระจายที่สำคัญทางสถิติ เพราะเป็นค่าที่ใช้บอกถึงการกระจายของข้อมูลได้ดีกว่าค่าพิสัย และค่าส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ยและในการนำเสนอข้อมูลเบื้องต้นส่วนใหญ่จะใช้ค่าเฉลี่ยคู่กันกับส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน สำหรับสูตรที่ใช้ในการคำนวณหาค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานแบ่งออกเป็น 2 กรณีคือ

กรณีข้อมูลไม่ได้จัดกลุ่ม

*  ถ้าข้อมูลที่นำมาวิเคราะห์เป็นข้อมูลที่นำมาจากประชากร

สูตรที่ใช้คือ

*  ถ้าข้อมูลที่นำมาวิเคราะห์เป็นข้อมูลที่นำมาจากตัวอย่าง

สูตรที่ใช้คือ

กรณีข้อมูลจัดกลุ่ม

*  ถ้าข้อมูลที่นำมาวิเคราะห์เป็นข้อมูลที่นำมาจากประชากร

สูตรที่ใช้คือ

* ถ้าข้อมูลที่นำมาวิเคราะห์เป็นข้อมูลที่นำมาจากตัวอย่าง

 สูตรที่ใช้คือ

\*\*เมื่อนำค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานมายกกำลังสองจะกลายเป็นค่าความแปรปรวน

**ตัวอย่างที่ 1** จากการบันทึกข้อมูลจำนวนนักศึกษาที่เข้ามาใช้บริการห้องคอมพิวเตอร์สาขาวิชาสถิติประยุกต์ มหาวิทยาลัยราชภัฏบุรีรัมย์เป็นเวลาหนึ่งสัปดาห์ได้ข้อมูลดังนี้

12 15 10 7 9 14 7

จงหาค่าความแปรปรวนและค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

**วิธีทำ**

**** จากสูตรการหาค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

หาค่าต่างๆ ดังนี้

****

****

แทนค่าลงในสูตร ดังนี้

****







ดังนั้นจะได้ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานและค่าความแปรปรวนเท่ากับ 2.969 และ 8.815 ตามลำดับ

**ตัวอย่างที่ 2** จากการเก็บรวบรวมคะแนนสอบวิชาสถิติสำหรับนักวิทยาศาสตร์ที่เรียนในรายวิชานี้จำนวน 65 คน เป็นดังนี้

|  |  |
| --- | --- |
| คะแนนสอบ | จำนวนนักศึกษา |
| 39 – 43  44 – 48  49 – 53  54 – 58  59 – 63  64 – 68  69 – 73  74 – 78  79 – 83 | 8  9  12  11  9  4  5  4  3 |
| รวม | 65 |

**วิธีทำ** จากสูตรการหาค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

****

คำนวณค่าต่างๆ ดังนี้

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| คะแนนสอบ | จำนวนนักศึกษา (fi) | จุดกึ่งกลางชั้น (Xi) |  |  | fi Xi |
| 39 – 43  44 – 48  49 – 53  54 – 58  59 – 63  64 – 68  69 – 73  74 – 78  79 – 83 | 8  9  12  11  9  4  5  4  3 | 41  46  51  56  61  66  71  76  81 | 1,681  2,116  2,601  3,136  3,721  4,356  5,041  5,776  6,561 | 13,448  19,044  31,212  34,496  33,489  17,424  25,205  23,104  19,683 | 328  414  612  616  549  264  355  304  243 |
| รวม | 65 |  |  | 217,105 | 3,685 |

แทนค่าต่างๆลงในสูตร ดังนี้

****

****

****

****

ดังนั้นจะได้ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานและค่าความแปรปรวนเท่ากับ 11.228 และ126.068 ตามลำดับ

**ตัวอย่างที่ 3** จงหาค่าความแปรปรวนและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาสถิติสำหรับนักวิทยาศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างจำนวน 10 คน ซึ่งมีค่าดังต่อไปนี้

75 65 87 77 85 92 83 73 61 58

**วิธีทำ** จากสูตรการหาค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

****

หาค่าต่างๆ ดังนี้

****

****แทนค่าลงในสูตร ดังนี้







ดังนั้นจะได้ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานและค่าความแปรปรวนเท่ากับ 11.481 และ 131.822 ตามลำดับ

**ตัวอย่างที่ 4** อาจารย์สอนในรายวิชาปฏิบัติการคอมพิวเตอร์ท่านหนึ่ง ต้องการทราบความสามารถในการใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์ชนิดหนึ่งของนักศึกษาห้องหนึ่ง จึงสุ่มตัวอย่างนักศึกษามา 25 คน และวัดความสามารถในการใช้โปรแกรมของนักศึกษาแต่ละคน คะแนนที่ได้นำมาแจกแจงความถี่ได้ดังต่อไปนี้

|  |  |
| --- | --- |
| ชั้นคะแนน | ความถี่ |
| 79 - 81  76 - 78  73 - 75  70 - 72  67 - 69  64 - 66  61 - 63 | 2  3  4  8  5  2  1 |
| รวม | 25 |

จงคำนวณหาความแปรปรวนและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนความสามารถในการใช้โปรแกรมของนักศึกษาห้องนี้

**วิธีทำ** จากสูตร

คำนวณค่าต่างๆ ดังนี้

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ชั้นคะแนน | ความถี่ (fi) | จุดกึ่งกลางชั้น (Xi) |  |  | fi Xi |
| 79 - 81  76 - 78  73 - 75  70 - 72  67 - 69  64 - 66  61 - 63 | 2  3  4  8  5  2  1 | 80  77  74  71  68  65  62 | 6,400  5,929  5,476  5,041  4,624  4,225  3,844 | 12,800  17,787  21,904  40,328  23,120  8,450  3,844 | 160  231  296  568  340  130  62 |
| รวม | 25 |  |  | 128,233 | 1,787 |

แทนค่าต่างๆลงในสูตร ดังนี้

****

****

****



ดังนั้นจะได้ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานและค่าความแปรปรวนเท่ากับ 4.556 และ 20.757 ตามลำดับ

* 1. **การเปรียบเทียบข้อมูล**

การวัดการกระจายของข้อมูลโดยใช้ค่าพิสัย ค่าส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ย และค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเป็นการวัดการกระจายของข้อมูลที่อยู่ในชุดเดียวกันและเป็นข้อมูลที่ไม่มีหน่วย แต่ถ้าข้อมูลที่เรานำมาวัดการกระจายเป็นข้อมูลที่อยู่คนละชุดกัน มีหน่วยการวัดที่ไม่เหมือนกันและค่ากลางหรือค่าเฉลี่ยมีความแตกต่างกันมาก หากต้องการเปรียบเทียบการกระจายของข้อมูล 2 ชุดนี้หรือมากกว่า 2 ชุด จะต้องใช้การวัดการกระจายสัมพัทธ์ (relative dispersion) ซึ่งมีอยู่หลายวิธีแต่ที่นิยมใช้กันก็คือ

  **3.4.1 ค่าสัมประสิทธิ์ความแปรปรวน (Coefficient of Variance)** หรือ สัมประสิทธิ์การกระจาย เป็นค่าที่ใช้วัดการกระจายของข้อมูลที่ไม่มีหน่วย ซึ่งถ้าข้อมูลชุดใดมีค่า C.V. มาก จะมีการกระจายมากกว่าข้อมูลที่มีค่า C.V. น้อย สูตรที่ใช้ในการคำนวณเป็นดังนี้

- ถ้าข้อมูลที่นำมาวิเคราะห์เป็นข้อมูลที่นำมาจากประชากร C.V. =



- ถ้าข้อมูลที่นำมาวิเคราะห์เป็นข้อมูลที่นำมาจากตัวอย่าง C.V. =

**ตัวอย่าง**  จากการเก็บรวบรวมข้อมูลของน้ำหนักเด็กผู้หญิงที่มีอายุ 12 ปี มาจำนวน 60 คน กับน้ำหนักของผู้หญิงที่อายุ 24 ปี มาจำนวน 60 คน เช่นเดียวกัน ได้ข้อมูลดังนี้

|  |  |
| --- | --- |
| น้ำหนักเด็กผู้หญิงอายุ 12 ปี | น้ำหนักผู้หญิงอายุ 24 ปี |
| ค่าเฉลี่ย () = 25.7 กิโลกรัม | ค่าเฉลี่ย () = 49.5 กิโลกรัม |
| ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 7.85 กิโลกรัม | ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 12.6 กิโลกรัม |

จงเปรียบเทียบการกระจายของข้อมูลทั้งสองชุดนี้

**วิธีทำ** จากโจทย์พบว่าถึงแม้ข้อมูลทั้งสองชุดจะมีหน่วยเดียวกัน แต่ค่าเฉลี่ยของข้อมูลทั้งสองชุดนี้มีความแตกต่างกันมาก ดังนั้นในการเปรียบเทียบการกระจายจึงต้องใช้ค่าสัมประสิทธิ์การกระจาย (C.V.) ในการเปรียบเทียบข้อมูล ดังนี้

จากสูตร C.V. =

 C.V ของเด็กผู้หญิงอายุ 12 ปี =



C.V ของผู้หญิงอายุ 24 ปี =

แสดงว่า การกระจายหรือความแตกต่างของน้ำหนักในกลุ่มเด็กผู้หญิงอายุ 12 ปีมีมากกว่าการกระจายหรือความแตกต่างของน้ำหนักในกลุ่มของผู้หญิงอายุ 24 ปี

**3.4.2 แปลงเป็นค่าคะแนนมาตรฐาน (Standard Score)**

การเปรียบเทียบข้อมูลที่อยู่ต่างชุดกันการจะนำค่าสังเกตมาเปรียบเทียบกันเลยนั้นไม่ได้เพราะลักษณะของข้อมูลแต่ละชุดจะมีความแตกต่างกันต้องมีการปรับค่าข้อมูลให้เป็นคะแนนมาตรฐานเสียก่อน จากสูตร

- ถ้าข้อมูลที่นำมาวิเคราะห์เป็นข้อมูลที่นำมาจากประชากร 

- ถ้าข้อมูลที่นำมาวิเคราะห์เป็นข้อมูลที่นำมาจากตัวอย่าง 

**ตัวอย่าง** ในการเรียนการสอนรายวิชาวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์พื้นฐานในชีวิตประจำวันมีการเรียนการสอนหลายกลุ่ม และมีอาจารย์หลายท่านเป็นผู้สอน มีการให้คะแนนอย่างอิสระ มาดีสอบได้คะแนนในรายวิชานี้ 74 คะแนน โดยลักษณะของกลุ่มนี้คือค่าเฉลี่ยของกลุ่มเท่ากับ 84 และค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 10 ส่วนมารวยเรียนอยู่อีกกลุ่มหนึ่ง โดยมารวยสอบได้คะแนนเพียง 57 คะแนน แต่ค่าเฉลี่ยของผู้เรียนในกลุ่มนี้คือ 51 คะแนน และค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 5 จะสามารถบอกได้หรือไม่ว่ามาดีทำคะแนนได้ดีกว่ามารวย

**วิธีทำ** ในการเปรียบเทียบคะแนนระหว่างมาดีกับมารวย เนื่องจากทั้ง 2 คนมาจากกลุ่มเรียนคนละกลุ่มจึงไม่สามารถนำคะแนนมาเปรียบเทียบกันได้ทันที จึงต้องแปลงคะแนนให้เป็นคะแนนมาตรฐานเสียก่อน จึงจะสามารถนำคะแนนมาเปรียบเทียบกันได้

แปลงคะแนนเป็นคะแนนมาตรฐาน ดังนี้

จากสูตร 



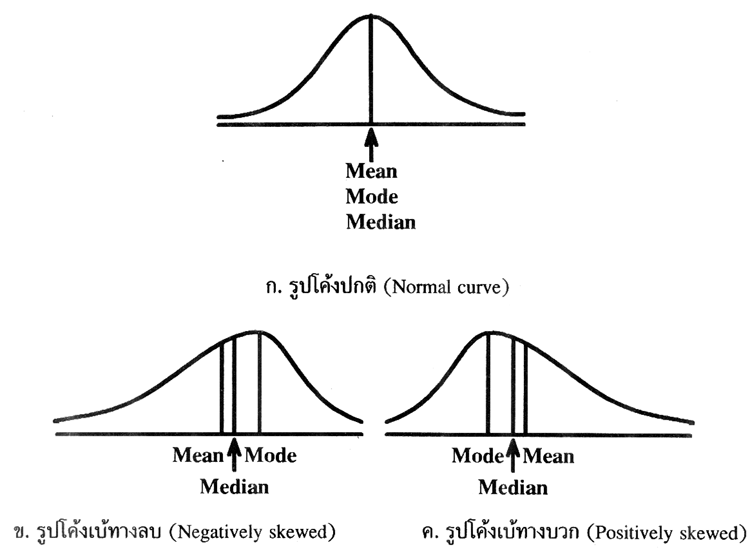


จะเห็นได้ว่าคะแนนมาตรฐานของมาดีน้อยกว่าคะแนนมาตรฐานของมารวย นั่นคือ ไม่สามารถบอกได้ว่ามาดีทำคะแนนได้ดีกว่ามารวย

* 1. **ความเบ้ (Skewness)**

ในการรายงานผลการศึกษาหรือผลการวิจัย การสรุปลักษณะของข้อมูลเราจะใช้ค่ากลางและ

การวัดการกระจายของข้อมูลเหล่านั้นในการสรุป แต่ถ้าหากผู้ศึกษาต้องการที่จะเลือกวิธีการทางสถิติที่เหมาะสมมาใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณเหล่านี้ เราจำเป็นที่จะต้องทราบว่าการกระจายของข้อมูลเหล่านี้มีความสมมาตรหรือมีความเบ้เกิดขึ้นหรือไม่ เนื่องจากข้อสมมติ (Assumption) ของวิธีการทางสถิติส่วนใหญ่ข้อมูลจะต้องมีความสมมาตรหรือมีการแจกแจงเป็นแบบปกติ สำหรับการตรวจสอบอย่างคร่าวๆก็คือนำข้อมูลมาสร้างเป็นเส้นโค้งความถี่ แต่ถ้าต้องการทราบค่าความเบ้ก็จะวัดโดยใช้สัมประสิทธิ์ความเบ้ (Coefficient of skewness) โดยถ้าข้อมูลมีการแจกแจงสมมาตร เส้นโค้งความถี่จะเป็นรูประฆังคว่ำที่มีค่าเฉลี่ย มัธยฐาน และฐานนิยมเท่ากัน และจะมีค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้เท่ากับศูนย์ แต่ถ้าข้อมูลมีการแจกแจงไม่สมมาตรคือมีลักษณะเบ้ไปข้างใดข้างหนึ่ง ค่าเฉลี่ย มัธยฐาน และฐานนิยม จะมีค่าต่างกันไม่อยู่ในตำแหน่งเดียวกัน ดังรูป



ข. รูปเบ้ซ้าย (Negatively skewed)

ค. รูปเบ้ซ้าย (P0sitively skewed)

ก. รูปโค้งปกติ (Normal Curve)

สำหรับสูตรของสัมประสิทธิ์ความเบ้ซึ่งคาร์ล เพียร์สัน (Karl Pearson) ได้พัฒนาขึ้น จะเป็นดังนี้ สัมประสิทธิ์ความเบ้ =

โดยทั่วไปค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้จะมีค่าอยู่ระหว่าง -3 กับ 3 ถ้าการแจกแจงของข้อมูลมีไม่มาก ค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้จะอยู่ในช่วง ± 1 ถ้าค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้มีค่ามากแสดงว่าข้อมูลมีลักษณะเบ้มาก

**ตัวอย่าง** ศูนย์คอมพิวเตอร์และอินเตอร์เน็ตของมหาวิทยาลัยแห่งหนึ่งได้ทำการบันทึกเวลาเฉลี่ยที่นักศึกษาแต่ละคนเข้ามาใช้บริการในแต่ละวันจากนั้นนำข้อมูลไปแจกแจงความถี่ และคำนวณค่าเฉลี่ยได้เป็น 4.5 ชั่วโมง มีค่ามัธยฐาน 3.4 ชั่วโมง และค่าฐานนิยมเท่ากับ 3 ชั่วโมง โดยมีค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของจำนวนชั่วโมงที่เข้ามาใช้บริการเท่ากับ 1.89 ชั่วโมง จงตอบคถามต่อไปนี้

1. การแจกแจงของจำนวนชั่วโมงที่เข้ามาใช้บริการ มีความสมมาตร เบ้ซ้าย หรือเบ้ขวา
2. จงคำนวณหาค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ พร้อมทั้งสรุปผล

**วิธีทำ** ก.การแจกแจงของจำนวนชั่วโมงที่เข้ามาใช้บริการที่ศูนย์คอมพิวเตอร์และอินเตอร์เน็ตมีลักษณะเบ้ขวา เพราะค่าเฉลี่ยมีค่ามากกว่าค่ามัธยฐาน

ข. จากสูตร สัมประสิทธิ์ความเบ้ =

= 

เนื่องจากค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้จะมีค่าไม่เกิน ±3 ซึ่งในกรณีนี้ค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้มีค่า = 1.746 แสดงว่าการกระจายของข้อมูลมีลักษณะเบ้ขวาแต่ไม่มาก ซึ่งหมายความว่า นักศึกษาจำนวนไม่มากที่มีจำนวนชั่วโมงที่เข้ามาใช้บริการที่ศูนย์คอมพิวเตอร์และอินเตอร์เน็ตมากกว่า 4.5 ชั่วโมง

* 1. **บอกซ์พลอต (Box Plots)**

การสร้างบอกซ์พล็อตเป็นการสรุปลักษณะของข้อมูลชุดหนึ่งๆด้วยกราฟ ซึ่งในการสร้างต้องทราบค่าสถิติ 5 ค่า คือ

1. ค่าต่ำสุดของข้อมูล
2. ค่าควอไทล์ที่ 1 หรือเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ 25
3. ค่ามัธยฐาน
4. ค่าควอไทล์ที่ 3 หรือเปอร์เซนไทล์ที่ 75
5. ค่าสูงสุดของข้อมูล

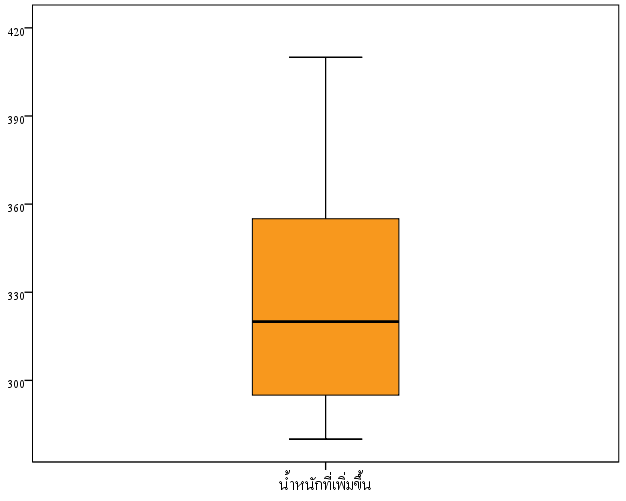
**ตัวอย่าง** จากการสุ่มตัวอย่างลูกไก่จากฟาร์มแห่งหนึ่งขึ้นมา 12 ตัว นำไปชั่งน้ำหนักที่เพิ่มขึ้นในระยะเวลาหนึ่งเป็นดังนี้ (หน่วย : กรัม)

290 330 360 290 410 310

340 370 310 300 280 350

จงสร้างบอกซ์พลอตของน้ำหนักที่เพิ่มขึ้นของลูกไก่ พร้อมทั้งสรุป

บอกซ์พลอตของน้ำหนักที่เพิ่มขึ้นของลูกไก่ เป็นดังนี้



ค่าต่ำสุดที่เป็นค่าปกติ

Q1

Q3

ค่ามัธยฐาน

ค่าสูงสุดที่เป็นค่าปกติ

จากข้อมูลพบว่า ค่าต่ำสุดมีค่าเท่ากับ 280 กรัม

ค่าสูงสุดมีค่าท่ากับ 410 กรัม

เรียงข้อมูลจากน้อยไปหามาก ดังนี้

280 290 290 300 310 310 330 340 350 360 370 410

จาก ตำแหน่งของ  จะได้ ตำแหน่งของ 

ซึ่งตรงกับค่า 290

จาก ตำแหน่งของ  จะได้ ตำแหน่งของ 

ซึ่งตรงกับค่า 350

เมื่อพิจารณาบอกซ์พลอตจะเห็นว่ามัธยฐานไม่ได้อยู่ตรงกึ่งกลางแต่อยู่ค่อนมาทางค่าน้อย แสดงว่าการกระจายของข้อมูลมีลักษณะเบ้ โดยระยะห่างระหว่าง Q3  กับมัธยฐานจะยาวกว่าระยะห่างระหว่าง Q1 กับมัธยฐาน นั่นคือการแจกแจงของข้อมูลมีลักษณะเบ้ขวา แสดงว่ามีลูกไก่จำนวนมากที่มีน้ำหนักที่เพิ่มขึ้นน้อยกว่าน้ำหนักที่เพิ่มขึ้นเฉลี่ยของกลุ่ม

**3.7 บทสรุป**

ในการวิเคราะห์ข้อมูลกรณีที่ข้อมูลมีจำนวนมากบางครั้งอาจทำให้ผู้อ่านเข้าใจยากไม่สะดวกต่อการนำไปใช้ประโยชน์หรือนำข้อมูลไปวิเคราะห์ขั้นสูงต่อไป ดังนั้นจึงมีความจำเป็นที่จะต้องมีการสรุปลักษณะของข้อมูลเสียก่อน โดยการใช้ตัวแทนของข้อมูลเป็นการสรุปลักษณะข้อมูลเบื้องต้น ซึ่งเราจะเรียกว่าการวัดแนวโน้มเข้าสู่ส่วนกลาง แต่ถ้าหากผู้วิเคราะห์ต้องการทราบตำแหน่งของข้อมูลก็อาจจะพิจารณาจากค่าเปอร์เซนไทล์ เดไซด์ และควอไทล์ และหากผู้วิเคราะห์ต้องการให้เห็นลักษณะของข้อมูลที่ชัดเจนขึ้นก็จะต้องมีการวัดการกระจายของข้อมูลโดยมีอยู่หลายค่าให้เลือกใช้ เช่น ค่าพิสัย ค่าเบี่ยงเบนเฉลี่ย และค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน เป็นต้น แต่ถ้าต้องการเปรียบเทียบระหว่างกลุ่มของข้อมูลก็อาจเลือกใช้ค่าสัมประสิทธิ์ความแปรปรวน (Coefficient of Variance) หรือ สัมประสิทธิ์การกระจาย แต่ถ้าจะให้เห็นภาพก็อาจทำการพล็อตเป็นกราฟ หรือบอกซ์พลอตเพื่อดูความเบ้ก็ได้

**แบบฝึกหัดบทที่ 3**

1. จากข้อมูลประชากรต่อไปนี้

2 1 7 6 5 3 8 5 2

4 10 6 3 4 4 6 9 4

3 4 5 5 7 3 5 9 10

จงหาค่าต่อไปนี้

1. ค่าเฉลี่ยเลขคณิต
2. ค่ามัธยฐาน
3. ค่าฐานนิยม
4. ค่าพิสัย
5. ค่าส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ย
6. ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และค่าความแปรปรวน

2. จากข้อมูลความดันโลหิตของผู้ป่วยจำนวน 40 คน เป็นดังนี้

135 114 119 126 111 127 129 133 120 110

102 135 129 117 114 98 132 116 107 109

134 127 114 120 118 136 134 120 117 102

129 128 118 132 108 114 129 115 124 132

จงหาค่าต่อไปนี้

1. ค่าเฉลี่ยเลขคณิต
2. ค่ามัธยฐาน
3. ค่าฐานนิยม
4. ค่าพิสัย
5. ค่าส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ย
6. ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และค่าความแปรปรวน

3. สุ่มชิ้นส่วนคอมพิวเตอร์ที่ผลิตจากเครื่องจักรยี่ห้อหนึ่งจำนวน 80 ชิ้น นำมาชั่งน้ำหนักและ

แจกแจงความถี่ของชิ้นส่วนคอมพิวเตอร์ได้ดังตาราง

|  |  |
| --- | --- |
| น้ำหนักของชิ้นส่วนคอมพิวเตอร์ (กรัม) | ความถี่ |
| 0.1 – 0.5  0.6 – 1.0  1.1 – 1.5  1.6 – 2.0  2.1 – 2.5  2.6 – 3.0 | 3  14  28  21  12  2 |
| รวม | 80 |

จงหาค่าต่อไปนี้

1. ค่าเฉลี่ยเลขคณิต
2. ค่ามัธยฐาน
3. ค่าฐานนิยม
4. ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และค่าความแปรปรวน

4. ในการบันทึกความยาวของทารกแรกเกิดในจังหวัดบุรีรัมย์และจังหวัดสุรินทร์มาจังหวัดละ

15 คน (หน่วย : เซนติเมตร) ได้ข้อมูลดังนี้

จังหวัดบุรีรัมย์ 37 45 38 51 39 47 44 28 33 49

43 47 51 55 42

จังหวัดสุรินทร์ 42 55 34 36 51 41 47 44 36 39

53 42 44 43 50

จงเปรียบเทียบการกระจายของความยาวของทารกแรกเกิดในจังหวัดบุรีรัมย์และจังหวัดสุรินทร์

5. ในการสำรวจอายุการใช้งานก่อนการซ่อมครั้งแรกของเครื่องคอมพิวเตอร์ยี่ห้อหนึ่ง เป็นดังนี้

|  |  |
| --- | --- |
| อายุการใช้งานก่อนการซ่อมครั้งแรก (ชั่วโมง) | จำนวน |
| 1000 – 1499  1500 – 1999  2000 – 2499  2500 - 2999 | 70  50  45  35 |
| รวม | 200 |

จงหาค่าต่อไปนี้

1. ค่าเฉลี่ยเลขคณิต
2. ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และค่าความแปรปรวน

6. โรงพยาบาลแห่งหนึ่งได้ทำการศึกษาเวลาที่ผู้ป่วยแผนกฉุกเฉินรอคอยเจ้าหน้าที่ก่อนที่จะได้รับบริการ (หน่วยเป็นนาที) ใน 1 วันได้ข้อมูลดังนี้

12 10 5 4 21 13 15 18 20 3 4 15 20 8 13

จงหาค่าต่อไปนี้

1. ค่าเฉลี่ยเลขคณิต
2. ค่ามัธยฐาน
3. ค่าฐานนิยม
4. ค่าพิสัย
5. ค่าส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ย
6. ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และค่าความแปรปรวน

7. จากการศึกษาระยะเวลาในการทำงานของพนักงานในบริษัทแห่งหนึ่งพบว่ามีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 6.7 ปี และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 2.4 ปี แต่ค่าเฉลี่ยของเงินเดือนเท่ากับ 21,450 บาท และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 4,320 บาท สามารถสรุปได้หรือไม่ว่า รายได้มีความแตกต่างกันมากกว่าระยะเวลาในการทำงาน

8. จากการสำรวจอายุของผู้ป่วยโรคมะเร็งที่เข้ารับการรักษาที่โรงพยาบาลแห่งหนึ่ง จำนวน

20 คน เป็นดังนี้

47 50 34 55 33 42 28 20 29 22

37 48 50 52 39 44 25 47 50 32

จงหา P25 , D1 , Q3

9. ในการสำรวจจำนวนชั่วโมงในการเล่นเฟสบุ๊คต่อวันของนักศึกษาสาขาวิทยาการคอมพิวเตอร์

จำนวน 15 คน เป็นดังนี้

4 7 8 3 1 9 5 3 9 10 6 8 9 3 2

จงสร้างบอกซ์พลอตเพื่อดูความเบ้ของข้อมูลชุดนี้

10. จากการเก็บรวบรวมข้อมูลราคาผักบุ้งในตลาดสดแห่งหนึ่งเป็นเวลา 100 วัน ได้ข้อมูลดังนี้

|  |  |
| --- | --- |
| ราคา (บาท/กิโลกรัม) | จำนวนวัน |
| 3 – 8 | 2 |
| 9 – 14 | 12 |
| 15 – 20 | 30 |
| 21 – 26 | 32 |
| 27 – 32 | 20 |
| 33 – 38 | 4 |

จงคำนวณหาค่าต่อไปนี้

1. ค่าเฉลี่ย ค่ามัธยฐาน และค่าฐานนิยมของราคาผักบุ้ง
2. ค่าส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ย
3. ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตฐาน และค่าความแปรปรวน
4. ค่า P45 , D8 , Q3

**บทที่ 4**

**การประมาณค่าและการทดสอบสมมติฐาน**

การสรุปผลเกี่ยวกับลักษณะของประชากรโดยการศึกษาจากลักษณะประชากรโดยตรงนั้นทำได้ยากในกรณีที่ประชากรมีขนาดใหญ่ ดังนั้นจึงอาศัยลักษณะของตัวอย่างสุ่มแทน แล้วนำผลที่ได้จากตัวอย่างไปสรุปผลเกี่ยวกับลักษณะประชากร วิธีการทางสถิติดังกล่าวเรียกว่า การอนุมานทางสถิติ ซึ่งแบ่งเป็น 2 ลักษณะใหญ่ๆคือ การประมาณค่าพารามิเตอร์ (Estimation) ซึ่งเป็นการประมาณค่าพารามิเตอร์โดยอาศัยข้อมูลตัวอย่างที่สุ่มเลือกมาจากประชากร มีทั้งการประมาณค่าแบบค่าเดียวหรือการประมาณค่าแบบจุด (Point estimation) และแบบเป็นช่วง (Interval estimation) การอนุมานทางสถิติอีกลักษณะหนึ่งคือ การทดสอบสมมติฐาน (Hypothesis testing) ซึ่งเป็นการศึกษาว่าค่าพารามิเตอร์มีค่าดังที่คาดหวังไว้หรือไม่โดยอาศัยข้อมูลจากตัวอย่างที่ทำการสุ่มเลือกมา

กระบวนการของสถิติอนุมาน อาจแสดงด้วยภาพดังนี้

**การสุ่มตัวอย่าง (Sampling)**

**ประชากร**

**(Population)**

**พารามิเตอร์**

**(Parameter)**

**ค่าสถิติ**

**(Statistics)**

**ตัวอย่าง**

**(Sample)**

**อนุมาน โดยใช้เทคนิค**

* + - **- การประมาณค่า**

**- การทดสอบสมมติฐาน**

* 1. **การประมาณค่า (Estimation)**

เป็นวิธีการทางสถิติที่อาศัยผลที่ได้จากข้อมูลตัวอย่างไปสรุปลักษณะของประชากรภายใต้ค่าความเชื่อมั่นที่กำหนดไว้ มีอยู่ 2 ลักษณะคือ

**4.1.1 การประมาณค่าแบบจุด (Point estimation)**

ค่าประมาณพารามิเตอร์ที่ได้จะเป็นเลขจํานวนเดียว ซึ่งก็คือค่าสถิติที่ได้จากกลุ่มตัวอย่างจะเป็นค่าประมาณพารามิเตอร์ของประชากร เช่น นำค่า  ไปประมาณค่า μ

**4.1.2 การประมาณค่าแบบช่วง (Interval estimation)**

การประมาณค่าแบบช่วงนี้เป็นช่วงที่สร้างขึ้นรอบๆค่าประมาณแบบจุดโดยคาดหวังว่าจะครอบคลุมค่าพารามิเตอร์ด้วยความเชื่อมั่นที่กำหนดให้ และการประมาณค่าแบบช่วงนี้ ค่าประมาณที่ได้มีโอกาสที่จะถูกต้องมากกว่าการประมาณค่าแบบจุด จึงนิยมประมาณค่าแบบช่วงมากกว่าแบบจุด ดังนั้นในบทนี้จะขอกล่าวถึงเพียงการประมาณค่าแบบช่วง ดังนี้

โดยให้ θ เป็นพารามิเตอร์ การประมาณค่าแบบช่วงจะอยู่ในรูป a < θ < b ด้วยความน่าจะเป็น ( 1 - α ) นั่นคือ P(a < θ < b) = 1 - α

ซึ่ง a และ b เป็นตัวแปรสุ่มขึ้นอยู่กับตัวประมาณ  ของ θ และการแจกแจงความน่าจะเป็นของ 

a และ b เรียกว่า เป็นขีดจำกัดล่างและขีดจำกัดบนของช่วง หรือเรียกว่าเป็นลิมิตของความเชื่อมั่น (Confidence limits)

ช่วง (a , b) เรียกว่า ช่วงแห่งความเชื่อมั่น (Confidence interval) และเรียก ( 1 - α ) ว่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น (Confidence coefficient)

เนื่องจากช่วงของการประมาณ (a , b) ขึ้นอยู่กับค่าสถิติที่เป็นตัวประมาณค่า ดังนั้นในการประมาณค่าจึงต้องทราบการแจกแจงของตัวสถิติก่อน แล้วจึงจะสามารถประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยความเชื่อมั่น ( 1 - α ) 100% ที่กำหนดให้ โดยพิจารณาแต่ละกรณีดังนี้

4.1.2.1 การประมาณค่าเฉลี่ย (μ) จะแบ่งออกเป็น 2 ประเภท ดังนี้

1. การประมาณค่าเฉลี่ยของประชากร 1 กลุ่ม แบ่งออกเป็น 3 กรณี ดังนี้

ก. ทราบค่าความแปรปรวน σ2 จะได้ว่า  มีการแจกแจงใกล้เคียงการแจกแจงแบบปกติด้วยค่าเฉลี่ย μ และความแปรปรวน  ดังนั้น ช่วงความเชื่อมั่น ( 1 - α ) 100% ของ μ คือ 

**ตัวอย่าง** ค่าใช้จ่ายเฉลี่ยต่อเดือนของนักศึกษาสาขาวิทยาการคอมพิวเตอร์มีการแจกแจงแบบปกติ ด้วยค่าความแปรปรวน 1,600 บาท สุ่มตัวอย่างจำนวนนักศึกษาสาขาวิชาวิทยาการคอมพิวเตอร์ 500 คน จากมหาวิทยาลัยแห่งหนึ่ง พบว่ามีค่าใช้จ่ายโดยเฉลี่ยต่อเดือน 3,500 บาท จงประมาณค่าใช้จ่ายเฉลี่ยต่อเดือนของนักศึกษาสาขาวิชาวิทยาการคอมพิวเตอร์ทั้งหมดด้วยความเชื่อมั่น 99 %

**วิธีทำ** ให้ X เป็นตัวแปร ค่าใช้จ่ายเฉลี่ยต่อเดือนของนักศึกษาสาขาวิชาวิทยาการคอมพิวเตอร์

X~N (μ , 402)

สุ่มตัวอย่าง n = 500 พบว่า = 3,500

และ ( 1 - α ) 100% = 99%

ดังนั้น α = 0.01





ดังนั้น ช่วงความเชื่อมั่น 99% ของ μ คือ



แทนค่าต่างๆลงในสูตร จะได้ดังนี้









นั่นคือ ที่ระดับความเชื่อมั่น 99% ค่าประมาณของค่าใช้จ่ายเฉลี่ยต่อเดือนของนักศึกษาสาขาวิชาวิทยาการคอมพิวเตอร์ทั้งหมดจะอยู่ระหว่าง 3,495.392 บาท ถึง 3,504.608 บาท

ข. ไม่ทราบค่า σ2 จะประมาณ σ2 ด้วย S2 เมื่อตัวอย่างที่สุ่มมามีขนาดใหญ่

(n ≥ 30) ช่วงแห่งความเชื่อมั่น ( 1 - α ) 100% ของ μ คือ



**ตัวอย่าง** เวลาที่ใช้ในการประกอบเครื่องคอมพิวเตอร์ยี่ห้อหนึ่งมีการแจกแจงแบบปกติ

บันทึกเวลาในการประกอบเครื่องคอมพิวเตอร์ยี่ห้อนี้มา 100 ครั้ง หาค่าเฉลี่ยได้ 40 นาที ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 0.12 นาที จงหาช่วงความเชื่อมั่น 95 % ของเวลาในการประกอบเครื่องคอมพิวเตอร์ยี่ห้อนี้

**วิธีทำ** ให้ X เป็นตัวแปร เวลาในการประกอบเครื่องคอมพิวเตอร์

จากโจทย์ไม่ทราบค่า σ แต่ตัวอย่างมีขนาดใหญ่ (n ≥ 30)

สุ่มตัวอย่าง n = 100 พบว่า = 40 , S = 0.12

และ ( 1 - α ) 100% = 95%

ดังนั้น α = 0.05





ดังนั้น ช่วงความเชื่อมั่น 95% ของ μ คือ



แทนค่าต่างๆลงในสูตร จะได้ดังนี้











นั่นคือ ที่ระดับความเชื่อมั่น 95% ค่าประมาณของเวลาในการประกอบเครื่องคอมพิวเตอร์ยี่ห้อนี้จะอยู่ระหว่าง 39.976 นาที ถึง 40.024 นาที

ค. ในกรณีที่ไม่ทราบค่า σ2 ต้องประมาณ σ2 ด้วย S2 และตัวอย่างที่สุ่มมามีขนาดเล็ก ( n < 30) ค่าสถิติที่ใช้ คือ  ~ t ( n – 1 )

ดังนั้นช่วงความเชื่อมั่น ( 1 - α ) 100% ของ μ คือ



**ตัวอย่าง** สุ่มตัวอย่างรถยนต์มาจำนวน 12 คัน จากรถยี่ห้อหนึ่ง พบว่าให้ข้อมูลของการเผาผลาญน้ำมัน ดังนี้ 18.6 18.4 19.2 20.8 19.4 20.5 19.6 22.3 17.5 21.3 18.7 21.3 (ไมล์/แกลลอน) จงหาช่วงความเชื่อมั่น 90 % ของค่าเฉลี่ยของการเผาผลาญน้ำมันสำหรับรถยี่ห้อนี้

**วิธีทำ** ให้ X เป็นตัวแปร การเผาผลาญน้ำมันของรถยนต์

จากโจทย์ไม่ทราบค่า σ และตัวอย่างมีขนาดเล็ก (n < 30)

สุ่มตัวอย่าง n = 12 จึงต้องใช้การแจกแจงแบบที

ขั้นตอนแรกต้องหา  กับ S ดังนี้





หาค่าต่างๆดังนี้

****แทนค่าลงในสูตร ดังนี้







โดยโจทย์กำหนด ( 1 - α ) 100% = 90%

ดังนั้น α = 0.10





ดังนั้น ช่วงความเชื่อมั่น 90% ของ μ คือ



แทนค่าต่างๆลงในสูตร จะได้ดังนี้











นั่นคือ ที่ระดับความเชื่อมั่น 90% ค่าประมาณของค่าเฉลี่ยของการเผาผลาญน้ำมันสำหรับรถยี่ห้อนี้จะอยู่ระหว่าง 19.055 ถึง 20.545 ไมล์/แกลลอน

2. การประมาณค่าเฉลี่ยของประชากร 2 กลุ่ม ( ผลต่างของค่าเฉลี่ยของประชากรสองกลุ่ม )

แบ่งออกเป็น 4 กรณี ดังนี้

1. การประมาณผลต่างของค่าเฉลี่ยแบบช่วงของประชากร 2 กลุ่ม เมื่อทราบค่าความ

แปรปรวนของประชากร

กรณีที่ต้องการเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของประชากร 2 กลุ่ม โดยมีข้อกำหนดไว้ว่า ประชากรทั้ง 2 กลุ่มต้องมีการแจกแจงแบบปกติ หรือ ใกล้เคียง การประมาณค่าเฉลี่ยสามารถทำได้โดยใช้สูตรการประมาณค่าแบบช่วง 

**ตัวอย่าง** จากการสุ่มตัวอย่างการใช้โทรศัพท์มือถือ สอง ยี่ห้อ คือ ยี่ห้อ A และ ยี่ห้อ B ชนิดละ 25 เครื่อง พบว่ามีอายุการใช้งานเฉลี่ย 2,000 ชั่วโมง และ 1,500 ชั่วโมง ตามลำดับ ถ้าอายุการใช้งานของโทรศัพท์มือถือทั้งสองชนิดมีการแจกแจงปกติ และมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ของอายุการใช้งานเป็น 150 และ 100 ชั่วโมงตามลำดับ จงประมาณผลต่างอายุการใช้งานเฉลี่ยของโทรศัพท์มือถือทั้งสองยี่ห้อ ที่ระดับความเชื่อมั่น 95 %

**วิธีทำ** โทรศัพท์มือถือยี่ห้อ A ; n1 = 25 ,  ,   
      โทรศัพท์มือถือยี่ห้อ B ; n2 = 25 ,  ,   
      เนื่องจากประชากรทั้งสองมีการแจกแจงปกติ ทราบค่า   และ   
      ที่ระดับความเชื่อมั่น 95 % ค่าประมาณแบบช่วงสำหรับ  คือ  
 

โจทย์กำหนด ( 1 - α ) 100% = 95%

ดังนั้น α = 0.05





แทนค่าต่างๆลงในสูตร ดังนี้  







    ดังนั้น ที่ระดับความเชื่อมั่น 95 % ค่าประมาณผลต่างอายุการใช้งานเฉลี่ยอยู่ระหว่าง 429.33 ถึง 570.67 ชั่วโมง

1. ไม่ทราบค่าความแปรปรวนของประชากร และตัวอย่างมีขนาดใหญ่ (และ

) จะใช้ตัวสถิติ Z ดังนี้

**ตัวอย่าง** จากการสุ่มตัวอย่างนักศึกษามหาวิทยาลัยราชภัฏบุรีรัมย์ จำนวน 2 กลุ่ม ๆ ละ 40 คน ทำแบบทดสอบวิชาสถิติ แบบเดียวกันได้คะแนนเฉลี่ย 70 และ 63 คะแนน ตามลำดับ และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 5.9 และ 3.6 ตามลำดับ จงประมาณค่าความแตกต่างคะแนนเฉลี่ยของนักศึกษา ทั้งสองกลุ่มที่ระดับความเชื่อมั่น 90 %

**วิธีทำ** นักศึกษากลุ่มที่ 1 ; n1 = 40 ,  ,   
      นักศึกษากลุ่มที่ 2 ; n2 = 40 ,  , 

เนื่องจากไม่ทราบค่าความแปรปรวนของประชากร และตัวอย่างมีขนาดใหญ่ (และ) ดังนั้น ที่ระดับความเชื่อมั่น 90 % ค่าประมาณแบบช่วงสำหรับ  คือ  
 

โจทย์กำหนด ( 1 - α ) 100% = 90%

ดังนั้น α = 0.10





แทนค่าต่างๆลงในสูตร ดังนี้  







ดังนั้น ที่ระดับความเชื่อมั่น 90 % ค่าประมาณผลต่างของคะแนนสอบอยู่ระหว่าง 5.202 ถึง 8.798 คะแนน

1. ไม่ทราบค่าความแปรปรวนของประชากร และตัวอย่างมีขนาดเล็ก (n1<30 หรือ n2<30) และความแปรปรวนของประชากรทั้งสองกลุ่มเท่ากัน () จะใช้ตัวสถิติ t ดังนี้



และจะได้ว่าช่วงความเชื่อมั่น 100(1 - α)% สำหรับการประมาณ  คือ

 โดยที่ 

**ตัวอย่าง** จากการสุ่มตัวอย่างนักศึกษาคณะวิทยาศาสตร์ และคณะครุศาสตร์ มาคณะละ 12 และ 10 คน ตามลำดับ ได้ค่าเฉลี่ยของเวลาที่ใช้ในการเดินทางของนักศึกษาตัวอย่างทั้งสองคณะเท่ากับ 48 และ 39 นาที ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน เท่ากับ 7 และ 8 นาที ตามลำดับ จงหาผลต่างที่แท้จริงของเวลาเฉลี่ยในการเดินทางของนักศึกษาทั้งสองคณะ ที่ระดับความเชื่อมั่น 90% เมื่อทราบว่าเวลาของการเดินทางของนักศึกษามีการแจกแจงแบบปกติและมีค่าความแปรปรวนเท่ากัน

**วิธีทำ** นักศึกษาคณะวิทยาศาสตร์ ; n1 = 12 ,  ,   
      นักศึกษาคณะครุศาสตร์ ; n2 = 10 ,  , 

เนื่องจากไม่ทราบค่าความแปรปรวนของประชากร และตัวอย่างมีขนาดเล็ก (n1<30 หรือ n2<30) แต่ทราบว่าความแปรปรวนของประชากรทั้งสองกลุ่มเท่ากัน ดังนั้นที่ระดับความเชื่อมั่น 90 % ค่าประมาณแบบช่วงสำหรับ  คือ

โดยที่









และโจทย์กำหนด ( 1 - α ) 100% = 90%

ดังนั้น α = 0.10





แทนค่าต่างๆลงในสูตรดังนี้









ดังนั้น ที่ระดับความเชื่อมั่น 90 % ผลต่างที่แท้จริงของเวลาเฉลี่ยในการเดินทางของนักศึกษาทั้งสองคณะอยู่ระหว่าง 3.487 ถึง 14.513 นาที

ง. ไม่ทราบค่าความแปรปรวนของประชากร และตัวอย่างมีขนาดเล็ก (n1<30 หรือ n2<30) และความแปรปรวนของประชากรทั้งสองกลุ่มไม่เท่ากัน () จะใช้ตัวสถิติ t ดังนี้



และจะได้ว่าช่วงความเชื่อมั่น 100(1 - α)% สำหรับการประมาณ  คือ



โดยที่ ****

**ตัวอย่าง** ผู้อำนวยการสำนักวิจัยของธนาคารแห่งหนึ่งต้องการประมาณค่าช่วงความเชื่อมั่น 95% ของผลต่างของค่าใช้จ่ายเฉลี่ยต่อวันของพนักงานธนาคารชาย และพนักงานธนาคารหญิง โดยสุ่มตัวอย่างพนักงานชาย 10 คนและพนักงานหญิง 12 คน พบว่ามีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 1,000 และ 800 บาท และมีค่าความแปรปรวนเท่ากับ 50 และ 45 ตามลำดับ จงหาช่วงความเชื่อมั่น 95% ของผลต่างค่าใช้จ่ายเฉลี่ยต่อวันของพนักงานชายและพนักงานหญิงทั้งหมดเมื่อทราบว่าประชากรมีการแจกแจงแบบปกติ และมีความแปรปรวนไม่เท่ากัน

**วิธีทำ**  พนักงานชาย ; n1 = 10 ,  ,   
      พนักงานหญิง ; n2 = 12 ,  , 

เนื่องจากไม่ทราบค่าความแปรปรวนของประชากร และตัวอย่างมีขนาดเล็ก (n1<30 หรือ n2<30) แต่ทราบว่าความแปรปรวนของประชากรทั้งสองกลุ่มไม่เท่ากัน ดังนั้นที่ระดับความเชื่อมั่น 95 % ค่าประมาณแบบช่วงสำหรับ  คือ



โดยที่ ****

****

****

และโจทย์กำหนด ( 1 - α ) 100% = 95%

ดังนั้น α = 0.05





แทนค่าต่างๆลงในสูตรดังนี้







ดังนั้น ที่ระดับความเชื่อมั่น 95 % ผลต่างค่าใช้จ่ายเฉลี่ยต่อวันของพนักงานชายและพนักงานหญิงทั้งหมดอยู่ระหว่าง 193.809 ถึง 206.191 บาท

4.1.2.2 การประมาณค่าสัดส่วน (p) จะแบ่งออกเป็น 2 ประเภท ดังนี้

1. การประมาณค่าสัดส่วนของประชากร 1 กลุ่ม

ช่วงแห่งความเชื่อมั่นสำหรับการประมาณค่า p จะใช้การแจกแจงปกติมาประมาณการแจกแจงทวินาม ซึ่งจะได้ว่า ถ้า n มีขนาดใหญ่พอจะถูกประมาณว่ามีการแจกแจงใกล้เคียงการแจกแจงปกติโดยมีค่าเฉลี่ย p และความแปรปรวน  เนื่องจากไม่ทราบค่า p ตัวประมาณจึงใช้  แทน pq ในเทอมของความแปรปรวนจะได้ว่า

~ N (0, 1) โดยที่ 

ดังนั้น ที่ช่วงแห่งความเชื่อมั่น ( 1 - α ) 100% ของการประมาณค่า p คือ



**ตัวอย่าง** จากการสุ่มตัวอย่างนักศึกษาสาขาวิชาวิทยาการคอมพิวเตอร์ ชั้นปีที่ 1 มหาวิทยาลัย

ราชภัฏบุรีรัมย์จำนวน 100 คน พบว่ามีคอมพิวเตอร์โน๊ตบุ๊กใช้จำนวน 60 คน จงประมาณสัดส่วนของนักศึกษาสาขาวิชาวิทยาการคอมพิวเตอร์ ชั้นปีที่ 1 มหาวิทยาลัยราชภัฏบุรีรัมย์ที่มีคอมพิวเตอร์โน๊ตบุ๊กใช้ที่ระดับความเชื่อมั่น 95 %

**วิธีทำ** 



ค่าประมาณแบบช่วงของ p คือ



โจทย์กำหนดให้ ( 1 - α ) 100% = 95%

ดังนั้น α = 0.05





แทนค่าต่างๆลงในสูตร ดังนี้











ดังนั้นที่ระดับความเชื่อมั่น 95 % ค่าประมาณสัดส่วนของนักศึกษาสาขาวิชาวิทยาการคอมพิวเตอร์ ชั้นปีที่ 1 มหาวิทยาลัยราชภัฏบุรีรัมย์ที่มีคอมพิวเตอร์โน๊ตบุ๊กใช้อยู่ระหว่าง 0.504

ถึง 0.696

2. การประมาณค่าสัดส่วนของประชากร 2 กลุ่ม

เป็นการเปรียบเทียบสัดส่วนของสองประชากร เช่นต้องการเปรียบเทียบผลต่างระหว่างสัดส่วนของนักศึกษาหญิงและนักศึกษาชายที่นิยมดูซีรีย์เกาหลี   
      ให้  แทน สัดส่วนตัวอย่างที่มีลักษณะที่สนใจจากประชากรกลุ่มที่ 1  
            n1 แทน จำนวนตัวอย่างที่มีลักษณะที่สนใจจากประชากรกลุ่มที่ 1   
            แทน สัดส่วนตัวอย่างที่มีลักษณะที่สนใจจากประชากรกลุ่มที่ 2   
            n2 แทน จำนวนตัวอย่างที่มีลักษณะที่สนใจจากประชากรกลุ่มที่ 2

ที่ระดับความเชื่อมั่น ( 1- α)% ค่าประมาณแบบช่วงของ คือ



**ตัวอย่าง** จากการสุ่มตัวอย่างผู้ลงคะแนนเสียงเลือกตั้งสมาชิกสภาผู้แทนราษฎรของจังหวัดบุรีรัมย์ครั้งหนึ่ง จากอำเภอเมือง 300 คน และอำเภอหนองกี่ 200 คน พบว่ามี 156 คน และ 98 คน ตามลำดับ ที่เลือกผู้สมัครรับเลือกตั้งเบอร์ 1 ที่ระดับความเชื่อมั่น 90% จงหาช่วงความเชื่อมั่นของความแตกต่างระหว่างสัดส่วนที่ผู้ลงคะแนน เลือกผู้สมัครรับเลือกตั้งเบอร์ 1 ของทั้งสองอำเภอ  
**วิธีทำ**  ****



และโจทย์กำหนดให้ ( 1 - α ) 100% = 90%

ดังนั้น α = 0.10





ค่าประมาณแบบช่วงของ  คือ

แทนค่าต่างๆลงในสูตร ดังนี้







ดังนั้นที่ระดับความเชื่อมั่น 90 % ค่าประมาณความแตกต่างระหว่างสัดส่วนที่ผู้ลงคะแนน เลือกผู้สมัครรับเลือกตั้งเบอร์ 1 ของทั้งสองอำเภออยู่ระหว่าง -0.04567 ถึง 0.10567

* 1. **การทดสอบสมมติฐาน (Test of Hypothesis)**

**4.2.1 หลักการเบื้องต้นของการทดสอบสมมติฐาน**

4.2.1.1 ความหมายของสมมติฐาน

ในตอนต้น ได้กล่าวถึงวิธีการอนุมานทางสถิติวิธีการหนึ่งไปแล้ว คือ การประมาณค่าพารามิเตอร์ของประชากร และวิธีการอนุมานทางสถิติที่จะกล่าวถึงในส่วนนี้ก็คือ การทดสอบสมมติฐาน ซึ่งทั้งสองกรณีเป็นวิธีการอ้างอิงลักษณะของประชากรโดยอาศัยข้อมูลจากตัวอย่างเหมือนกัน แต่ลักษณะของการประมาณเป็นการสรุปหรือประมาณว่าประชากรมีลักษณะหรือค่าพารามิเตอร์เป็นเท่าไรหรือมีค่าอยู่ในช่วงใด ด้วยความน่าจะเป็นหรือความเชื่อมั่นที่กำหนด ส่วนการทดสอบสมมติฐานจะเป็นการสรุปว่าค่าพารามิเตอร์ของประชากรเป็นไปตามที่คาดหวังไว้หรือไม่ ดังนั้นในการอนุมานลักษณะนี้ผู้วิจัยจะต้องมีสมมติฐาน (Hypothesis) ซึ่งเป็นข้อสงสัย หรือข้อสมมติ หรือข้อความ หรือความเชื่อเกี่ยวกับประชากรหนึ่งกลุ่มหรือมากกว่าหนึ่งกลุ่ม ซึ่งข้อสมมติที่กำหนดขึ้นอาจจริงหรือไม่จริงก็ได้ เพื่อที่จะตอบข้อสงสัยดังกล่าวจึงต้องทำการทดสอบสมมติฐานโดยอาศัยข้อมูลจากตัวอย่างและระเบียบวิธีการทางสถิติมาช่วยอธิบายหรือช่วยในการตัดสินใจว่าจะยอมรับหรือปฎิเสธสมมติฐานนั้น

โดยทั่วไปจะแบ่งสมมติฐานออกเป็น 2 ลักษณะ คือ

1. สมมติฐานทางการวิจัย (Research hypothesis) มีลักษณะเป็นข้อความที่ตั้งขึ้นเพื่อเป็นการคาดคะเนหรือเดาคำตอบล่วงหน้าว่าจะเป็นลักษณะใด โดยอาศัยเหตุผลที่ได้จากประสบการณ์ ความรู้ หรือเอกสารงานวิจัยที่เคยมีคนทำมาในอดีต เช่น นักวิจัยอยากทราบว่ารายได้เฉลี่ยของเพศชายและเพศหญิงแตกต่างกันหรือไม่ ตามความเป็นจริงหรือจากปัจจัยประกอบหลายๆอย่างทำให้เกิดข้อสงสัยว่ารายได้เฉลี่ยของเพศชายน่าจะสูงกว่าของเพศหญิง ดังนั้นในการตั้งสมมติฐานทางการวิจัยจึงควรตั้งว่า “รายได้เฉลี่ยของเพศชายสูงกว่ารายได้เฉลี่ยของเพศหญิง”

2. สมมติฐานทางสถิติ (Statistical hypothesis) เป็นสมมติฐานที่เปลี่ยนจากสมมติฐานทางการวิจัยและจะเขียนให้อยู่ในรูปของสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับพารามิเตอร์

**ตัวอย่าง เช่น**

1. สมมติฐานทางการวิจัย : รายได้เฉลี่ยของเพศชายสูงกว่ารายได้เฉลี่ยของเพศหญิง

ดังนั้น ถ้าให้ μ1 แทน รายได้เฉลี่ยของเพศชาย

μ2 แทน รายได้เฉลี่ยของเพศหญิง

จะเขียนสมมติฐานทางสถิติได้ดังนี้

H0 : μ1 = μ2

H1 : μ1 > μ2

2. สมมติฐานทางการวิจัย : น้ำหนักเฉลี่ยของทารกแรกเกิดในจังหวัดบุรีรัมย์ต่ำกว่ามาตรฐาน

ถ้าให้ μ แทนน้ำหนักเฉลี่ยของทารกแรกเกิดในจังหวัดบุรีรัมย์

ดังนั้นจะเขียนสมมติฐานทางสถิติได้ดังนี้

H0 : μ = 3,200

H1 : μ < 3,200

3. สมมติฐานทางการวิจัย : สัดส่วนของคนไข้ทั้งหมดที่มาเข้ารับการรักษาในช่วงฤดูร้อนจะเป็นโรคอุจจาระร่วงเท่ากับ 0.70

ถ้าให้ p แทน สัดส่วนคนไข้ที่เป็นโรคอุจจาระร่วงที่มารับการรักษาในช่วงฤดูร้อน

ดังนั้นจะเขียนสมมติฐานทางสถิติได้ดังนี้

H0 : p = 0.70

H1 : p ≠ 0.70

โดยทั่วไปจะแบ่งสมมติฐานทางสถิติออกเป็น 2 ชนิด คือ

1. สมมติฐานหลัก หรือ สมมติฐานว่าง (Null hypothesis) เป็นสมมติฐานที่ต้องการทดสอบที่แสดงถึงความเท่ากันหรือไม่แตกต่างกันระหว่างกลุ่ม เขียนแทนด้วย H0

2. สมมติฐานทางเลือก (Alternative hypothesis) เป็นสมมติฐานใดๆที่ไม่ใช่สมมติฐานว่าง ซึ่งมีลักษณะแย้งกับสมมติฐานว่าง นั่นคือ จะเป็นสมมติฐานที่แสดงความมากกว่า น้อยกว่า หรือไม่เท่ากับ เขียนแทนด้วย H1

การตั้งสมมติฐานทางสถิติ จะต้องตั้งทั้งสมมติฐานว่างและสมมติฐานทางเลือก และจากตัวอย่างจะเห็นว่าสมมติฐานทางการวิจัยอาจจะสอดคล้องกับ H0 หรือ H1 ก็ได้ แต่ส่วนมากมักจะสอดคล้องกับ H1 และผลจากการทดสอบสมมติฐานทางสถิติมี 2 อย่าง คือ ยอมรับ (Accept) หรือ ปฏิเสธ (Reject) H0 ซึ่งการปฏิเสธ H0 หมายถึง การสรุป H0 ไม่ถูกต้อง ส่วนการยอมรับ H0 หมายถึงว่าเราไม่มีหลักฐานพอที่จะเชื่อเป็นอย่างอื่น

4.2.1.2 ชนิดของการทดสอบสมมติฐาน

1. การทดสอบข้างเดียว (One – tailed test หรือ One – sided test) เป็นการทดสอบที่มุ่งพิจารณาในแง่ความแตกต่างที่มากกว่าหรือน้อยกว่าเพียงอย่างใดอย่างหนึ่ง โดยสังเกตจากการตั้งสมมติฐานทางเลือก

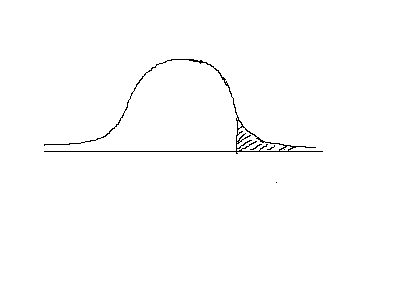
ถ้า θ เป็นพารามิเตอร์ และ θ0 เป็นค่าที่คาดหวังว่าจะเป็นของพารามิเตอร์

สมมติฐานสำหรับการทดสอบข้างเดียว เป็นดังนี้

การทดสอบข้างเดียวทางขวา

H0 : θ = θ0

H1 : θ > θ0

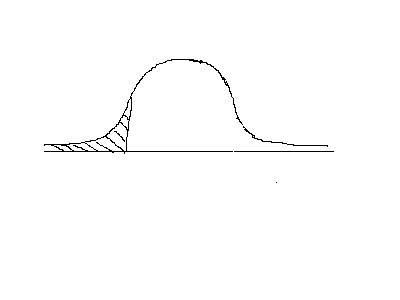
เมื่อกำหนดระดับนัยสำคัญเป็น α พิจารณารูป

บริเวณยอมรับ H0

บริเวณปฏิเสธ H0

การทดสอบข้างเดียวทางซ้าย

H0 : θ = θ0

H1 : θ < θ0

บริเวณยอมรับ H0

บริเวณปฏิเสธ H0

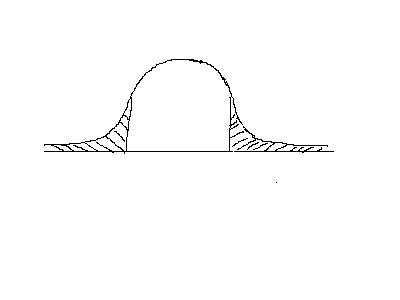
ส่วนที่แรเงามีพื้นที่เท่ากับ α ซึ่งเรียกว่า บริเวณวิกฤต (Critical region) คือบริเวณที่ทำให้เกิดการปฏิเสธ H0 ส่วนบริเวณการยอมรับ (Acceptance region) เท่ากับ 1- α คือบริเวณที่ทำให้เกิดการยอมรับ H0 และค่าที่แบ่งบริเวณทั้งสองออกจากกันเรียกว่า ค่าวิกฤต (Critical value)

2. การทดสอบสองข้าง (Two – tailed test หรือ Two – side test) เป็นการทดสอบที่มุ่งพิจารณาความแตกต่างเท่านั้น โดยไม่คำนึงว่าความแตกต่างจะไปในทิศทางใด ลักษณะการตั้งสมมติฐานเป็นดังนี้

H0 : θ = θ0

H1 : θ ≠ θ0

การทดสอบนี้จะแบ่งบริเวณวิกฤตเป็น 2 ส่วน ถ้ากำหนดระดับนัยสำคัญเป็น α บริเวณวิกฤตจะเป็นพื้นที่ที่อยู่ที่ปลายของโค้งการแจกแจง 2 ข้าง ข้างละ  ดังรูป



บริเวณยอมรับ HO

บริเวณปฏิเสธ HO  บริเวณปฏิเสธ HO

บริเวณปฏิเสธ HO  บริเวณปฏิเสธ HO

4.2.1.3 วิธีการทดสอบสมมติฐาน

ในการทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับค่าพารามิเตอร์ในประชาหนึ่งกลุ่ม หรือมากกว่า จะมีขั้นตอน ดังนี้

1. กำหนดสมมติฐานเพื่อการทดสอบ H0 และ H1
2. กำหนดระดับนัยสำคัญ α
3. กำหนดตัวสถิติที่ใช้ในการทดสอบสมมติฐานในข้อ 1.
4. หาบริเวณวิกฤต
5. คำนวณค่าสถิติทดสอบจากข้อมูลในตัวอย่างที่เก็บรวบรวมได้

และพิจารณาว่าค่าสถิติที่คำนวณได้นั้นตกอยู่ในบริเวณวิกฤตหรือไม่

1. สรุปผล การเปรียบเทียบค่าสถิติทดสอบที่คำนวณได้กับค่าวิกฤตที่ได้

จากตารางการแจกแจง ถ้าพบว่า ค่าสถิติที่คำนวณได้ตกอยู่ในบริเวณวิกฤต จะปฏิเสธ H0 แต่ถ้าค่าสถิติที่คำนวณได้ตกอยู่ในบริเวณของการยอมรับ จะยอมรับ H0

**4.2.2 การทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับค่าเฉลี่ย (μ) จะแบ่งออกเป็น 2 ประเภท ดังนี้**

4.2.2.1 การทดสอบสมติฐานเกี่ยวกับค่าเฉลี่ยของประชากร 1 กลุ่ม แบ่งออกเป็น 3 กรณี ดังนี้

ก. การทดสอบค่าเฉลี่ยประชากร เมื่อทราบค่าความแปรปรวนของประชากร σ2และประชากรมีการแจกแจงแบบปกติ ตัวสถิติที่ใช้ในการทดสอบ คือ



ซึ่ง Z มีการแจกแจงปกติมาตรฐาน หรืออาจเขียนได้ว่า Z ~ N(0 , 1)

สรุปการตัดสินใจสำหรับการทดสอบ H0 : μ = μ0 กับสมมติฐานทางเลือกต่างๆกัน โดยกำหนดระดับนัยสำคัญ α ดังตาราง

|  |  |
| --- | --- |
| H1: | บริเวณอาณาเขตวิกฤต |
| μ > μ0  μ < μ0  μ ≠ μ0 | Z ≥ Zα  Z ≤ - Zα  หรือ |

**หมายเหตุ** Zα และ  เป็นค่าวิกฤตที่ได้จากการเปิดตารางการแจกแจงปกติมาตรฐาน

**ตัวอย่าง** โรงงานผู้ผลิตเหล็กเส้นต้องการตรวจสอบคุณภาพการผลิต เพื่อที่จะพิจารณาว่า การผลิตได้มาตรฐานหรือไม่ ถ้ากำหนดความยาวมาตรฐานของเหล็กเส้นโดยเฉลี่ยเท่ากับ 8.6 นิ้ว และค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานความยาวเหล็กเส้นเท่ากับ 0.3 นิ้ว ถ้าสุ่มตัวอย่างเหล็กเส้นที่ผลิตโดยโรงงานแห่งนี้ขึ้นมาจำนวน 36 เส้น พบว่าค่าเฉลี่ยของความยาวเหล็กเส้นตัวอย่างเท่ากับ 8.7 นิ้ว จะกล่าวสรุปได้หรือไม่ว่า การผลิตเหล็กเส้นของโรงงานนี้ได้มาตรฐานค่าเฉลี่ย ที่ระดับนัยสำคัญ .05

**วิธีทำ** 1. สมมติฐานเพื่อการทดสอบ

H0 : μ = 8.6

H1 : μ ≠ 8.6

2. สถิติที่ใช้ทดสอบ

เนื่องจากทราบค่าความแปรปรวนประชากร σ2 ดังนั้นสถิติที่ใช้ในการทดสอบ คือ 

1. กำหนดระดับนัยสำคัญ α = 0.05

การทดสอบเป็นการทดสอบแบบสองข้าง ดังนั้นบริเวณอาณาเขตวิกฤต ก็คือ

 หรือ 

4. คำนวณค่าสถิติทดสอบ

จากข้อมูลทราบว่า μ0 = 8.6 , ,σ = 0.3 , n = 36

ดังนั้นจะได้ว่า 

5. สรุปผล

ค่าสถิติทดสอบที่คำนวณได้คือ Z = 2.00 มีค่ามากกว่า 1.96 จึงตกอยู่ในบริเวณอาณาเขตวิกฤต ดังนั้นจะปฏิเสธสมมติฐาน H0 ที่ว่าค่าเฉลี่ยความยาวของเหล็กเส้นที่ผลิตโดยโรงงานนี้เท่ากับ 8.6 นิ้ว นั่นคือ การผลิตเหล็กเส้นของโรงงานแห่งนี้ไม่ได้มาตรฐานตามกำหนด (เนื่องจาก μ ≠ 8.6) ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

ข. การทดสอบค่าเฉลี่ยประชากร เมื่อไม่ทราบค่าความแปรปรวนของประชากร σ2 และตัวอย่างที่สุ่มมามีขนาดใหญ่ (n ≥ 30) จะประมาณค่า σ2 ด้วย s2 ตัวสถิติที่ใช้ทดสอบ คือ



และการกำหนดค่าวิกฤตในกรณีต่างๆจะกำหนดโดยใช้ค่า Z เช่นเดียวกับในตารางของข้อ ก.

**ตัวอย่าง** จากการสำรวจครัวเรือนในเขตอำเภอเมืองบุรีรัมย์ จำนวน 36 ครัวเรือน พบว่า โดยเฉลี่ยครัวเรือนชมรายการโทรทัศน์ 27 ชั่วโมงต่อสัปดาห์ ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน 4 ชั่วโมง ถ้าจำนวนชั่วโมงการชมโทรทัศน์โดยเฉลี่ยของครัวเรือนทั่วประเทศเท่ากับ 25 ชั่วโมงต่อสัปดาห์ จะกล่าวสรุปได้หรือไม่ว่า จำนวนชั่วโมงการชมรายการโทรทัศน์โดยเฉลี่ยของครัวเรือนในเขตอำเภอเมืองบุรีรัมย์มากกว่าจำนวนชั่วโมงการชมรายการโดยเฉลี่ยของครัวเรือนทั่วประเทศที่ระดับนัยสำคัญ 0.01

**วิธีทำ** 1. สมมติฐานเพื่อการทดสอบ

H0 : μ = 25

H1 : μ > 25

2. สถิติที่ใช้ทดสอบ

เนื่องจากไม่ทราบค่าความแปรปรวนประชากร σ2 แต่ตัวอย่างที่สุ่มมามีขนาดใหญ่

(n ≥ 30) จะประมาณค่า σ2 ด้วย s2 ดังนั้นสถิติที่ใช้ในการทดสอบ คือ 

1. กำหนดระดับนัยสำคัญ α = 0.01

การทดสอบเป็นการทดสอบแบบข้างเดียวทางขวา ดังนั้นบริเวณอาณาเขตวิกฤต ก็คือ



4. คำนวณค่าสถิติทดสอบ

จากข้อมูลทราบว่า μ0 = 25 , ,S = 4 , n = 36

ดังนั้นจะได้ว่า 

= 3.00

5. สรุปผล

ค่าสถิติทดสอบที่คำนวณได้คือ Z = 3.00 มีค่ามากกว่า 2.326 จึงตกอยู่ในบริเวณอาณาเขตวิกฤต ดังนั้นจะปฏิเสธสมมติฐาน H0 กล่าวสรุปได้ว่าที่ระดับนัยสำคัญ 0.01 จำนวนชั่วโมงการชมรายการโทรทัศน์โดยเฉลี่ยต่อสัปดาห์ของครัวเรือนในเขตอำเภอเมืองบุรีรัมย์มากกว่าจำนวนชั่วโมงการชมรายการโดยเฉลี่ยของครัวเรือนทั่วประเทศ (μ > 25)

1. การทดสอบค่าเฉลี่ยประชากร เมื่อไม่ทราบค่าความแปรปรวนของประชากร σ2 และ

ตัวอย่างที่สุ่มมามีขนาดเล็ก (n < 30) จะประมาณค่า σ2 ด้วย s2 ตัวสถิติที่ใช้ทดสอบ คือ



ซึ่งมีการแจกแจง t และมีองศาความเป็นอิสระ (n-1) หรืออาจเขียนได้ว่า t ~ t( n – 1 )

สรุปการตัดสินใจสำหรับการทดสอบ H0 : μ = μ0 กับสมมติฐานทางเลือกต่างๆกัน โดยกำหนดระดับนัยสำคัญ α ดังตาราง

|  |  |
| --- | --- |
| H1: | บริเวณอาณาเขตวิกฤต |
| μ > μ0  μ < μ0  μ ≠ μ0 | t ≥ tα , (n – 1)  t ≤ - tα , (n – 1)  หรือ |

**ตัวอย่าง** ในการตรวจสอบคุณภาพชิ้นส่วนคอมพิวเตอร์ชนิดหนึ่ง   กำหนดเกณฑ์ไว้ว่า    จะต้องมีรอยตำหนิเกิดขึ้นเฉลี่ยไม่เกิน 4 จุด ต้องการทดสอบว่า บริษัทผลิตชิ้นส่วนบริษัทหนึ่งผลิตชิ้นส่วนคอมพิวเตอร์ชนิดนี้ได้ตามเกณฑ์มาตรฐานหรือไม่ จึงสุ่มชิ้นส่วนคอมพิวเตอร์มา 9 ชิ้น พบว่ามีรอยตำหนิเฉลี่ย 2.5 จุด ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 0.3 ที่ระดับนัยสำคัญ 0.10 เจ้าหน้าที่ตรวจสอบคุณภาพควรจะสรุปว่าอย่างไร

**วิธีทำ** 1. สมมติฐานเพื่อการทดสอบ

H0 : μ = 4

H1 : μ ≤ 4

2. สถิติที่ใช้ทดสอบ

เนื่องจากไม่ทราบค่าความแปรปรวนประชากร σ2 และตัวอย่างที่สุ่มมามีขนาดใหญ่ (n < 30) จะประมาณค่า σ2 ด้วย s2 ดังนั้นสถิติที่ใช้ในการทดสอบ คือ 

3. กำหนดระดับนัยสำคัญ α = 0.10

การทดสอบเป็นการทดสอบแบบข้างเดียวทางซ้าย ดังนั้นบริเวณอาณาเขตวิกฤต ก็คือ 

4. คำนวณค่าสถิติทดสอบ

จากข้อมูลทราบว่า μ0 = 4 , ,S = 0.3 , n = 9

ดังนั้นจะได้ว่า 

= -15.00

5. สรุปผล

ค่าสถิติทดสอบที่คำนวณได้คือ t = -15.00 มีค่าน้อยกว่า -1.397 จึงตกอยู่ในบริเวณอาณาเขตวิกฤต ดังนั้นจะปฏิเสธสมมติฐาน H0 กล่าวสรุปได้ว่าที่ระดับนัยสำคัญ 0.10 บริษัทผลิตชิ้นส่วนคอมพิวเตอร์ผลิตชิ้นส่วนได้ตามเกณฑ์มาตรฐาน

4.2.2.2 การทดสอบสมติฐานเกี่ยวกับค่าเฉลี่ยของประชากร 2 กลุ่ม (ผลต่างของค่าเฉลี่ย

ของประชากรสองกลุ่ม) กรณีที่ประชากร 2 กลุ่มเป็นอิสระต่อกัน

การทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับผลต่างของค่าเฉลี่ยของประชากรสองกลุ่ม เป็นการทดสอบว่าค่าเฉลี่ยของลักษณะที่ต้องการทดสอบของประชากรสองกลุ่มมีความแตกต่างกันหรือไม่เพียงใด หรือค่าเฉลี่ยประชากรกลุ่มใดมีค่ามากกว่าหรือน้อยกว่าค่าเฉลี่ยของประชากรอีกกลุ่มหนึ่ง ทั้งนี้ต้องอาศัยหลักเกณฑ์ทางสถิติมาช่วยในการตัดสินใจ เพื่อการตัดสินใจมีหลักการและเหตุผลที่เชื่อถือได้

ให้ μ1 เป็นค่าเฉลี่ยของประชากรกลุ่มที่หนึ่ง

μ2 เป็นค่าเฉลี่ยของประชากรกลุ่มที่สอง

μ1- μ2 เป็นผลต่างของค่าเฉลี่ยของประชากรกลุ่มที่หนึ่งและกลุ่มที่สอง

C เป็นค่าของผลต่างของค่าเฉลี่ยที่คาดว่าจะเป็น

การตั้งสมมติฐาน จะเป็นดังนี้

H0 : μ1- μ2 = C และ H1 : μ1- μ2 ≠ C

หรือ H1 : μ1- μ2 > C

หรือ H1 : μ1- μ2 < C

ถ้าเราคาดว่าค่าเฉลี่ยของประชากรสองกลุ่มไม่แตกต่างกันแล้ว ค่า C = 0

ดังนั้นสมมติฐานทางสถิติ จะเป็นดังนี้

H0 : μ1 = μ2 และ H1 : μ1 ≠ μ2

หรือ H1 : μ1 > μ2

หรือ H1 : μ1 < μ2

โดยการทดสอบสมติฐานเกี่ยวกับค่าเฉลี่ยของประชากร 2 กลุ่ม จะแบ่งออกเป็น 4 กรณี ดังนี้

1. การทดสอบสมมติฐานของประชากร 2 กลุ่ม เมื่อทราบค่าความแปรปรวน

ของประชากร

ถ้า  และ  เป็นค่าเฉลี่ยของตัวอย่างขนาด n1 และ n2 ที่สุ่มมาอย่างอิสระต่อ

กันจากประชากรที่มีการแจกแจงแบบปกติสองชุด ที่มีค่าเฉลี่ย μ1  และ μ2 (ไม่ทราบค่า) และมีค่าความแปรปรวน  และ  ตามลำดับ ตัวสถิติที่ใช้ทดสอบ คือ

****

สรุปการตัดสินใจสำหรับการทดสอบ H0 : μ1- μ2 = C กับสมมติฐานทางเลือกต่างๆกันโดยกำหนดระดับนัยสำคัญ α ดังตาราง

|  |  |
| --- | --- |
| H1: | บริเวณอาณาเขตวิกฤต |
| μ1- μ2 > C  μ1- μ2 < C  μ1- μ2 ≠ C | Z ≥ Zα  Z ≤ - Zα  หรือ |

**ตัวอย่าง** นักวิจัยท่านหนึ่งต้องการศึกษาเพื่อเปรียบเทียบความสามารถทางคอมพิวเตอร์ระหว่างนักศึกษาชายและนักศึกษาหญิงในคณะวิทยาศาสตร์มหาวิทยาลัยแห่งหนึ่งว่า จะแตกต่างกันหรือไม่ จึงได้สุ่มนักศึกษาชายมาจำนวน 50 คน และนักศึกษาหญิงมาจำนวน 50 คน จากคณะวิทยาศาสตร์ เพื่อทดสอบความสามารถทางคอมพิวเตอร์ ผลการทดสอบนักศึกษาชายได้คะแนนเฉลี่ย 116 คะแนน นักศึกษาหญิงได้คะแนนเฉลี่ย 112 คะแนน ถ้าจากประสบการณ์ที่ผ่านมาพบว่า คะแนนความสามารถทางคอมพิวเตอร์ของนักศึกษาชายและหญิง มีการแจกแจงแบบปกติ มีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากัน ซึ่งเท่ากับ 15 คะแนน จะสรุปผลการศึกษาอย่างไรที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

**วิธีทำ** ให้ μ1 = คะแนนเฉลี่ยความสามารถทางคอมพิวเตอร์ของนักศึกษาชายทั้งหมด

μ2 = คะแนนเฉลี่ยความสามารถทางคอมพิวเตอร์ของนักศึกษาหญิงทั้งหมด

1. กำหนดสมมติฐาน

H0 : μ1- μ2 = 0

H1 : μ1- μ2 ≠ 0

2. ตัวสถิติทดสอบ เนื่องจากทราบค่าความแปรปรวนของประชากร ดังนั้น

ตัวสถิติทดสอบคือ



3. ระดับนัยสำคัญ α = 0.05 เป็นการทดสอบแบบสองข้าง

Z0.025 = 1.96 , - Z0.025 = -1.96 ดังนั้น อาณาเขตวิกฤต คือ Z ≤ -1.96 หรือ Z ≥ 1.96

4. คำนวณค่าสถิติทดสอบ

จากโจทย์ทราบว่า ,,,,n1=50,n2 = 50 แทนค่าต่างๆลงในสูตร ดังนี้





= 1.33

5. สรุปผล

ค่าสถิติทดสอบ Z = 1.33 ซึ่งมีค่าอยู่ระหว่าง -1.96 และ 1.96 จึงไม่ตกอยู่ในบริเวณอาณาเขตวิกฤต ดังนั้นจะยอมรับสมมติฐาน H0 นั่นคือ ความสามารถทางคอมพิวเตอร์ของนักศึกษาชายและนักศึกษาหญิงไม่แตกต่างกันด้วยระดับนัยสำคัญ 0.05

1. การทดสอบสมมติฐานของประชากร 2 กลุ่ม เมื่อไม่ทราบค่าความแปรปรวนของ

ประชากร และตัวอย่างมีขนาดใหญ่ (n1≥30และ n2≥30) จะใช้ตัวสถิติ Z ดังนี้



การกำหนดค่าวิกฤตในกรณีต่างๆจะกำหนดโดยใช้ค่า Z เช่นเดียวกับในตารางของข้อ ก.

**ตัวอย่าง** ประธานบริษัทแห่งหนึ่ง มีความประสงค์ที่จะศึกษาว่า พนักงานคอมพิวเตอร์ที่จบการศึกษาจากมหาวิทยาลัยของรัฐบาล กับพนักงานคอมพิวเตอร์ที่จบการศึกษาจากมหาวิทยาลัยของเอกชนหลังจากปฏิบัติงานได้ 5 ปี ความสามารถทางคอมพิวเตอร์จะแตกต่างกันหรือไม่ จึงสุ่มตัวอย่างพนักงานกลุ่มแรกจำนวน 50 คน และกลุ่มที่สองจำนวน 60 คน ทดสอบความรู้ทางคอมพิวเตอร์ด้วยข้อสอบมาตรฐานปรากฏว่า ได้ผลสรุปคะแนนเบื้องต้น ดังนี้

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| กลุ่ม | คะแนนเฉลี่ย | ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน |
| มหาวิทยาลัยของรัฐบาล มหาวิทยาลัยของเอกชน | 52.5  49.6 | 10.5  11.2 |

อยากทราบว่าประธานบริษัทท่านนี้จะสรุปผลอย่างไรที่ระดับนัยสำคัญ 0.01

**วิธีทำ** ให้ μ1 = ค่าเฉลี่ยของคะแนนทดสอบของกลุ่มจบการศึกษาจากมหาวิทยาลัยของรัฐบาล

μ2 = ค่าเฉลี่ยของคะแนนทดสอบของกลุ่มจบการศึกษาจากมหาวิทยาลัยของเอกชน

1. กำหนดสมมติฐาน

H0 : μ1- μ2 = 0

H1 : μ1- μ2 ≠ 0

2. ตัวสถิติทดสอบ คือ



3. ระดับนัยสำคัญ 0.05 เป็นการทดสอบแบบสองข้าง

ดังนั้นอาณาเขตวิกฤต คือ Z ≤ - 2.575 หรือ Z ≥ 2.575

4. คำนวณค่าสถิติทดสอบ

จากโจทย์ทราบว่า ,,,,

n1=50,n2 = 60 แทนค่าต่างๆลงในสูตร ดังนี้





5. สรุปผล

ค่าสถิติทดสอบ Z = 1.399 ซึ่งมีค่าน้อยกว่าค่า Z ที่เปิดจากตาราง จึงไม่ตกอยู่ในบริเวณอาณาเขตวิกฤต ดังนั้นจะยอมรับสมมติฐาน H0 นั่นคือที่ระดับนัยสำคัญ 0.01 สรุปได้ว่า ความสามารถทางคอมพิวเตอร์ทั้งสองกลุ่มไม่แตกต่างกัน

ค. ไม่ทราบค่าความแปรปรวนของประชากร และตัวอย่างมีขนาดเล็ก (n1<30 หรือ n2<30) และความแปรปรวนของประชากรทั้งสองกลุ่มเท่ากัน () จะใช้ตัวสถิติ t ดังนี้



โดยที่ 

สรุปการตัดสินใจสำหรับการทดสอบ H0 : μ1- μ2 = C กับสมมติฐานทางเลือกต่างๆกัน โดยกำหนดระดับนัยสำคัญ α ดังตาราง

|  |  |
| --- | --- |
| H1: | บริเวณอาณาเขตวิกฤต |
| μ1- μ2 > C  μ1- μ2 < C  μ1- μ2 ≠ C | t ≥  t ≤  t ≤ หรือ t ≥ |

**ตัวอย่าง** ฝ่ายวิจัยตลาดต้องการทดสอบคะแนนความนิยมของการใช้คอมพิวเตอร์สองยี่ห้อว่าแตกต่างกันหรือไม่ จึงสุ่มตัวอย่างผู้ใช้คอมพิวเตอร์ สองยี่ห้อคือ IBL กับ SP ได้ข้อมูลคะแนนความนิยมจากแบบสอบถามดังนี้

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| ยี่ห้อคอมพิวเตอร์ | จำนวนตัวอย่าง (n) | คะแนนเฉลี่ย ( | ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S) |
| IBL  SP | 10  15 | 80.7  59.0 | 10.646  14.193 |

จะสรุปได้หรือไม่ว่า คะแนนความนิยมของการใช้คอมพิวเตอร์ยี่ห้อ IBL สูงกว่ายี่ห้อ SP 10 คะแนน ที่ระดับนัยสำคัญ 0.10 ถ้าทราบว่าความแปรปรวนของคะแนนความนิยมของการใช้คอมพิวเตอร์ทั้งสองยี่ห้อเท่ากัน

**วิธีทำ** ให้ μ1 = คะแนนความนิยมเฉลี่ยของการใช้คอมพิวเตอร์ยี่ห้อ IBL

μ2 = คะแนนความนิยมเฉลี่ยของการใช้คอมพิวเตอร์ยี่ห้อ SP

1. กำหนดสมมติฐาน

H0 : μ1- μ2 = 10

H1 : μ1- μ2 > 10

2. ตัวสถิติทดสอบคือ

จากข้อมูลไม่ทราบค่าความแปรปรวนของคะแนนความนิยมของการใช้คอมพิวเตอร์ทั้งสองยี่ห้อ แต่ทราบว่าเท่ากัน และขนาดตัวอย่างที่สุ่มมาทั้งสองกลุ่ม < 30

ดังนั้นสถิติที่ใช้ทดสอบคือ



โดยที่



3. ระดับนัยสำคัญ 0.10 มีองศาความเป็นอิสระ (ν) เท่ากับ 10 + 15 – 2 = 23 เป็นการทดสอบแบบข้างเดียวทางขวา ดังนั้นบริเวณอาณาเขตวิกฤต คือ t ≥ t0.10 , (23)  = 1.319

4. คำนวณค่าสถิติทดสอบ









5. สรุปผล

ค่าสถิติทดสอบ t ที่คำนวณได้เท่ากับ 2.214 ซึ่งมากกว่าค่า t ที่เปิดจากตาราง จึงตกอยู่ในบริเวณอาณาเขตวิกฤต ดังนั้นจะปฏิเสธสมมติฐาน H0 นั่นคือ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.10 คะแนนความนิยมของการใช้คอมพิวเตอร์ยี่ห้อ IBL สูงกว่ายี่ห้อ SP 10 คะแนน

ง. ไม่ทราบค่าความแปรปรวนของประชากร และตัวอย่างมีขนาดเล็ก (n1<30 หรือ n2<30) และความแปรปรวนของประชากรทั้งสองกลุ่มไม่เท่ากัน () จะใช้ตัวสถิติ t ดังนี้



โดยที่ ****

**ตัวอย่าง** จากข้อมูลสถิติ 15 ปีที่ผ่านมา พบว่า จังหวัดบุรีรัมย์มีฝนตกเฉลี่ยในเดือนพฤษภาคมเป็น 1.94 ลูกบาศก์ลิตร และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเป็น 0.45 ลูกบาศก์ลิตร จังหวัดสุรินทร์จากสถิติ 10 ปีที่ผ่านมามีฝนตกเฉลี่ยในเดือนพฤษภาคมเป็น 1.04 ลูกบาศก์ลิตร และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเป็น 0.26 ลูกบาศก์ลิตร จงใช้ระดับนัยสำคัญ 0.01 ทดสอบดูว่าปริมาณฝนตกเฉลี่ยในจังหวัดบุรีรัมย์มากกว่าจังหวัดสุรินทร์จริงหรือไม่ ถ้าทราบว่าความแปรปรวนของปริมาณน้ำฝนที่ตกในเดือนพฤษภาคมของทั้งสองจังหวัดไม่เท่ากัน

**วิธีทำ** ให้ μ1 = ปริมาณฝนตกเฉลี่ยในเดือนพฤษภาคมของจังหวัดบุรีรัมย์

μ2 = ปริมาณฝนตกเฉลี่ยในเดือนพฤษภาคมของจังหวัดสุรินทร์

1. กำหนดสมมติฐาน

H0 : μ1- μ2 = 0

H1 : μ1- μ2 > 0

2. เนื่องจากไม่ทราบความแปรปรวนของประชากร โดยทราบว่าความแปรปรวนไม่เท่ากัน และตัวอย่างมีขนาดเล็ก

สถิติที่ใช้ทดสอบ คือ 

โดยที่ t มีองศาความเป็นอิสระ ดังนี้

****





3. อาณาเขตวิกฤต

ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01 เป็นการทดสอบแบบข้างเดียวทางขวาดังนั้นบริเวณอาณาเขตวิกฤตคือ t > t0.01 , 23 = 2.500

4. คำนวณค่าสถิติทดสอบ



= 6.338

1. สรุปผล

ค่าสถิติทดสอบ t ที่คำนวณได้เท่ากับ 6.338 ซึ่งมากกว่าค่า t ที่เปิดจากตาราง

จึงตกอยู่ในบริเวณอาณาเขตวิกฤต ดังนั้นจะปฏิเสธสมมติฐาน H0 นั่นคือ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01 ปริมาณฝนตกเฉลี่ยในจังหวัดบุรีรัมย์มากกว่าจังหวัดสุรินทร์

**4.2.3 การทดสอบสมมติฐานกี่ยวกับค่าสัดส่วน (p) จะแบ่งออกเป็น 2 ประเภท ดังนี้**

4.2.3.1 การทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับค่าสัดส่วนของประชากร 1 กลุ่ม

ให้ p แทน สัดส่วนของสิ่งที่สนใจในประชากร

ให้  แทน สัดส่วนของสิ่งที่สนใจในตัวอย่างขนาด n

ซึ่ง  โดยที่ x แทน จำนวนหน่วยของสิ่งที่สนใจในตัวอย่าง

p0 แทน สัดส่วนของสิ่งที่สนใจที่คาดว่าจะเป็น

พิจารณาประชากรที่มีการแจกแจงแบบทวินาม และตัวอย่างขนาด n ที่สุ่มมามีขนาดใหญ่ ในการทดสอบสมมติฐาน H0 : p = p0 ตัวสถิติที่ใช้ทดสอบ คือ

Z = ~N(0,1)

**ตัวอย่าง** สำนักงานสถิติแห่งชาติเชื่อว่าสัดส่วนแรงงานในกรุงเทพฯ จะเป็นคนอีสานมากกว่า 30% ดังนั้นสำนักงานวิจัยจึงสำรวจแรงงานในกรุงเทพฯ อย่างสุ่ม จำนวน 1,000 คน พบว่าเป็นคนอีสาน 350 คน จงทดสอบความเชื่อดังกล่าว ที่ระดับนัยสำคัญ 0.10

**วิธีทำ** ให้ p0 แทน สัดส่วนของแรงงานในกรุงเทพฯ ที่เป็นคนอีสาน

p0 = 0.30 , n = 1,000 , x = 350



1. กำหนดสมมติฐาน

H0 : p = 0.30

H1 : p > 0.30

2. ตัวสถิติที่ใช้ทดสอบ คือ

Z = ~N(0,1)

3. หาบริเวณอาณาเขตวิกฤต

α = 0.10 →  เป็นการทดสอบแบบข้างเดียวทางขวา

ดังนั้น บริเวณอาณาเขตวิกฤต คือ Z ≥ 1.282

4. คำนวณค่าสถิติทดสอบ





5. สรุปผล

ค่าสถิติทดสอบ Z เท่ากับ 3.571 ซึ่งมากกว่าค่า Z ที่เปิดจากตาราง จึงตกอยู่ในบริเวณอาณาเขตวิกฤต ดังนั้นจะปฏิเสธสมมติฐาน H0 ที่ว่า p = 0.30 นั่นคือ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.10 กล่าวได้ว่าสัดส่วนแรงงานในกรุงเทพฯ จะเป็นคนอีสานมากกว่า 30%

4.2.3.2 การทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับค่าสัดส่วนของประชากร 2 กลุ่ม

(ผลต่างของสัดส่วน p1 – p2)

ให้ p1 และ p2  แทน สัดส่วนของสิ่งที่สนใจของประชากรชุดที่หนึ่งและชุดที่สอง ตามลำดับ โดยที่ประชากรทั้งสองมีการแจกแจงทวินาม

ให้  และ  แทน สัดส่วนของสิ่งที่สนใจในตัวอย่างขนาด n1 และ n2 ที่สุ่มมาจากประชากรชุดที่หนึ่งและชุดที่สอง ตามลำดับ (n1 ≥ 30 และ n2 ≥ 30) โดยที่ X1 และ X2 แทน จำนวนหน่วยของสิ่งที่สนใจในตัวอย่างชุดที่หนึ่งและสอง ตามลำดับ

ให้ C แทน ผลต่างระหว่างสัดส่วนของประชากรสองชุดที่คาดว่าจะเป็น

ตัวสถิติที่ใช้ทดสอบ จะแยกเป็นกรณีต่างๆ ขึ้นอยู่กับสมมติฐานที่ต้องการทดสอบดังนี้

1. ในกรณีทดสอบ H0 : p1 = p2  หรือ p1 - p2 = 0

ตัวสถิติที่ใช้ในการทดสอบ คือ

~N(0 , 1)

ซึ่ง  หรือ 

2. ในกรณีทดสอบ H0 : p1 - p2 = C ; (C ≠ 0)

ตัวสถิติที่ใช้ทดสอบ คือ

~ N( 0 , 1)

**ตัวอย่างที่ 1** ผู้ผลิตยาบริษัทหนึ่งโฆษณาว่าได้คิดค้นยาชนิดใหม่ ซึ่งมีสรรพคุณในการบรรเทาอาการปวดได้ดีกว่าชนิดเก่า โดยทดลองให้ยาชนิดใหม่แก่ผู้ป่วยกลุ่มที่หนึ่ง ซึ่งมี 80 คน และให้ยาชนิดเก่าแก่ผู้ป่วยกลุ่มที่สอง ซึ่งมี 80 คนเท่ากัน ปรากฏว่าหลังรับประทานยา ผู้ป่วยกลุ่มที่หนึ่งจำนวน 64 คน มีอาการดีขึ้น และผู้ป่วยกลุ่มที่สองจำนวน 56 คน มีอาการดีขึ้น ท่านคิดว่ามีเหตุผลเพียงพอหรือไม่ ที่จะสรุปว่ายาชนิดใหม่ให้ผลในการรักษาโรคได้ดีกว่ายาชนิดเก่า โดยใช้ระดับนัยสำคัญ 0.05

**วิธีทำ** ให้ p1 แทนสัดส่วนของผู้ป่วยที่มีอาการดีขึ้น เมื่อรับประทานยาที่ผลิตใหม่

p2 แทนสัดส่วนของผู้ป่วยที่มีอาการดีขึ้น เมื่อรับประทานยาชนิดเก่า

n1 = 80 , x1 = 64 , 

n2 = 80 , x2 = 56 , 



และ 

1. กำหนดสมมติฐาน

H0 : p1 = p2  หรือ p1 - p2 = 0

H1 : p1 > p2  หรือ p1 - p2 > 0

2. ตัวสถิติที่ใช้ทดสอบ คือ



3. อาณาเขตวิกฤต

ที่ระดับนัยสำคัญ α = 0.05 เป็นการทดสอบแบบข้างดียวทางขวา Z0.05 = 1.645

ดังนั้นบริเวณอาณาเขตวิกฤต คือ Z > 1.645

4. คำนวณค่าสถิติทดสอบ





5. สรุปผล

ค่าสถิติทดสอบ Z มีค่าเท่ากับ 1.46 ซึ่งน้อยกว่าค่า Z ที่เปิดจากตารางจึงไม่ตกอยู่ในบริเวณอาณาเขตวิกฤต ดังนั้นจะยอมรับสมมติฐาน H0 นั่นคือ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 กล่าวได้ว่า ยาที่ผลิตใหม่ให้ผลในการรักษาไม่ดีกว่ายาชนิดเก่า

**ตัวอย่างที่ 2** โรงแรมแห่งหนึ่งได้ทำการสำรวจตัวอย่างลูกค้าสำรองห้องพักในช่วงฤดูร้อน จำนวน 120 คน พบว่ามี 18 คน ที่บอกยกเลิกการสำรองห้องพัก และลูกค้าสำรองห้องพักในช่วงฤดูหนาว จำนวน 200 คน พบว่ามี 21 คน ที่ยกเลิกการสำรองห้องพัก จงทดสอบว่าสัดส่วนลูกค้าสำรองห้องพักจะบอกยกเลิกในช่วงฤดูร้อนสูงกว่าในช่วงฤดูหนาวร้อยละ 1 หรือไม่ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.10

**วิธีทำ** ให้ p1 แทนสัดส่วนลูกค้าสำรองห้องพักในฤดูร้อนจะบอกเลิก

p2 แทนสัดส่วนลูกค้าสำรองห้องพักในฤดูหนาวจะบอกเลิก

ช่วงฤดูร้อน : n1 = 120 , x1 = 18

ช่วงฤดูหนาว : n2 = 200 , x2 = 21





1. กำหนดสมมติฐาน

H0 : p1 - p2  = 0.01

H1 : p1 - p2  ≠ 0.01

2. ตัวสถิติที่ใช้ทดสอบ คือ



3. อาณาเขตวิกฤต

ที่ระดับนัยสำคัญ α = 0.10 เป็นการทดสอบแบบสองข้าง ดังนั้น 

จะได้บริเวณอาณาเขตวิกฤต คือ Z > 1.645 หรือ Z < - 1.645

4. คำนวณค่าสถิติทดสอบ





5. สรุปผล

ค่าสถิติทดสอบ Z ที่คำนวณได้มีค่าเท่ากับ 0.90 ซึ่งน้อยกว่าค่า Z ที่เปิดจากตาราง จึงไม่ตกอยู่ในบริเวณอาณาเขตวิกฤต ดังนั้นจะยอมรับสมมติฐาน H0 นั่นคือ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.10 สรุปได้ว่า สัดส่วนลูกค้าสำรองห้องพักจะบอกยกเลิกในช่วงฤดูร้อนสูงกว่าในช่วงฤดูหนาวประมาณร้อยละ 1

**4.3 บทสรุป**

การประมาณค่าและการทดสอบสมมติฐาน เป็นสถิติที่จัดอยู่ในประเภทของสถิติอนุมาน คือ มีการศึกษาจากตัวอย่างเพื่อนำไปสรุปภาพรวมของประชากร เนื่องจากบางครั้งการศึกษาจากทุกหน่วยของประชากรที่ให้ข้อมูล ไม่สามารถทำได้ อันเกิดจากข้อจำกัดของเวลา ค่าใช้จ่าย กำลังคนทำให้ไม่สามารถศึกษาทั้งประชากรได้ โดยการประมาณค่า คือ การประมาณสิ่งที่เราสนใจในประชากร โดยที่เราไม่ทราบว่าค่าในประชากร(ค่าพารามิเตอร์) มีค่าเป็นเท่าใด การประมาณสามารถประมาณโดยใช้ค่าเพียงค่าเดียวในการประมาณซึ่งเรียกว่าการประมาณแบบจุด หรือประมาณแบบช่วงซึ่งได้จากการสร้างช่วงมาหนึ่งช่วง การประมาณเป็นการประมาณค่าพารามิเตอร์ เช่น ค่าเฉลี่ย ค่าสัดส่วน และค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน เป็นต้น ส่วนการทดสอบสมมติฐาน คือ การตรวจสอบคำตอบที่ผู้วิเคราะห์คาดคะเนไว้ล่วงหน้าอย่างมีเหตุผลว่าจะเป็นจริงตามที่คาดการณ์ไว้หรือไม่ ซึ่งในการกำหนดสมมติฐานจะแบ่งออกเป็นสองชนิดคือ สมมติฐานทางการวิจัยและสมติฐานทางสถิติ

**แบบฝึกหัดบทที่ 4**

1. น้ำหนักของเกลือบรรจุถุงของบริษัทปรุงทิพย์มีการแจกแจงแบบปกติมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 3.54 กรัม สุ่มตัวอย่างเกลือบรรจุถุงมา 42 ถุงหาค่าเฉลี่ยได้ 105.12 กรัม จงหาช่วงความเชื่อมั่น 95% ของน้ำหนักเกลือบรรจุถุงของบริษัทนี้

2. เวลาในการผลิตขนมชนิดหนึ่งมีการแจกแจงแบบปกติบันทึกเวลาในการประกอบขนมชนิดนี้มา 60 ครั้ง หาค่าเฉลี่ยได้ 2.75 นาที ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 0.14 นาที จงหาช่วงความเชื่อมั่น 99 % ของเวลาในการประกอบอาหารค่าเฉลี่ยของอาหารจานด่วนชนิดนี้

3. สุ่มตัวอย่างรถจักรยานยนต์มา 10 คัน จากรถจักรยานยนต์ยี่ห้อหนึ่ง พบว่ามีระยะการวิ่งเป็น ดังนี้

18.6 18.4 19.2 20.8 19.4 20.5 19.3 17.2 18.3 21.4 (ไมล์/ลิตร) จงหาช่วงความเชื่อมั่น 90 % ของค่าเฉลี่ยของระยะการวิ่งสำหรับรถจักรยานยนต์ยี่ห้อนี้

4. จากการศึกษากลุ่มมารดาที่มีอายุน้อยกว่า 20 ปีที่คลอดทารกมีภาวะขาดออกซิเจน โดยเก็บข้อมูลจากกลุ่มตัวอย่าง 140 รายพบว่า มีทารกที่มีภาวะขาดออกซิเจน 25  ราย จงประมาณสัดส่วนของทารกที่มีภาวะขาดออกซิเจนที่เกิดจากมารดาที่มีอายุน้อยกว่า 20 ปี ที่ระดับความเชื่อมั่น 95 %

5. สุ่มตัวอย่างกลุ่มบัณฑิตที่สำเร็จปริญญาทางสถิติมา 130 คน พบว่ามี 48 คน ที่มีความเห็นว่าสมควรแยกสาขาวิชาสถิติประยุกต์ออกเป็นสถิติประกันภัยกับสถิติคอมพิวเตอร์ จากนั้นสุ่มตัวอย่างอาจารย์ผู้สอนวิชาสถิติมา จำนวน 147 คน พบว่ามี 28 คน ที่มีความเห็นเช่นเดียวกับบัณฑิต จงหา 90% ของช่วงความเชื่อมั่นของผลต่างของสัดส่วนของประชากรสองกลุ่มนี้

6. บริษัทผู้ผลิตคอมพิวเตอร์รายหนึ่งเชื่อว่าสัดส่วนของครัวเรือนที่อาศัยอยู่ในกรุงเทพมหานครมีคอมพิวเตอร์ใช้เท่ากับ 0.30 ถ้าจากการสอบถามครัวเรือน 1,000 ครัวเรือนที่อาศัยอยู่ในกรุงเทพมหานคร ปรากฏว่ามีอยู่ 334 ครัวเรือนที่มีคอมพิวเตอร์ใช้ ความเชื่อของบริษัทผู้ผลิตคอมพิวเตอร์ถูกต้องหรือไม่ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

7. บริษัทแห่งหนึ่งมีพนักงานจำนวนมาก ในทุกๆสิ้นปี บริษัทจะพิจารณาเพิ่มค่าจ้างพนักงานขึ้นอีก 10 % ของเงินเดือนปัจจุบัน ถ้าหากพนักงานทำงานโดยมีประสิทธิภาพ กล่าวคือสามารถทำงานชิ้นหนึ่ง โดยเฉลี่ยแล้วเสร็จภายในเวลา 15 นาที บริษัทจึงได้สุ่มงาน 125 ชิ้นมาตรวจสอบ พบว่า พนักงานทำงานเสร็จใช้เวลาเฉลี่ย 16.5 นาทีต่อชิ้น ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 10 นาที ตามหลักของสถิติที่ระดับนัยสำคัญ 0.01 ผู้จัดการของบริษัทนี้จะตัดสินใจอย่างไร

8. บริษัทรีเสิร์ช คอมพิวเตอร์ ได้ทำการทดสอบอุปกรณ์หน่วยประมวลผลกลางของเครื่องคอมพิวเตอร์สองยี่ห้อ เพื่อศึกษาเปรียบเทียบประสิทธิภาพของอายุการใช้งานของอุปกรณ์ดังกล่าว ผลการทดสอบได้อายุการใช้งาน เป็นดังนี้ (หน่วยเป็นเดือน)

ยี่ห้อที่ 1 : 18 22 24 17 19

ยี่ห้อที่ 2 : 19 19 21 21 20 18 13 13

บริษัทได้สรุปผลการทดสอบว่า อุปกรณ์หน่วยประมวลผลกลางของเครื่องคอมพิวเตอร์ยี่ห้อที่ 1 มีความทนทานกว่ายี่ห้อที่ 2 ให้นักศึกษาตรวจสอบดูว่าข้อสรุปดังกล่าวเป็นจริงหรือไม่ ถ้าทราบว่าความแปรปรวนของทั้งสองกลุ่มเท่ากัน ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

9. จากข้อมูลแผนกเวชระเบียนสถิติของโรงพยาบาลแห่งหนึ่ง พบว่า ผู้ชาย 72 คน จาก 1,000 คน ในขณะที่ผู้หญิง 27 คน จาก จาก 1,000 คน จะป่วยเป็นโรคหัวใจ จากข้อมูลดังกล่าวสามารถสรุปได้หรือไม่ว่า ผู้ชายและผู้หญิงมีอัตราการป่วยเป็นโรคหัวใจต่างกัน จงทดสอบที่ระดับนัยสำคัญ 0.01

10. นักวิจัยท่านหนึ่งต้องการศึกษาว่า เวลาที่ใช้ในการนอนของนักศึกษาคณะวิทยาศาสตร์ และคณะวิทยาการจัดการจะแตกต่างกันหรือไม่ จึงทำการสุ่มนักศึกษาคณะวิทยาศาสตร์ และคณะวิทยาการจัดการมาคณะละ 12 คน ได้ข้อมูลเวลาที่ใช้ในการนอน ดังนี้

หน่วย : ชั่วโมง

|  |  |
| --- | --- |
| คณะวิทยาศาสตร์ | คณะวิทยาการจัดการ |
| 7  6  9  6.5  8  10  7  7.5  4.5  5  8  5.5 | 6.5  10  9  8  8.5  7.5  9.5  7  7  8  9  10 |

กำหนดระดับนัยสำคัญ 0.01 จงทดสอบสมมติฐานดังกล่าวถ้าทราบว่าความแปรปรวนของทั้งสองกลุ่มไม่เท่ากัน

**บทที่ 5**

**การวิเคราะห์ความแปรปรวน**

ในหัวข้อ การทดสอบสมมติฐาน ได้กล่าวถึงการทดสอบค่าเฉลี่ยของประชากรหนึ่งกลุ่ม และความแตกต่างของค่าเฉลี่ยระหว่างประชากร 2 กลุ่ม โดยใช้ตัวสถิติ Z และ t มาแล้ว แต่ในเหตุการณ์ทั่วๆไป จะพบว่าในบางครั้งอาจต้องการศึกษาหรือเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของประชากร

หลาย ๆ กลุ่ม เช่น เปรียบเทียบประสิทธิภาพการทำงานของเครื่องคอมพิวเตอร์ 5 ยี่ห้อ โดยศึกษาจากระยะเวลาการทำงาน การศึกษาเปรียบเทียบหากจะใช้การทดสอบแบบ Z หรือการทดสอบแบบ t จะต้องเปรียบเทียบครั้งละคู่ ซึ่งจะยุ่งยากและสิ้นเปลืองขึ้นและที่สำคัญจะทำให้ผลการสรุปเกิดความคลาดเคลื่อนสูงขึ้น จึงมีผู้คิดค้นหาวิธีที่จะใช้ทดสอบค่าเฉลี่ยของประชากรหลายๆกลุ่มโดยการทดสอบเพียงครั้งเดียวขึ้น วิธีการทางสถิติที่นำมาวิเคราะห์เรียกว่า การวิเคราะห์ความแปรปรวน (Analysis of variance, ANOVA) ซึ่งข้อมูลที่จะนำมาวิเคราะห์ด้วยวิธีการนี้ จะต้องเป็นข้อมูลที่สอดคล้องกับข้อสมมติต่างๆตามหลักการในทฤษฎีเกี่ยวกับเรื่องนี้ ดังนั้นจึงควรใช้วิธีการวิเคราะห์ข้อมูลที่ได้จากการทดลองที่สามารถควบคุมได้มากกว่าจะใช้วิเคราะห์ข้อมูลที่ได้จากการสำรวจ เทคนิคที่จะได้ข้อมูลที่สอดคล้องกับการวิเคราะห์ความแปรปรวนแต่ละแบบเรียกว่า แผนการทดลอง (Experimental design)

**5.1 คำนิยามต่างๆที่เกี่ยวข้อง**

1. กรรมวิธี หรือปัจจัย หรือสิ่งทดลอง (Treatment) คือสิ่งที่ต้องการศึกษาเปรียบเทียบ

ซึ่งกระทำต่อหน่วยทดลองแล้ววัดผลกระทบ

1. หน่วยทดลอง (Experimental Unit) หมายถึง สิ่งที่ได้รับการกระทำจากกรรมวิธีต่างๆ

เช่น ในการเปรียบเทียบประสิทธิภาพการสอนของวิธีการสอน 3 วิธี คือ ใช้สื่อคอมพิวเตอร์ ใช้การบรรยาย และ ค้นคว้าด้วยตนเอง นักเรียนก็จะเป็นหน่วยทดลอง

**5.2 ข้อกำหนดเบื้องต้นของข้อมูลที่นำมาวิเคราะห์ความแปรปรวนได้**

1. กลุ่มตัวอย่างถูกสุ่มมาจากประชากรที่มีการแจกแจงแบบปกติ

2. ประชากรแต่ละกลุ่มเป็นอิสระกัน

3. ความแปรปรวนของแต่ละประชากรต้องเท่ากัน และข้อมูลเก็บรวมรวมได้จากค่าสังเกต ต้องเป็นข้อมูลที่อยู่ในมาตราการวัดแบบช่วง (Interval Scale) หรือ มาตราอัตราส่วน (Ratio Scale)

* 1. **การวิเคราะห์ความแปรปรวนแบบจำแนกทางเดียว**

**(One – way analysis of variance)**

เป็นการวิเคราะห์ข้อมูลจากหน่วยทดลอง ( Experimental unit ) ที่ได้จากการทดลองเพียงปัจจัยเดียว แต่แยกเป็นหลายระดับหรือหลายชนิด ซึ่งระดับหรือชนิดของปัจจัยดังกล่าวเรียกว่า

สิ่งทดลอง ( Treatment ) เช่น ต้องการศึกษาว่าอุณหภูมิมีผลต่อความแข็งของแท่งเหล็กหรือไม่

ทำการทดลองนำแท่งเหล็กจำนวน 30 แท่งไปอบที่อุณหภูมิ 300 500 และ 700 oC โดยทำการอบแท่งเหล็กที่อุณหภูมิละ 10 แท่ง เป็นเวลาเท่ากันแล้วนำแท่งเหล็กไปวัดความแข็ง จะได้ว่า

ปัจจัยหรือ treatment คือ อุณหภูมิ โดยวิเคราะห์ 3 ระดับ

หน่วยทดลอง คือ แท่งเหล็ก และสิ่งที่วัดคือความแข็ง

โดยสมมติฐานที่ใช้ในการทดสอบ คือ

H0 : μ1 = μ2 = μ3 = … =μk

H1 : มีค่าเฉลี่ยอย่างน้อย 2 ค่าไม่เท่ากัน

และมีขั้นตอนในการทดสอบดังนี้

1. กำหนดสมมติฐานเพื่อการทดสอบ
2. กำหนดระดับนัยสำคัญ (α)
3. กำหนดบริเวณอาณาเขตวิกฤต (บริเวณของการปฏิเสธ H0)

โดยเปิดจากตาราง Fα , (k-1,n-k)

1. คำนวณค่าสถิติ
2. สรุปผล

สำหรับสูตรที่ใช้ในการคำนวณ จะเป็นดังนี้

****

**** ****



โดยเพื่อความสะดวกในการวิเคราะห์ข้อมูล จะพิจารณาค่าของการวิเคราะห์ข้อมูลในรูปแบบของตารางการวิเคราะห์ความแปรปรวน (ANOVA Table) ดังนี้

ตารางวิเคราะห์ความแปรปรวน (ANOVA Table)

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| แหล่งของความแปรปรวน (Source of Variance : Sov) | องศาความเป็นอิสระ  (degree of freedom :d.f) | Summation of Square : SS | Mean of Square : MS | F |
| กรรมวิธี (treatment)  ความคลาดเคลื่อน (Error) | k – 1  n – k | SSTr  SSE | MSTr=  MSE = | F = |
| รวม (Total) | n – 1 | SST |  |  |

**ตัวอย่าง** วิศวกรที่ทำหน้าที่ควบคุมคุณภาพของบริษัทผลิต Hard disk แห่งหนึ่งต้องการทดสอบ Bearing จาก Supplier 5 บริษัท เพื่อคัดเลือกว่า Bearing จากบริษัท (Brand) ใด ที่เมื่อประกอบเข้ากับชุด มอเตอร์ขับแล้วเกิดการสั่นสะเทือน (Vibration) น้อยที่สุด เนื่องจากปัจจัยที่สำคัญของคุณภาพ Hard disk คือการสั่นสะเทือน หรือ Noise ขณะทำงานของ Hard disk  เขาจึงได้ออกแบบการทดลองโดยมีการสุ่มตัวอย่างมอเตอร์มา 30 ตัว และแบ่งออกเป็น 5 กลุ่มๆละ 6 ตัว โดยแต่ละกลุ่มก็ใช้กับ Bearing ตัวอย่างจากบริษัทเดียวกัน เมื่อประกอบเข้ากับมอเตอร์และเริ่มทำงานแล้ว เขาได้ทำการการวัดความสั่นสะเทือนของมอเตอร์ และได้ค่าออกมาดังตาราง

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Brand 1 | Brand 2 | Brand 3 | Brand 4 | Brand 5 |
| 13.1  15.0  14.0  14.4  14.0  11.6 | 16.3  15.7  17.2  14.9  14.4  17.2 | 13.7  13.9  12.4  13.8  14.9  13.3 | 15.7  13.7  14.4  16.0  13.9  14.7 | 13.5  13.4  13.2  12.7  13.4  12.3 |
| 82.1 | 95.7 | 82 | 88.4 | 78.5 |

จงทดสอบว่าที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 Bearing จากทั้ง 5 บริษัท (Brand) นั้นให้ผลการสั่นสะเทือนต่างกันหรือไม่

**วิธีทำ** 1. กำหนดสมมติฐานเพื่อการทดสอบ

H0 : μ1 = μ2 = μ3 = μ4 = μ5

H1 : มีค่าเฉลี่ยอย่างน้อย 2 ค่าไม่เท่ากัน

2. กำหนดระดับนัยสำคัญ (α)

α = 0.05

3. กำหนดบริเวณอาณาเขตวิกฤต

ที่ Fα , (k-1,n-k) = F0.05 , ( 4 , 25) = 2.76

ดังนั้นบริเวณอาณาเขตวิกฤต คือ F คำนวณ ≥ 2.76

3. คำนวณค่าสถิติทดสอบ

****









**** ****















จะได้ตารางการวิเคราะห์ความแปรปรวน (ANOVA Table) ดังนี้

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| แหล่งของความแปรปรวน (Source of Variance : Sov) | องศาความเป็นอิสระ  (degree of freedom :d.f) | Summation of Square : SS | Mean of Square : MS | F |
| กรรมวิธี (treatment)  ความคลาดเคลื่อน (Error) | 5 – 1 = 4  30 – 5 = 25 | 30.857  22.837 | 7.714  0.913 | F =  = 8.449 |
| รวม (Total) | 30 – 1 = 29 | 53.694 |  |  |

5. สรุปผล

ค่าสถิติทดสอบ F ที่คำนวณได้มีค่ามากกว่า 2.76 จึงตกอยู่ในบริเวณอาณาเขตวิกฤต ดังนั้นจะปฏิเสธสมมติฐาน H0 นั่นคือ มี Bearing จากบริษัทอย่างน้อย 2 บริษัทที่ไม่เท่ากันที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

**5.4 การเปรียบเทียบเชิงซ้อน (Multiple Comparison)**

ในกรณีที่ทำการวิเคราะห์ความแปรปรวนแล้วพบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยระหว่างปัจจัยหรือทรีทเมนต์ หากต้องการเปรียบเทียบว่าทรีทเมนต์หรือปัจจัยคู่ใดบ้างที่แตกต่างกัน จะต้องทำการเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยทรีทเมนต์แบบเป็นคู่ (pair comparison) ซึ่งเรียกว่า การเปรียบเทียบเชิงซ้อน (multiple comparison) โดยเป็นวิธีที่ง่ายและสามารถทดสอบความแตกต่างหลายๆ คู่พร้อมกันได้ สำหรับการเปรียบเทียบเชิงซ้อนจะมีหลายวิธี แต่ในบทนี้จะขอกล่าวถึงเพียงแค่ 2 วิธี ดังนี้

5.4.1 Least Significant Difference (LSD)

เป็นวิธีการเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยรายคู่ที่เหมาะสำหรับการเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยที่กำหนดวัตถุประสงค์ไว้แล้วล่วงหน้า ว่าต้องการทดสอบความแตกต่างค่าเฉลี่ยทรีทเมนต์คู่ใดบ้าง มากกว่าการเปรียบเทียบความแตกต่างค่าเฉลี่ยทรีทเมนต์ทุกคู่ที่เป็นไปได้ ซึ่งทรีทเมนต์หรือปัจจัยที่เหมาะสำหรับการตรวจสอบโดยวิธี LSD นี้ ควรมีจำนวนไม่เกิน 6 ทรีทเมนต์

สำหรับวิธีการทดสอบด้วยวิธี LSD เพื่อเปรียบเทียบหรือตรวจสอบค่าเฉลี่ยรายคู่

มีขั้นตอนต่างๆ ดังนี้

ขั้นที่ 1 คำนวณผลต่างระหว่างค่าเฉลี่ยทรีทเมนต์

ขั้นที่ 2 คำนวณค่า LSD ที่ระดับนัยสำคัญที่ต้องการทดสอบ



ขั้นที่ 3 เปรียบเทียบความแตกต่างระหว่างค่าเฉลี่ยทรีทเมนต์ที่ต้องการเปรียบเทียบกับค่า LSD ถ้าค่าความแตกต่างจากทรีทเมนต์คู่ใดมีมากกว่าค่า LSD แสดงว่า ค่าเฉลี่ยทรีทเมนต์ของประชากรคู่นั้นมีความแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญ

**ตัวอย่าง** จากตัวอย่างการคัดเลือก Bearing เพื่อนำมาประกอบทำ Hard disk ได้ค่าออกมาดังตาราง

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Brand 1 | Brand 2 | Brand 3 | Brand 4 | Brand 5 |
| 13.1  15.0  14.0  14.4  14.0  11.6 | 16.3  15.7  17.2  14.9  14.4  17.2 | 13.7  13.9  12.4  13.8  14.9  13.3 | 15.7  13.7  14.4  16.0  13.9  14.7 | 13.5  13.4  13.2  12.7  13.4  12.3 |
| 82.1 | 95.7 | 82 | 88.4 | 78.5 |
|  |  |  |  |  |

เมื่อทำการทดสอบสมมติฐาน พบว่า มี Bearing จากบริษัทอย่างน้อย 2 บริษัทที่ไม่เท่ากันที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 ดังนั้นจึงต้องทำการเปรียบเทียบรายคู่ว่า Bearing จากบริษัทใดบ้างที่ให้ค่าเฉลี่ยของการสั่นสะเทือนแตกต่างกันด้วยวิธีของ LSD ตามขั้นตอนดังนี้

ขั้นที่ 1 คำนวณผลต่างระหว่างค่าเฉลี่ยทรีทเมนต์





















ขั้นที่ 2 คำนวณค่า LSD ที่ระดับนัยสำคัญที่ต้องการทดสอบ













ขั้นที่ 3 เปรียบเทียบความแตกต่างระหว่างค่าเฉลี่ยทรีทเมนต์ที่ต้องการเปรียบเทียบกับค่า LSD









































โดยทั่วไปในการสรุปผลนิยมใช้วิธีการขีดเส้นใต้ค่าเฉลี่ยที่ไม่แตกต่างกัน เพื่อสรุปผลการวิเคราะห์ให้ง่ายดังนี้

ค่าเฉลี่ย : 13.08 13.67 13.68 14.73 15.95

 :     

แสดงว่า μ1 ไม่แตกต่างกับ μ3 , μ4  และ μ5

μ3 ไม่แตกต่างกับ μ4 , μ5

หรือสรุปได้ว่าเมื่อทำการเปรียบเทียบเชิงซ้อนด้วยวิธีการของ LSD พบว่า Brand ที่มีแรงสั่นสะเทือนแตกต่างกันคือ Brand 1 กับ Brand 2

Brand 2 กับ Brand 3

Brand 2 กับ Brand 4

Brand 2 กับ Brand 5

และ Brand 4 กับ Brand 5

5.4.2 วิธีการทดสอบของ Scheffe’s

มีความเกี่ยวข้องกับการแจกแจงแบบ F ที่ใช้ในการวิเคราะห์ความแปรปรรวน นิยมใช้สำหรับตรวจสอบความแตกต่างระหว่างค่าเฉลี่ยทรีทเมนต์ทุกคู่ที่เป็นไปได้

สำหรับขั้นตอนต่างๆ ของวิธี Scheffe’s จะเป็นดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 คำนวณผลต่างระหว่างค่าเฉลี่ยทรีทเมนต์

ขั้นตอนที่ 2 คำนวณค่า 

โดยที่ k คือ จำนวนทรีทเมนต์หรือปัจจัยทั้งหมดในการทดลอง

Fα,k-1.n-k คือ ค่าที่เปิดจากตาราง F



ขั้นที่ 3 เปรียบเทียบความแตกต่างระหว่างค่าเฉลี่ยทรีทเมนต์ที่ต้องการเปรียบเทียบกับค่า S ถ้าค่าความแตกต่างจากทรีทเมนต์คู่ใดมีมากกว่าค่า S แสดงว่า ค่าเฉลี่ย

ทรีทเมนต์ของประชากรคู่นั้นมีความแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญ

**ตัวอย่าง** จากตัวอย่างการคัดเลือก Bearing เพื่อนำมาประกอบทำ Hard disk ได้ค่าออกมาดังตาราง

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Brand 1 | Brand 2 | Brand 3 | Brand 4 | Brand 5 |
| 13.1  15.0  14.0  14.4  14.0  11.6 | 16.3  15.7  17.2  14.9  14.4  17.2 | 13.7  13.9  12.4  13.8  14.9  13.3 | 15.7  13.7  14.4  16.0  13.9  14.7 | 13.5  13.4  13.2  12.7  13.4  12.3 |
| 82.1 | 95.7 | 82 | 88.4 | 78.5 |
|  |  |  |  |  |

เมื่อทำการทดสอบสมมติฐาน พบว่า มี Bearing จากบริษัทอย่างน้อย 2 บริษัทที่ไม่เท่ากันที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 ดังนั้นจึงต้องทำการเปรียบเทียบรายคู่ว่า Bearing จากบริษัทใดบ้างที่ให้ค่าเฉลี่ยของการสั่นสะเทือนแตกต่างกันด้วยวิธีของ Scheffe’s ตามขั้นตอนดังนี้

ขั้นที่ 1 คำนวณผลต่างระหว่างค่าเฉลี่ยทรีทเมนต์





















ขั้นที่ 2 คำนวณค่า S ที่ระดับนัยสำคัญที่ต้องการทดสอบ

จากสูตร 

จะได้ว่า Fα,(k-1.n-k) = = F0.05 , ( 4 , 25) = 2.76















ขั้นที่ 3 เปรียบเทียบความแตกต่างระหว่างค่าเฉลี่ยทรีทเมนต์ที่ต้องการเปรียบเทียบกับค่า S









































เมื่อทำการเปรียบเทียบเชิงซ้อนด้วยวิธีการของ Scheffe’s พบว่า Brand ที่มีแรงสั่นสะเทือนแตกต่างกันคือ Brand 1 กับ Brand 2 , Brand 2 กับ Brand 3 และ Brand 2 กับ Brand 5 ซึ่งผลสรุปที่ได้แตกต่างจากการเปรียบเทียบเชิงซ้อนด้วยวิธี LSD ทั้งนี้เพราะวิธีการของ Scheffe’s เป็นวิธีการที่มีความยึดมั่น (Conservative) มากที่สุดในบรรดาวิธีการเปรียบเทียบเชิงซ้อนทั้งหมด โดยจะไม่ปฏิเสธสมมติฐานที่ว่าไม่มีความแตกต่างระหว่างค่าเฉลี่ยถ้าค่าความแตกต่างไม่มากจริงๆ

**5.5 การวิเคราะห์ความแปรปรวนแบบจำแนกสองทาง**

**(Two – way analysis of variance)**

ในกรณีที่ลักษณะของประชากรที่สนใจศึกษาแบ่งออกได้เป็น 2 ลักษณะ แต่ละลักษณะยังแบ่งออกได้เป็นหลายระดับหรือหลายประเภท เช่น ลักษณะหนึ่งแบ่งออกได้เป็น 4 ระดับ อีกลักษณะหนึ่งแบ่งได้เป็น 3 ระดับ ดังนั้นจะมีส่วนประกอบต่างๆซึ่งเกิดจากความสัมพันธ์ระหว่างระดับต่างๆของลักษณะทั้งสองเท่ากับ 4×3 = 12 ส่วนประกอบ (combination) ซึ่งการวัดผลดังกล่าวนี้จะใช้การทดลองครั้งเดียวหรือตัวอย่างเดียวไม่ได้ จะต้องทำการทดลองซ้ำกันหลายๆครั้ง โดยการวิเคราะห์ความแปรปรวนแบบจำแนกสองทาง สามารถที่จะทำการทดลองโดยวัดผลเพียงครั้งเดียวหรือวัดผลซ้ำกันหลายๆครั้งก็ได้ โดยในบทนี้จะกล่าวถึงเฉพาะการทดลองโดยวัดผลเพียงครั้งเดียวเท่านั้น ซึ่งการทดลองโดยวัดผลเพียงครั้งเดียวเป็นการวิเคราะห์ความแปรปรวนของข้อมูลแบบจำแนกสองทาง แต่ใช้ตัวอย่างเพียงตัวอย่างเดียวสำหรับแต่ละส่วนประกอบของทั้งสองลักษณะนั้น ซึ่งก็คือ ทำการทดลองเพียงครั้งเดียวหรือใช้ตัวอย่างเพียงตัวอย่างเดียวในแต่ละส่วนประกอบ ถ้าลักษณะของข้อมูลที่สนใจลักษณะแรกมี c ระดับ และลักษณะที่สองมี r ระดับ จะสามารถสร้างตารางการแจกแจงแบบสองทางได้ดังนี้

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| บล็อก | กรรมวิธี | รวม | ค่าเฉลี่ย |
| 1 2 …………j…………. k |
| 1  2  .  .  .  i  .  .  .  b | X11 X12 ……………………. X1k  X21 X22 ……………………. X2k  .  .  .  Xij  .  .  .  Xb1 Xb2 …………………….. Xbk | T1.  T2.  Ti.  Tb. |  |
| รวม | T.1 T.2  ..………T.j...............  T.k | T |  |
| ค่าเฉลี่ย |  |  |  |

โดยสมมติฐานที่ใช้ในการทดสอบ คือ

1. สมมติฐานในการทดสอบค่าเฉลี่ย μi. ของ k สิ่งทดลอง

H0 : μ1. = μ2. = μ3. = μ4. ….= μK.

H1 : มีค่าเฉลี่ยอย่างน้อย 2 ค่าไม่เท่ากัน

2. สมมติฐานในการทดสอบค่าเฉลี่ย μ.j  ของ b กลุ่ม

H0 : μ.1 = μ.2 = μ.3 = μ.4 …..= μ.b

H1 : มีค่าเฉลี่ยอย่างน้อย 2 ค่าไม่เท่ากัน

และมีขั้นตอนในการทดสอบดังนี้

1. กำหนดสมมติฐานเพื่อการทดสอบ
2. กำหนดระดับนัยสำคัญ (α)
3. กำหนดบริเวณอาณาเขตวิกฤต (บริเวณของการปฏิเสธ H0)

โดยเปิดจากตาราง Fα , (k-1, (k – 1)(b – 1) ) และ Fα , (b-1, (k – 1)(b – 1) )

4. คำนวณค่าสถิติ

5. สรุปผล

สำหรับสูตรที่ใช้ในการคำนวณ จะเป็นดังนี้









โดยเพื่อความสะดวกในการวิเคราะห์ข้อมูล จะพิจารณาค่าของการวิเคราะห์ข้อมูลในรูปแบบของตารางการวิเคราะห์การวิเคราะห์ความแปรปรวน (ANOVA Table) ดังนี้

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| SOV | df | SS | MS | F |
| กรรมวิธี (treatment)  บล็อก (Block)  ความคลาดเคลื่อน (Error) | k – 1  b – 1  (k – 1)(b – 1) | SSTr  SSB  SSE | MSTr =  MSB =  MSE = | F =  F = |
| รวม (Total) | n – 1 | SST |  |  |

**ตัวอย่าง** ตารางต่อไปนี้แสดงจำนวนชิ้นส่วนที่ชำรุดซึ่งเกิดจากการผลิตของคนงาน 4 คน คือ นาย A B C และ D โดยใช้เครื่องจักรต่างๆกัน 3 แบบ คือ แบบ ก แบบ ข และ แบบ ค

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| เครื่องจักร | คนงาน | | | | รวม |
| A | B | C | D |
| ก  ข  ค | 21  27  28 | 31  27  26 | 26  28  17 | 25  27  19 | 103  109  90 |
| รวม | 76 | 84 | 71 | 71 | 302 |

จงทดสอบว่า มีความแตกต่างกันในการผลิตสินค้าระหว่างคนงานทั้ง 4 คนหรือไม่ และทดสอบด้วยว่า เครื่องจักรทั้ง 3 เครื่องผลิตสินค้าชนิดนั้นได้ต่างกันหรือไม่ โดยทดสอบที่ระดับนัยสำคัญ 0.01

**วิธีทำ** 1. กำหนดสมมติฐานเพื่อการทดสอบ

1.1 ทดสอบความแตกต่างระหว่างคนงานทั้ง 4 คน

H0 : μA = μB = μC = μD

H1 : มีค่าเฉลี่ยอย่างน้อย 2 ค่าไม่เท่ากัน

1.2 ทดสอบความแตกต่างระหว่างเครื่องจักรทั้ง 3 เครื่อง

H0 : μก = μข = μค

H1 : มีค่าเฉลี่ยอย่างน้อย 2 ค่าไม่เท่ากัน

2. กำหนดระดับนัยสำคัญ (α)

α = 0.01

3. ที่ Fα , (k-1, (k – 1)(b – 1)) = F0.01 , ( 3 , 6) = 9.78

ดังนั้นบริเวณอาณาเขตวิกฤต คือ F คำนวณ ≥ 9.78

และ ที่ Fα , (b-1, (k – 1)(b – 1)) = F0.01 , ( 2 , 6) = 10.92

ดังนั้นบริเวณอาณาเขตวิกฤต คือ F คำนวณ ≥ 10.92

4. คำนวณค่าสถิติ





















จะได้ตารางการวิเคราะห์ความแปรปรวน (ANOVA Table) ดังนี้

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| SOV | df | SS | MS | F |
| กรรมวิธี (treatment)  บล็อก  ความคลาดเคลื่อน (Error) | 4 – 1 = 3  3 – 1 = 2  (4 – 1)(3 – 1) = 6 | 37.667  47.167  98.833 | MSTr =  MSB =  MSE = | F =    F = |
| รวม (Total) | 12 – 1 = 11 | 183.667 |  |  |

5. สรุปผล

ค่าสถิติทดสอบ F ที่คำนวณได้มีค่าน้อยกว่า 9.78 จึงไม่ตกอยู่ในบริเวณอาณาเขตวิกฤต ดังนั้นจะยอมรับสมมติฐาน H0 นั่นคือ ไม่มีความแตกต่างกันในการผลิตสินค้าระหว่างคนงานทั้ง 4 คนที่ระดับนัยสำคัญ 0.01

ค่าสถิติทดสอบ F ที่คำนวณได้มีค่าน้อยกว่า 10.92 จึงไม่ตกอยู่ในบริเวณอาณาเขตวิกฤต ดังนั้นจะยอมรับสมมติฐาน H0 นั่นคือ ไม่มีความแตกต่างกันระหว่างเครื่องจักรทั้ง 3 เครื่อง ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01

**5.6 บทสรุป**

การวิเคราะห์ความแปรปรวน เป็นเทคนิคการวิเคราะห์ที่ใช้เพื่อทดสอบสมมติฐานที่มีการเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยที่มากกว่า 2 กลุ่มขึ้นไป (ตัวแปรอิสระเป็นแบบจัดกลุ่ม ตัวแปรตามเป็นตัวแปรเชิงปริมาณ) โดยถ้ามีตัวแปรอิสระเพียงตัวแปรเดียว เรียกว่า One-Way ANOVA ถ้ามี 2 ตัวแปร เรียกว่า Two-Way ANOVA ถ้ามีหลายตัวแปร เรียกว่า Multi-Way ANOVA โดยข้อมูลที่จะนำมาวิเคราะห์ด้วยวิธีการนี้ จะต้องเป็นข้อมูลที่สอดคล้องกับข้อสมมติต่างๆตามหลักการในทฤษฎีเกี่ยวกับเรื่องนี้ ดังนั้นจึงควรใช้วิธีการวิเคราะห์ข้อมูลที่ได้จากการทดลองที่สามารถควบคุมได้มากกว่าจะใช้วิเคราะห์ข้อมูลที่ได้จากการสำรวจ เทคนิคที่จะได้ข้อมูลที่สอดคล้องกับการวิเคราะห์ความแปรปรวนแต่ละแบบเรียกว่า แผนการทดลอง (Experimental design) และเมื่อทำการวิเคราะห์ความแปรปรวนแล้วหากผลที่ได้ปฏิเสธสมมติฐาน H0 ต้องทำการเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยรายคู่ซึ่งมีอยู่หลายวิธีแต่วิธีที่นิยมใช้มากที่สุดคือ วิธีของ LSD เนื่องจากสามารถใช้ตารางการแจกแจงแบบ t ซึ่งเป็นตารางสถิติที่ใช้กันโดยทั่วไป

**แบบฝึกหัดบทที่ 5**

1. บริษัทพัฒนาซอฟท์แวร์คอมพิวเตอร์แห่งหนึ่ง เลือกใช้คอมพิวเตอร์ 4 ยี่ห้อ ๆ ละ 5 เครื่อง

โดยเริ่มใช้งานพร้อมๆ กันหลัง จากใช้งานภายในระยะเวลา 3 ปี พบว่าคอมพิวเตอร์ทั้ง 20 เครื่อง

เกิดอาการข้อบกพร่องทั้งอาการย่อยและอาการใหญ่เป็นจำนวนครั้งตามตารางดังต่อไปนี้

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| เครื่องที่ | ยี่ห้อคอมพิวเตอร์ | | | |
| A | B | C | D |
| เครื่องที่ 1  เครื่องที่ 2  เครื่องที่ 3  เครื่องที่ 4  เครื่องที่ 5 | 10  11  13  12  11 | 16  14  13  12  15 | 10  9  11  10  12 | 12  11  13  15  11 |

จากอาการข้อบกพร่องของคอมพิวเตอร์ทั้ง 4 ยี่ห้อ จงทดสอบที่ระดับนัยสำคัญ 0.01 ว่าเครื่องคอมพิวเตอร์มีอาการข้อบกพร่องแตกต่างกันหรือไม่

2. ในการตรวจสอบคุณภาพของฮาร์ดดิสก์ที่มีจำหน่ายอยู่ในตลาดคอมพิวเตอร์ จำนวน 4 ยี่ห้อ

เมื่อนำไปใช้กับโปรแกรมแตกต่างกันเพื่อทดสอบการทำงานจำนวน 3 โปรแกรม พบว่า ความเร็วเฉลี่ยในการค้นหาข้อมูล ปรากฏดังตารางข้างล่าง

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| ยี่ห้อฮาร์ดดิสก์ | | | |
| A | B | C | D |
| 12.5  9  12 | 11  10.5  15 | 9  8  8.5 | 8  7  17 |

จงทดสอบว่าความเร็วเฉลี่ยในการค้นหาข้อมูล ของฮาร์ดดิสก์ทั้ง 4 ยี่ห้อแตกต่างกันหรือไม่ โดยทดสอบที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

3. จากการสอบถามร้านที่จำหน่ายเครื่องคอมพิวเตอร์ 4 ยี่ห้อ โดยสอบถามมายี่ห้อละ 6 ร้าน เพื่อเปรียบเทียบจำนวนที่ขายได้ของเครื่องคอมพิวเตอร์ทั้ง 4 ยี่ห้อว่ามีความแตกต่างกันหรือไม่ได้ข้อมูลดังตาราง

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| ยี่ห้อคอมพิวเตอร์ | | | |
| I | II | III | IV |
| 78  91  97  82  85  77 | 64  72  68  77  56  95 | 55  66  49  64  70  68 | 75  93  78  71  63  76 |

ก. จงทดสอบว่าจำนวนที่ขายได้ของเครื่องคอมพิวเตอร์ทั้ง 4 ยี่ห้อแตกต่างกันหรือไม่ โดยทดสอบที่ระดับนัยสำคัญ .10

ข. จงเปรียบเทียบว่ามีเครื่องคอมพิวเตอร์ยี่ห้อใดบ้างที่มีจำนวนยอดขายแตกต่างกัน โดยใช้วิธี LSD

4. ผู้บริหารโรงแรมแห่งหนึ่ง มีโรงแรมอยู่ 3 สาขา คือ อยู่ที่จังหวัดเชียงราย ประจวบคีรีขันธ์ และจังหวัดชลบุรี ได้ทำการสำรวจจำนวนผู้เข้าพักในโรงแรม ในแต่ละฤดูกาลของปีที่ผ่านมา ได้ข้อมูลดังตารางต่อไปนี้

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| ฤดูกาล | สาขาของโรงแรม | | |
| เชียงราย | ประจวบคีรีขันธ์ | ชลบุรี |
| ฤดูร้อน  ฤดูฝน  ฤดูหนาว | 150  180  300 | 280  120  140 | 160  130  150 |

จงทดสอบว่า มีความแตกต่างกันของจำนวนผู้เข้าพักระหว่างสาขาของโรงแรมทั้ง 3 แห่งหรือไม่ และทดสอบด้วยว่า ในแต่ละฤดูกาลจะมีจำนวนผู้เข้าพักต่างกันหรือไม่ โดยทดสอบที่ระดับนัยสำคัญ 0.01

5. ในการทดลองเพื่อเปรียบเทียบความเร็วของการตัดโดยใช้เครื่องมือ 4 ชนิด นำไปทดลองกับ

วัตถุ 5 ชนิดซึ่งมีความแข็งต่างกัน บันทึกเวลาในการตัด (หน่วย : วินาที) ดังตาราง

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| ชนิดของวัตถุ | เครื่องมือ | | | |
| 1 | 2 | 3 | 4 |
| ชนิดที่ 1  ชนิดที่ 2  ชนิดที่ 3  ชนิดที่ 4  ชนิดที่ 5 | 12  2  8  1  7 | 13  7  13  8  14 | 20  14  17  12  17 | 11  5  10  3  6 |

จงทดสอบว่า มีความแตกต่างกันของเวลาที่ใช้ในการตัดระหว่างเครื่องมือทั้ง 4 ชนิดหรือไม่ และทดสอบด้วยว่า ในวัตถุแต่ละชนิดจะมีระยะเวลาที่ใช้ในการตัดต่างกันหรือไม่ โดยทดสอบที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

6. จากการเลือกตัวอย่างยางรถยนต์ 3 ชนิดคือ ก ข และ ค ชนิดละ 5 เส้นมาใช้กับรถยนต์ เพื่อทำการทดลองประสิทธิภาพในการห้ามล้อขณะวิ่งด้วยความเร็ว 60 กิโลเมตรต่อชั่วโมง ปรากฏว่าระยะการห้ามล้อ (หน่วย : เมตร) เป็นดังนี้

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| ชนิดของยางรถยนต์ | | |
| ก | ข | ค |
| 28  24  27  25  23 | 26  26  29  31  28 | 25  27  23  27  24 |

จงทดสอบว่าค่าเฉลี่ยของระยะการห้ามล้อของยางทั้ง 3 ชนิดนั้นแตกต่างกันหรือไม่ โดยทดสอบที่ระดับนัยสำคัญ 0.10

7. ในการศึกษารายได้เสริมจากสินค้า OTOP ของจังหวัดบุรีรัมย์เฉลี่ยแต่ละเดือน (หน่วย : พันบาทต่อเดือน) ว่าสินค้าแต่ละชนิดจะมีรายได้เสริมแตกต่างกันหรือไม่ ได้ข้อมูลดังตาราง

|  |  |
| --- | --- |
| ครอบครัว | รายได้เสริมจากการทำอาชีพ |
| ทอผ้า สานเสื่อ ทำกระยาสารท กุ้งจ่อม |
| 1  2  3  4  5 | 10 6 14 9  13 7 15 10  11 8 18 12  15 9 10 8  18 8 9 7 |
| รวม | 67 38 66 46 |

จงทดสอบว่าค่าเฉลี่ยของรายได้เสริมจากสินค้า OTOP ของสินค้าทั้ง 4 ชนิดนั้นแตกต่างกันหรือไม่ โดยทดสอบที่ระดับนัยสำคัญ 0.01

8. จากข้อมูลในตารางเป็นรายได้เสริมของประชาชนในจังหวัดบุรีรัมย์ (หน่วย : พันบาทต่อเดือน) จากผลิตภัณฑ์ 4 ประเภท และจากแหล่งจำหน่ายที่แตกต่างกัน ดังนี้

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| แหล่งจำหน่าย | ประเภทผลิตภัณฑ์ | | | |
| A | B | C | D |
| สถานีขนส่ง | 10 | 9 | 13 | 15 |
| สนามฟุตบอล | 8 | 12 | 15 | 17 |
| หมู่บ้าน OTOP | 6 | 5 | 10 | 19 |

ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 จงทดสอบว่า

1. รายได้เฉลี่ยของอาชีพเสริมจากการขายผลิตภัณฑ์ในแต่ละแหล่งจำหน่ายแตกต่าง

กันหรือไม่

ข. รายได้เฉลี่ยของอาชีพเสริมจากการขายผลิตภัณฑ์ในแต่ละประเภทแตกต่าง

กันหรือไม่

9. โรงเรียนแห่งหนึ่งมีจำนวนตึกเรียนอยู่ทั้งหมด 5 ตึก อยากทราบว่าจำนวนหน่วยไฟฟ้าที่ใช้ในตึกเรียนแต่ละตึกจะแตกต่างกันหรือไม่ จึงทำการเก็บรวบรวมข้อมูลเป็นเวลา 5 วัน ได้ข้อมูลดังนี้

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| ตึกเรียน | | | | |
| A | B | C | D | E |
| 75  80  84  82  74 | 87  70  75  72  70 | 84  90  85  70  75 | 78  80  90  84  82 | 80  77  89  90  76 |

จงทดสอบว่าค่าเฉลี่ยของจำนวนหน่วยไฟฟ้าที่ใช้ทั้ง 5 ตึกเรียนนั้นแตกต่างกันหรือไม่ โดยทดสอบที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

10. จากการศึกษาประสิทธิภาพในการขจัดคราบสกปรกของน้ำยาซักผ้า 4 ยี่ห้อ โดยใช้ผ้าที่มีขนาดเท่ากันและมีรอยด่างที่เกิดจากคราบสกปรกจำนวน 20 จุด แช่ผ้าทิ้งไว้ในน้ำยาซักผ้าระยะเวลาหนึ่งจากนั้นนับจำนวนรอยด่างที่หายไปได้ข้อมูลดังตาราง

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| ชนิดของน้ำยาซักผ้า | | | |
| ก | ข | ค | ง |
| 18  18  16  15 | 10  17  12  9  8  7 | 8  7  6  5  5 | 10  20  12  16  14  13  12 |

จงเปรียบเทียบความแตกต่างของจำนวนคราบสกปรกที่หายไปของน้ำยาซักผ้า 4 ยี่ห้อ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01 พร้อมทั้งตรวจสอบดูว่าน้ำยาซักผ้าชนิดใดที่ให้ผลแตกต่างกัน

11. โรงงานผลิตชิ้นส่วนคอมพิวเตอร์แห่งหนึ่งอยากทราบว่าการเปิดเพลงให้คนงานฟังและอายุของคนงานจะมีผลต่อปริมาณการผลิตหรือไม่ จึงสุ่มคนงานที่มีอายุแตกต่างกัน 3 ระดับ มาทดลองเปิดเพลงให้ฟังในระดับเสียงดนตรีที่แตกต่างกัน นับจำนวนชื้นส่วนคอมพิวเตอร์ที่ผลิตได้ในหนึ่งชั่วโมงได้ผลดังตาราง

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ระดับอายุ | ระดับเสียงดนตรี (เดซิเบล) | | | | |
| ไม่มีเสียง | 70 | 80 | 90 | 100 |
| 1 | 5 | 7 | 4 | 3 | 2 |
| 2 | 3 | 6 | 8 | 2 | 3 |
| 3 | 5 | 4 | 9 | 1 | 2 |

ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 จงทดสอบว่า

1. ระดับเสียงดนตรีที่แตกต่างกันจะทำให้ปริมาณการผลิตแตกต่างกันหรือไม่
2. ระดับอายุที่แตกต่างกันจะทำให้ปริมาณการผลิตแตกต่างกันหรือไม่

12. ในการศึกษาประสิทธิภาพของเครื่องกรองน้ำ 4 ชนิด ซึ่งมีวัสดุที่ใช้ในการกรองแตกต่างกัน ทำการวัดปริมาณสารที่ตกค้างเป็นร้อยละได้ดังนี้

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| ชนิดเครื่องกรองน้ำ | | | |
| A | B | C | D |
| 15  18  12  8  16 | 8  13  9  10 | 19  26  20  27  18 | 7  9  18  13 |

จงเปรียบเทียบความแตกต่างของปริมาณสารตกค้างของเครื่องกรองน้ำ 4 ชนิด ที่ระดับนัยสำคัญ 0.10 และถ้าเกิดความแตกต่างจงตรวจสอบดูว่าเครื่องกรองน้ำชนิดใดบ้างที่ให้ผลแตกต่างกัน

**บทที่ 6**

**การถดถอยและสหสัมพันธ์เชิงเส้นอย่างง่าย**

การวิเคราะห์การถดถอยเป็นวิธีการทางสถิติ ที่ศึกษาถึงความสัมพันธ์ระหว่าง ตัวแปรตัวหนึ่ง ซึ่งเรียกว่า “ตัวแปรตาม (Dependent variable) แทนด้วย Y” และตัวแปรอื่น ๆ ซึ่งเรียกว่า “ตัวแปรอิสระ (Independent variable) แทนด้วย X”ว่ามีความสัมพันธ์กันอย่างไร ซึ่งความสัมพันธ์ดังกล่าวนี้จะอยู่ในรูปตัวแบบคณิตศาสตร์โดยอาจจะเป็นเชิงเส้นตรงก็ได้หรือไม่เป็นก็ได้ มีประโยชน์เพื่อใช้ในการทำนาย (Prediction) นั่นคือ ใช้ตัวแปรอิสระ Xเป็นเกณฑ์ในการประมาณตัวแปรตาม Yโดยสำหรับในบทนี้จะกล่าวถึง การวิเคราะห์ถดถอยที่เป็นเชิงเส้นอย่างง่ายเท่านั้น

**6.1 แผนภาพการกระจาย**

ในการวิเคราะห์การถดถอยเพื่อศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร 2 ตัว มักเริ่มด้วยการนำข้อมูลจากตัวอย่างมาเขียนเป็นแผนภาพการกระจาย (Scatter diagram) ให้ตัวแปรตามแทนด้วย Y และตัวแปรอิสระแทนด้วย X ซึ่งอาจได้แผนภาพแสดงความสัมพันธ์เป็นแบบเชิงเส้นตรง เส้นพาราโบลา เส้นเอ็กซ์โปเนนเชียล ฯลฯ หรืออาจไม่มีความสัมพันธ์กันก็ได้ เช่น

**ตัวอย่าง** จากข้อมูลจำนวนนักท่องเที่ยวที่เดินทางเข้ามาเที่ยวในจังหวัดบุรีรัมย์ปี 2556 กับยอดขายสินค้า OTOP เป็นดังนี้

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| เดือน | จำนวนนักท่องเที่ยว (หน่วย : หมื่นคน) | ยอดขายสินค้า OTOP (หน่วย : พันบาท) |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| มกราคม  กุมภาพันธ์  มีนาคม  เมษายน  พฤษภาคม  มิถุนายน  กรกฎาคม  สิงหาคม  กันยายน | 8  7  12  10  5  7  9  12  10 | 19  15  27  18  10  14  17  28  19 |
| เดือน | จำนวนนักท่องเที่ยว (หน่วย : หมื่นคน) | ยอดขายสินค้า OTOP(หน่วย : พันบาท) |
| ตุลาคม  พฤศจิกายน  ธันวาคม | 15  16  12 | 30  38  29 |

นำข้อมูลไปเขียนกราฟแสดงความสัมพันธ์ได้ดังนี้

**6.2 ตัวแบบการถดถอยเชิงเส้นอย่างง่าย**

กำหนดให้ตัวแบบการถดถอยเชิงเส้นอย่างง่าย (Simple Linear Regression Model) คือ



 คือ ตัวแปรตามเป็นตัวแปรที่ต้องการสร้างตัวแบบในการพยากรณ์

 คือ ตัวแปรอิสระหรือตัวแปรต้นหรือตัวแปรที่ใช้ในการพยากรณ์ค่าของตัวแปรตาม 



และ  คือ พารามิเตอร์ที่แทนค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยของประชากร

โดยที่  คือ ค่าที่ตัดแกน Y (Y – intercept) เป็นค่าคงที่เมื่อ X = 0

 คือ ความชัน (Slope) ของเส้นถดถอย เป็นอัตราการเปลี่ยนแปลง

ของค่าเฉลี่ย Y เมื่อ X เปลี่ยนไป 1 หน่วย

 คือ ความคลาดเคลื่อนที่เกิดจากการที่ Y แตกต่างจากค่าเฉลี่ยของ

ประชากร 

สำหรับความคลาดเคลื่อนมีคุณสมบัติหรือข้อสมมติ ดังนี้

1. มีการแจกแจงปกติ มีค่าเฉลี่ยเป็นศูนย์กล่าวคือ 
2. มีค่าความแปรปรวนคงที่คือ 
3. และ  เป็นอิสระกัน มีค่าความแปรปรวนร่วมเท่ากับศูนย์ 

เมื่อ i≠j

**6.3 สมการถดถอยเชิงเส้นอย่างง่าย**

จากตัวแบบถดถอยเชิงเส้นอย่างง่าย และ  เป็นพารามิเตอร์ที่ไม่ทราบค่าและในทางปฏิบัติไม่สามารถเก็บข้อมูลได้ครบถ้วนทุกค่าในประชากร จึงต้องประมาณโดยใช้ข้อมูลตัวอย่าง สำหรับค่าประมาณของ และ  คือ b0 และ b1 โดยวิธีการประมาณจะใช้วิธีกำลังสองน้อยที่สุด (method of least square) วิธีการนี้เป็นวิธีการที่หาค่าของ b0 และ b1 ในเทอมของตัวแปรอิสระ (X) และตัวแปรตาม (Y) โดยให้ผลรวมของความคลาดเคลื่อนกำลังสองมีค่าน้อยที่สุด ดังนั้นสมการถดถอยที่คำนวณได้จะมีคุณสมบัติดังนี้

1. ผลรวมของความคลาดเคลื่อนกำลังสองมีค่าน้อยที่สุด ()

2. ผลรวมของความคลาดเคลื่อนมีค่าเท่ากับศูนย์()

3. เส้นถดถอยที่ได้จะผ่านจุดตัดของ และ 

เมื่อทำการหาค่าประมาณ b0 และ b1 โดยวิธีกำลังสองน้อยที่สุดแล้วจะได้ว่า





จากค่า b0 และ b1 จะทำให้สามารถคาดคะเนสมการถดถอย  ได้ตามต้องการ

**ตัวอย่าง** อาจารย์ผู้สอนในรายวิชาสถิติท่านหนึ่งรวบรวมข้อมูลจำนวนชั่วโมงที่นักศึกษาทบทวนบทเรียนก่อนสอบ (x) และคะแนนที่สอบได้ (Y) เป็นดังนี้

|  |  |
| --- | --- |
| ชั่วโมงทบทวน (X) | คะแนนที่สอบได้ (Y) |
| 2  3  4  4  5  2  3  7  6  4  5  3 | 59  69  71  73  80  54  60  87  83  74  83  66 |

1. จงเขียนแผนภาพการกระจาย
2. จงคำนวณหาสมการถดถอยเชิงเส้นอย่างง่าย
3. ถ้านายมาดีใช้เวลาในการทบทวนบทเรียน 8 ชั่วโมง จะได้คะแนนสอบประมาณเท่าใด

**วิธีทำ**

ก. เขียนแผนภาพการกระจายได้ดังนี้

ข. คำนวณหาสมการถดถอยเชิงเส้นอย่างง่าย ดังนี้

จากสูตร  คำนวณหาค่าต่างๆดังนี้

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| ชั่วโมงทบทวน (X) | คะแนนที่สอบได้ (Y) | X2 | XY |
| 2  3  4  4  5  2  3  7  6  4  5  3 | 59  69  71  73  80  54  60  87  83  74  83  66 | 4  9  16  16  25  4  9  49  36  16  25  9 | 118  207  284  292  400  108  180  609  498  296  415  198 |
| 48 | 859 | 218 | 3,605 |

แทนค่าต่างๆลงในสูตร ดังนี้













ดังนั้นจะได้สมการถดถอยเชิงเส้นอย่างง่ายจาก รูปแบบสมการถดถอย  คือ



ค. ถ้านายมาดีใช้เวลาในการทบทวนบทเรียน 8 ชั่วโมง จะได้คะแนนสอบประมาณเท่าใด



****คะแนน

**6.4 สหสัมพันธ์เชิงเส้นอย่างง่าย**

ในการศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรสองตัว ถ้าไม่ได้กำหนดว่าตัวแปรใดเป็นตัวแปรตาม ตัวแปรใดเป็นตัวแปรต้นหรือตัวแปรอิสระ จะเป็นเรื่องของการวิเคราะห์สหสัมพันธ์ (correlation analysis) ซึ่งเป็นการศึกษาว่าตัวแปรคู่นั้นมีขนาดของความสัมพันธ์ระดับใด โดยวัดด้วยค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ (correlation coefficient) และถ้าหากว่ามีข้อสงสัยว่าตัวแปรแต่ละคู่มีสหสัมพันธ์กันจริงหรือไม่ ก็สามารถทำการทดสอบสมติฐานได้ ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์จะมีค่าอยู่ระหว่าง -1 ถึง 1 เมื่อค่าเข้าใกล้ศูนย์ หมายความว่า ตัวแปรทั้งสองไม่มีความสัมพันธ์กัน แต่ถ้าค่าเข้าใกล้ 1 หมายความว่าตัวแปรทั้งสองมีความสัมพันธ์กันอย่างมาก ส่วนเครื่องหมาย + และเครื่องหมาย - จะแสดงถึงทิศทางความสัมพันธ์ ถ้าเป็นเครื่องหมาย + แสดงว่าตัวแปรทั้งสองมีความสัมพันธ์ไปในทิศทางเดียวกัน แต่ถ้าเป็นเครื่องหมาย - แสดงว่าตัวแปรทั้งสองมีความสัมพันธ์ไปในทิศทางตรงกันข้าม โดยในการวัดความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรจะต้องพิจารณาด้วยว่าตัวแปรที่นำมาวัดความสัมพันธ์กันนั้นอยู่ในมาตราการวัดใด

**6.4.1 สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์**

6.4.1.1 สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ของเพียร์สัน (Pearson Correlation)

ถ้าข้อมูลที่ต้องการวัดความสัมพันธ์อยู่ในมาตราอันตรภาค หรือมาตราอัตราส่วนค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์จะหาได้ด้วยวิธีการหาค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ของเพียร์สันเขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ ρ แต่ในทางปฏิบัติจะหาค่า ρ ไม่ได้เนื่องจากเป็นการคำนวณหาค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์จากตัวอย่างจึงต้องทำการประมาณค่าของ ρ ด้วย r โดยมีสูตรการคำนวณดังนี้



**ตัวอย่าง** จากข้อมูลการผลิตสินค้าของบริษัทแห่งหนึ่ง โดยทำการบันทึกข้อมูลปริมาณการผลิต (X) กับเวลาที่ใช้ในการผลิต (Y) ในช่วงเวลา 15 เดือน ได้ข้อมูลดังนี้

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| เดือนที่ | ปริมาณการผลิต (X) | เวลาที่ใช้ในการผลิต (Y) | X2 | Y2 | XY |
| 1  2  3  4  5  6  7  8  9 | 30  70  20  50  80  30  20  60  80 | 75  152  55  110  175  73  50  128  170 | |  | | --- | | 900 | | 4,900 | | 400 | | 2,500 | | 6,400 | | 900 | | 400 | | 3,600 | | 6,400 | | |  | | --- | | 5,625 | | 23,104 | | 3,025 | | 12,100 | | 30,625 | | 5,329 | | 2,500 | | 16,384 | | 28,900 | | |  | | --- | | 2,250 | | 10,640 | | 1,100 | | 5,500 | | 14,000 | | 2,190 | | 1,000 | | 7,680 | | 13,600 | |

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| เดือนที่ | ปริมาณการผลิต (X) | เวลาที่ใช้ในการผลิต (Y) | X2 | Y2 | XY |
| 10  11  12  13  14  15 | 40  50  60  30  70  60 | 87  108  135  69  148  132 | 1,600  2,500  3,600  900  4,900  3,600 | 7,569  11,664  18,225  4,761  21,904  17,424 | 3,480  5,400  8,100  2,070  10,360  7,920 |
| รวม | 750 | 1,667 | 43,500 | 209,139 | 95,290 |

จงหาค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์

**วิธีทำ**

จากสูตร 

แทนค่าต่างๆลงในสูตร ดังนี้









ดังนั้น แสดงว่า ปริมาณการผลิตและเวลาที่ใช้ในการผลิตมีความสัมพันธ์กัน 0.9975

6.4.1.2 สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ของสเปียร์แมนแรงค์ (Spearman Rank Correlation)

ถ้าข้อมูลที่ต้องการวัดความสัมพันธ์อยู่ในมาตราเรียงลำดับค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์จะหาได้ด้วยวิธีการหาค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ของสเปียร์แมนแรงค์ โดยสูตรที่ใช้จะเป็นดังนี้ 

เมื่อ ρ แทน ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์แบบสเปียร์แมนแรงค์

d แทน ผลต่างของอันดับที่

n แทน จำนวนคู่ของข้อมูล

**ตัวอย่าง** จากการประเมินประสิทธิภาพการใช้งานของเครื่องคอมพิวเตอร์ 12 ยี่ห้อ โดยผู้เชี่ยวชาญ 2 คน ทำการจัดอันดับประสิทธิภาพการใช้งานได้ผลดังตาราง

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| ยี่ห้อคอมพิวเตอร์ | ผลการประเมินประสิทธิภาพการใช้งาน (เป็นอันดับที่) | |
| ผู้เชี่ยวชาญคนที่ 1 | ผู้เชี่ยวชาญคนที่ 2 |
| 1  2  3  4  5  6  7  8  9  10  11  12 | 2  3  5  8  6  4  1  7  10  9  12  11 | 3  4  5  6  8  2  1  7  9  11  10  12 |

จงหาค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างการจัดอันดับที่ของกรรมการสองคนที่ได้จัดไว้

**วิธีทำ**

หาค่า d คือ หาผลต่างของอันดับที่ ที่ผู้เชี่ยวชาญทั้งสองจัดอันดับให้คอมพิวเตอร์แต่ละยี่ห้อพร้อมทั้งหาค่ากำลังสองของ d แต่ละค่า แล้วหาผลรวมทั้งหมดของ d2 จะได้ดังนี้

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| ยี่ห้อคอมพิวเตอร์ | ผลการประเมินประสิทธิภาพการใช้งาน (เป็นอันดับที่) | | d | d2 |
| ผู้เชี่ยวชาญคนที่ 1 | ผู้เชี่ยวชาญคนที่ 2 |
| 1  2  3  4  5  6  7  8  9  10  11  12 | 2  3  5  8  6  4  1  7  10  9  12  11 | 3  4  5  6  8  2  1  7  9  11  10  12 | -1  -1  0  2  -2  2  0  0  1  -2  2  -1 | 1  1  0  4  4  4  0  0  1  4  4  1 |
| รวม | | | | 24 |

แทนค่าต่างลงในสูตร ดังนี้











นั่นคือ การตัดสินของกรรมการทั้งสองมีค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์เท่ากับ 0.916

**6.4.2 การทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์**

ในการทดสอบสมติฐานเกี่ยวกับค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์จะแบ่งออกเป็น 2 กรณี

ดังนี้คือ

6.4.2.1 การทดสอบว่าตัวแปรทั้งสองตัวมีความสัมพันธ์กันหรือไม่ จะกำหนดสมมติฐานการทดสอบ ดังนี้

H0 : ρ = 0

H1 : ρ ≠ 0

หรือ H1 : ρ > 0 , H1 : ρ < 0 เมื่อต้องการทดสอบว่าตัวแปรทั้งสองมีสหสัมพันธ์ในทิศทางตรงข้ามกันหรือไม่ ตัวสถิติที่ใช้ในการทดสอบคือ

ที่ d.f = n – 2

6.4.2.2 การทดสอบสมมติฐานว่าตัวแปรทั้งสองมีความสัมพันธ์กันในระดับใดๆหรือไม่ จะกำหนด

สมมติฐานในการทดสอบดังนี้ คือ

H0 : ρ = ρ0

H1 : ρ ≠ ρ0

หรือ H1 : ρ > ρ0 , H1 : ρ < ρ0 สำหรับตัวสถิติที่ใช้ในการทดสอบคือ



เมื่อ ,และ 

**ตัวอย่าง** ในการทดลองใช้ยาเบื่อหนูปริมาณต่างๆ 15 ขนาด กับหนูนา แล้วนับจำนวนหนูนาที่ตายในแต่ละปริมาณของยาเบื่อหนู คำนวณค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างปริมาณยาเบื่อหนูและจำนวนหนูนาที่ตายได้เป็น 0.75 ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01 จงทดสอบว่า

1. ปริมาณยาเบื่อหนูและจำนวนหนูนาที่ตายมีความสัมพันธ์กันหรือไม่
2. ปริมาณยาเบื่อหนูและจำนวนหนูนาที่ตายมีความสัมพันธ์กันน้อยกว่า 0.85 หรือไม่

**วิธีทำ** ก. 1. กำหนดสมมติฐานเพื่อการทดสอบ

H0 : ρ = 0

H1 : ρ ≠ 0

2. กำหนดตัวสถิติที่ใช้ในการทดสอบ

ที่ d.f = n – 2

3. กำหนดบริเวณอาณาเขตวิกฤต

α = 0.01 , d.f. = n – 2 = 15 – 2 = 13

เปิดตารางที่  การทดสอบเป็นแบบสองทาง

ดังนั้น บริเวณอาณาเขตวิกฤต คือ

-3.012

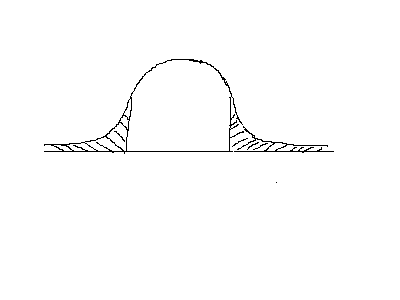
บริเวณอาณาเขตวิกฤต (ปฏิเสธ H0)

บริเวณอาณาเขตวิกฤต (ปฏิเสธ H0)

บริเวณยอมรับสมมติฐาน H0

3.012

-3.012



-3.012

-3.012

-3.012

4. คำนวณค่าสถิติที่ใช้ในการทดสอบ









5. สรุปผล

ค่า t ที่คำนวณได้มีค่าเท่ากับ 4.092 จึงตกอยู่ในบริเวณอาณาเขตวิกฤตดังนั้นจะปฏิเสธ H0 นั่นคือ ปริมาณยาเบื่อหนูและจำนวนหนูนาที่ตายมีความสัมพันธ์กัน

ข. ปริมาณยาเบื่อหนูและจำนวนหนูนาที่ตายมีความสัมพันธ์กันน้อยกว่า 0.85 หรือไม่

1. กำหนดสมมติฐานเพื่อการทดสอบ

H0 : ρ = 0.85

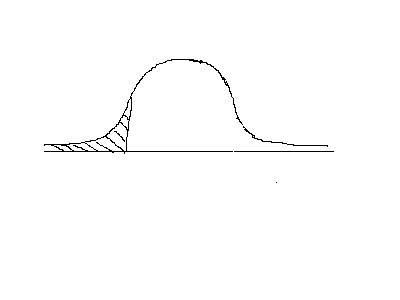
H1 : ρ < 0.85

2. กำหนดตัวสถิติที่ใช้ในการทดสอบ



3. กำหนดบริเวณอาณาเขตวิกฤต

α = 0.01 เปิดตารางที่  การทดสอบเป็นแบบทางเดียว

ด้านซ้าย ดังนั้นบริเวณอาณาเขตวิกฤต คือ บริเวณสถิติทดสอบ Z < -2.326

-2.326

บริเวณอาณาเขตวิกฤต (ปฏิเสธ H0)

บริเวณยอมรับสมมติฐาน H0

4. คำนวณค่าสถิติทดสอบ ดังนี้























∴ 







5. สรุปผล

ค่า Z ที่คำนวณได้มีค่าเท่ากับ -0.983 จึงไม่ตกอยู่ในบริเวณอาณาเขตวิกฤตดังนั้นจะยอมรับ H0 นั่นคือ ปริมาณยาเบื่อหนูและจำนวนหนูนาที่ตายมีความสัมพันธ์กันไม่น้อยกว่า 0.85

**6.5 บทสรุป**

การวิเคราะห์ถดถอยอย่างง่าย เป็นวิธีการทางสถิติ ที่ศึกษาถึงความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรสองตัว โดยตัวแปรตัวหนึ่งเรียกว่า “ตัวแปรตาม (Dependent variable) แทนด้วย Y” และตัวแปรอีกตัวหนึ่งเรียกว่า “ตัวแปรต้นหรือตัวแปรอิสระ (Independent variable) แทนด้วย X” ในรูปตัวแบบทางคณิตศาสตร์ โดยมีประโยชน์เพื่อใช้ในการทำนาย (Prediction) นั่นคือ จะใช้ตัวแปรอิสระ Xเป็นเกณฑ์ในการประมาณตัวแปรตาม Yแต่ถ้าหากไม่ได้กำหนดว่าตัวแปรใดเป็นตัวแปรตาม ตัวแปรใดเป็นตัวแปรต้นหรือตัวแปรอิสระ จะเป็นเรื่องของการวิเคราะห์สหสัมพันธ์ (correlation analysis) ซึ่งเป็นการศึกษาว่าตัวแปรคู่นั้นมีขนาดของความสัมพันธ์ระดับใด โดยวัดด้วยค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ (correlation coefficient) และถ้ามีข้อสงสัยว่าตัวแปรแต่ละคู่มีสหสัมพันธ์กันจริงหรือไม่ ก็สามารถทำการทดสอบสมติฐานได้ โดยที่ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์จะมีค่าอยู่ระหว่าง -1 ถึง 1

**แบบฝึกหัดบทที่ 6**

1. จากข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้ หากใช้การวิเคราะห์การถดถอย จงพิจารณาว่าตัวแปรใดเป็น

ตัวแปรต้น และตัวแปรใดเป็นตัวแปรตาม

1. ปริมาณการใช้น้ำมันกับจำนวนรถยนต์ที่จำหน่ายในปี 2556
2. จำนวนเด็กทารกแรกเกิดกับยอดขายผ้าอ้อมสำเร็จรูป
3. น้ำหนักกับอัตราการใช้พลังงานต่อวัน
4. รายได้ต่อเดือนของผู้ปกครองกับรายจ่ายต่อเดือนของนักศึกษา
5. น้ำหนักของมารดาที่เพิ่มขึ้นระหว่างตั้งครรภ์กับน้ำหนักแรกเกิดของบุตร
6. อายุการใช้งานของรถยนต์กับจำนวนครั้งที่ต้องซ่อมต่อปี
7. ปริมาณการใช้ปุ๋ยกับปริมาณผลผลิต
8. ระดับ IQ ของนักศึกษากับคะแนนเฉลี่ย
9. ระยะเวลาที่ใช้ในการทบทวนบทเรียนกับคะแนนสอบ
10. ระดับไขมันในเส้นเลือดกับระยะเวลาเฉลี่ยในการออกกำลังกายต่อสัปดาห์

2. แม่บ้าน 2 คน ได้แสดงความเห็นว่าชอบครีมทาผิวยี่ห้อต่างๆออกมาเป็นลำดับดังนี้

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ยี่ห้อครีมทาผิว | A | B | C | D | E | F | G | H | I | J | K | L |
| แม่บ้าน ก | 3 | 5 | 8 | 12 | 10 | 7 | 9 | 1 | 4 | 6 | 2 | 11 |
| แม่บ้าน ข | 5 | 6 | 4 | 9 | 8 | 12 | 11 | 3 | 1 | 2 | 10 | 7 |

จงหาค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ของ Spearman rank

3. จากการศึกษาประสิทธิภาพในการวิ่งของรถยนต์ โดยกำหนดให้ตัวแปร X แทนน้ำหนัก

ของรถยนต์ หน่วยเป็นร้อยปอนด์ และ Y แทน ระยะทางที่รถวิ่งได้ หน่วยเป็นกิโลเมตรต่อชั่วโมง ทำการเก็บรวบรวมข้อมูลจากรถยนต์ 12 คัน ได้ข้อมูลดังนี้

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| คันที่ | น้ำหนักของรถยนต์ | ระยะทางที่รถวิ่งได้ |
| 1  2  3  4  5  6  7  8  9  10  11  12 | 25  27  23  24  21  22  18  20  26  25  18  22 | 70  60  75  71  80  73  90  85  60  65  95  75 |

1. จงเขียนแผนภาพการกระจาย
2. จงคำนวณหาสมการถดถอยเชิงเส้นอย่างง่าย
3. ถ้ารถยนต์คันหนึ่งหนัก 3,000 ปอนด์จะมีระยะทางในการวิ่งประมาณเท่าใด
4. จงหาค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์แสดงความสัมพันธ์ระหว่างน้ำหนักของรถยนต์กับระยะทางที่รถวิ่งได้

4. นักสถิติผู้หนึ่งทำการสุ่มนักศึกษามา 10 คน โดยทำการสอบถามถึงคะแนนวิชาคณิตศาสตร์ที่เรียนในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 กับคะแนนวิชาหลักสถิติที่เรียนในชั้นปีที่ 1 ในมหาวิทยาลัย ได้ข้อมูลดังนี้

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| นักศึกษาคนที่ | คะแนนวิชาคณิตศาสตร์ | คะแนนวิชาหลักสถิติ |
| 1  2  3  4  5  6  7  8  9  10 | 85  60  73  40  90  75  55  80  70  65 | 93  75  65  50  80  67  70  86  66  70 |

1. จงหาค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์โดยใช้สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ของเพียร์สัน
2. จงหาค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์โดยใช้สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ของของสเปียร์แมนแรงค์
3. จงทดสอบว่าคะแนนวิชาคณิตศาสตร์กับคะแนนวิชาหลักสถิติมีสหสัมพันธ์กันมากกว่า 0.80 หรือไม่ โดยทดสอบที่ระดับนัยสำคัญ 0.10

5. ในงานประกวดสิ่งประดิษฐ์ทางวิทยาศาสตร์งานหนึ่งมีมหาวิทยาลัยเข้าร่วมประกวด 20 มหาวิทยาลัย มีกรรมการตัดสิน 2 ท่าน ได้ข้อมูลดังนี้

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| มหาวิทยาลัย | A | B | C | D | E | F | G | H | I | J | K | L | M | N | O | P | Q | R | S | T |
| กรรมการคนที่ 1 | 1 | 3 | 5 | 4 | 10 | 12 | 2 | 7 | 9 | 8 | 6 | 11 | 13 | 15 | 14 | 17 | 19 | 18 | 20 | 16 |
| กรรมการคนที่ 2 | 2 | 1 | 4 | 3 | 11 | 10 | 5 | 8 | 7 | 9 | 6 | 12 | 14 | 13 | 15 | 18 | 20 | 19 | 16 | 17 |

จงหาค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ของ Spearman rank

6. ฝ่ายบริหารงานบุคคลของมหาวิทยาลัยแห่งหนึ่งคาดว่าการลาหยุดงานของบุคลากรมีความสัมพันธ์กับอายุในการทำงาน จึงสุ่มบุคลากรของมหาวิทยาลัยมาสอบถามจำนวน 15 คน ได้ข้อมูลดังนี้

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| บุคลากรคนที่ | อายุการทำงาน | จำนวนวันที่ลาหยุดงานต่อปี |
| 1  2  3  4  5  6  7  8  9  10  11  12  13  14  15 | 5  10  9  15  20  10  11  8  4  3  7  6  12  9  13 | 1  4  3  5  7  3  3  2  1  1  4  2  3  2  4 |

1. จงเขียนแผนภาพการกระจาย
2. จงคำนวณหาสมการถดถอยเชิงเส้นอย่างง่าย

7. ในการผลิตชิ้นส่วนคอมพิวเตอร์ ผู้จัดการคาดว่าจำนวนชิ้นที่ผลิตต่อครั้ง กับจำนวนชั่วโมงที่ทำงานมีความสัมพันธ์กัน จึงสุ่มพนักงานฝ่ายผลิตมาจำนวน 20 คน คำนวณค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างจำนวนชิ้นที่ผลิตต่อครั้งและจำนวนชั่วโมงที่ทำงานได้เป็น 0.87 ที่ระดับนัยสำคัญ 0.10 จงทดสอบว่า

1. จำนวนชิ้นที่ผลิตต่อครั้งและจำนวนชั่วโมงที่ทำงานมีความสัมพันธ์กันหรือไม่
2. จำนวนชิ้นที่ผลิตต่อครั้งและจำนวนชั่วโมงที่ทำงานมีความสัมพันธ์กันมากกว่า 0.78 หรือไม่

8. จากการสอบถามนักศึกษาที่เรียนในรายวิชาการวิเคราะห์สถิติขั้นสูงด้วยโปรแกรมสำเร็จรูปทางสถิติ จำนวน 15 คน โดยสอบถามถึงคะแนนความพอใจในสิ่งอำนวยความสะดวก (คะแนนเต็ม 20 คะแนน) และ คะแนนสอบปลายภาค (คะแนนเต็ม 40 คะแนน) ได้ข้อมูลดังนี้

|  |  |
| --- | --- |
| คะแนนความพอใจในสิ่งอำนวยความสะดวก | คะแนนสอบปลายภาค |
| 15  10  17  18  19  14  15  20  19  12  20  17  18  19  18 | 32  20  35  37  39  34  34  38  38  27  37  35  37  38  36 |

จงหาค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ ระหว่างความพอใจในสิ่งอำนวยความสะดวก และ คะแนนสอบปลายภาควิชาการวิเคราะห์สถิติขั้นสูงด้วยโปรแกรมสำเร็จรูปทางสถิติ

9. นักวิจัยท่านหนึ่งเชื่อว่าระยะเวลาเฉลี่ยที่ออกกำลังกายต่อสัปดาห์ (นาที) จะมีความสัมพันธ์กับระดับน้ำตาลในเลือด จึงสุ่มตัวอย่างจากพนักงานบริษัทแห่งหนึ่งซึ่งไม่เคยออกกำลังกายมาก่อนจำนวน 10 คน มาทำการออกกำลังกายเป็นเวลา 2 เดือน

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| พนักงานคนที่ | ระยะเวลาเฉลี่ยที่ออกกำลังกายต่อสัปดาห์ (นาที) | ระดับน้ำตาลในเลือด |
| 1  2  3  4  5  6  7  8  9  10 | 122  488  320  212  404  250  305  300  487  123 | 204  195  210  214  193  210  204  200  196  205 |

1. จงคำนวณหาสมการถดถอยเชิงเส้นอย่างง่ายแสดงความสัมพันธ์ระหว่างระยะเวลาเฉลี่ยที่ออกกำลังกายต่อสัปดาห์ (นาที) กับระดับน้ำตาลในเลือด
2. ถ้านายมาดี ออกกำลังกาย 520 นาทีต่อสัปดาห์เขาควรจะมีระดับน้ำตาลในเลือดเท่าไร

10. ในการศึกษาการใช้ภาพถ่ายทางอากาศประมาณความสูงของต้นไม้ในเขตพื้นที่ป่าสงวนแห่งหนึ่งจำนวน 20 ต้น แล้วนำไปเปรียบเทียบกับความสูงจริงของต้นไม้ได้ข้อมูลดังนี้

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| ต้นที่ | ความสูงของต้นไม้จากภาพถ่ายทางอากาศ (ฟุต) | ความสูงจริงของต้นไม้ (ฟุต) |
| 1  2  3  4  5  6  7  8  9 | 120  180  185  200  250  300  359  400  190 | 115  175  180  198  248  295  355  398  187 |
| ต้นที่ | ความสูงของต้นไม้จากภาพถ่ายทางอากาศ (ฟุต) | ความสูงจริงของต้นไม้ (ฟุต) |
| 10  11  12  13  14  15  16  17  18  19  20 | 175  130  189  220  250  170  160  190  185  130  140 | 173  128  186  218  247  168  157  189  183  127  138 |

ก. จงหาค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์แสดงความสัมพันธ์ระหว่างความสูงของต้นไม้จากภาพถ่ายทางอากาศ (ฟุต) กับ ความสูงจริงของต้นไม้ (ฟุต)

ข. จงคำนวณหาสมการถดถอยเชิงเส้นอย่างง่ายแสดงความสัมพันธ์ระหว่างความสูงของต้นไม้จากภาพถ่ายทางอากาศ (ฟุต) กับ ความสูงจริงของต้นไม้ (ฟุต)

**บทที่ 7**

**การทดสอบภาวะสารูปสนิทดี**

การทดสอบภาวะสารูปสนิทดี เป็นวิธีการทางสถิติที่ใช้สำหรับวิเคราะห์ข้อมูลที่ได้มาจากการนับ (counts) โดยสถิติที่ใช้ในการทดสอบจะใช้สถิติทดสอบไคสแควร์(Chi – Square Test) ในการทดสอบ สำหรับการเก็บรวบรวมข้อมูลจะถูกเก็บอยู่ในรูปของตารางการแจกแจงแบบทางเดียวโดยจัดเป็นข้อมูลกลุ่มหรือข้อมูลจำแนกประเภท (categorical data) เช่น

**ตัวอย่างที่ 1** ตารางแสดงจำนวนอาจารย์ในสังกัดคณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏบุรีรัมย์

ประจำภาคการศึกษาที่ 1/2557 จำแนกตามสาขาวิชาที่สังกัด

|  |  |
| --- | --- |
| สาขาวิชา | จำนวนอาจารย์ |
| คณิตศาสตร์ | 7 |
| เคมี | 13 |
| ชีววิทยา/ชีววิทยาประยุกต์ | 10 |
| ฟิสิกส์ | 9 |
| วิทยาศาสตร์การอาหาร | 3 |
| เทคโนโลยีสารสนเทศ | 16 |
| วิทยาการคอมพิวเตอร์ | 12 |
| วิทยาศาสตร์การกีฬา | 3 |
| วิทยาศาสตร์สิ่งแวดล้อม | 7 |
| สถิติประยุกต์ | 6 |
| สิ่งทอ/วิทยาศาสตร์สิ่งทอ | 4 |
| สาธารณสุขชุมชน | 10 |

**ที่มา :** เอกสารประกอบการประชุม คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏบุรีรัมย์

(ข้อมูล ณ วันที่ 15 ตุลาคม 2557)

**ตัวอย่างที่ 2** แสดงจำนวนถั่วเมล็ดเรียบกับถั่วเมล็ดขรุขระที่ได้จากการผสมพันธุ์

|  |  |
| --- | --- |
| ลักษณะของถั่ว | จำนวนที่สังเกตได้ (ความถี่) |
| เมล็ดเรียบ | 69 |
| เมล็ดขรุขระ | 31 |
| รวม | 100 |

คำถามที่มักเกิดขึ้นจากตารางการแจกแจงแบบทางเดียวก็คือ “จำนวนหรือความถี่ของข้อมูลที่สังเกตได้ (Observed frequency) จากกลุ่มข้อมูลย่อยของตัวแปรที่สนใจตัวหนึ่ง จะมีค่าแตกต่างจากจำนวนหรือความถี่ของข้อมูลที่คาดหมายตามทฤษฎีของกลุ่มข้อมูลย่อยในตัวแปรนั้น (Expected frequency) หรือไม่ หรืออาจเกิดข้อสงสัยเกี่ยวกับแจกแจงของข้อมูลที่เก็บรวบรวมมาว่ามีการแจกแจงแบบใด ซึ่งในการตอบข้อสงสัยจากคำถามเหล่านี้เราจะใช้การทดสอบที่เรียกว่าการทดสอบภาวะสารูปสนิทดี

**7.1 ขั้นตอนการทดสอบภาวะสารูปสนิทดี**

1. กำหนดสมมติฐานเพื่อการทดสอบ

2. คำนวณค่าความถี่ที่คาดหมายทางทฤษฎี (Ei)

โดยที่ และ 

3. กำหนดระดับนัยสำคัญของการทดสอบ (α)

4. คำนวณค่าสถิติไค – สแควร์



5. หาบริเวณอาณาเขตวิกฤต

เปิดตาราง หาค่าบริเวณอาณาเขตวิกฤตที่ระดับนัยสำคัญ α ซึ่งการเปิดตารางจะขึ้นอยู่กับระดับความเป็นอิสระของชั้นหรือกลุ่มข้อมูลย่อย (degree of freedom: df) โดยนับจำนวนชั้นหรือกลุ่มข้อมูลย่อย ที่มีอิสระต่อการลงข้อมูลและยังคงทำให้ผลรวมความถี่ข้อมูลที่สังเกตได้ยังคงเหมือนเดิม





บริเวณยอมรับ H0

บริเวณปฏิเสธ H0 (บริเวณอาณาเขตวิกฤต)

6. สรุปผล

ถ้าค่า χ2 ที่คำนวณได้ มีค่ามากกว่าหรือเท่ากับ χ2 ที่เปิดจากตาราง จะปฏิเสธสมมุติฐานหลัก (H0) และยอมรับสมมุติฐานรอง (H1)

**7.2 การทดสอบภาวะสารูปสนิทดี**

**7.2.1 การทดสอบอัตราส่วน**

ในประชากรหนึ่งถ้ามีเหตุการณ์ที่สนใจ k เหตุการณ์ (k>2) ดังตาราง

**ตารางแสดงลักษณะข้อมูลความถี่ลักษณะที่สนใจเกิดขึ้นจริง (Oi) กับค่าคาดหมาย (Ei)**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| กลุ่มหรือระดับ | ค่าความถี่จากการสังเกตที่เกิดขึ้นจริง | ค่าความถี่คาดหวัง |
| 1  2  3  .  .  .  k | O1  O2  O3  .  .  .  Ok | E1  E2  E3  .  .  .  Ek |
|  | N | N |

ถ้าอยากทราบว่าการเกิดขึ้นของเหตุการณ์ต่างๆในที่นี้ให้เป็น A1,A2,A3,…,Ak เป็นไปตามอัตราส่วน c1 : c2 : c3… : ck หรือไม่ สามารถสรุปโดยการทดสอบสมมติฐานด้วยสถิติทดสอบ

ไค – สแควร์ ซึ่งมีองศาความเป็นอิสระ k – 1 โดยมีขั้นตอนการทดสอบสมมติฐานดังนี้

ขั้นที่ 1 ตั้งสมมติฐาน H0 : A1: A2 : A3 : … : Ak = c1 : c2 : c3… : ck

H1 : A1: A2 : A3 : … : Ak ≠ c1 : c2 : c3… : ck

ขั้นที่ 2 คำนวณค่าสถิติไค – สแควร์



โดยที่ และ 

ขั้นที่ 3 อาณาเขตวิกฤตภายใต้ระดับนัยสำคัญ α พิจารณาอาณาเขตวิกฤต



ขั้นที่ 4 สรุปผล ถ้า  ตกอยู่ในอาณาเขตวิกฤต สามารถสรุปได้ว่าข้อมูลที่รวบรวมได้มาจากประชากรซึ่งการเกิดเหตุการณ์ต่างๆไม่เป็นไปตามอัตราส่วนตามสมมติฐาน H0

**ตัวอย่างที่ 1** บริษัทผู้ผลิตรถยนต์ยี่ห้อหนึ่ง ต้องการวางแผนการผลิตโดยคาดการณ์ว่าประเภทรถยนต์สี่ประเภทที่ผลิตมีผู้นิยมดังนี้ รถเก๋ง 20% รถกระบะ 2 ตอน 35% รถกระบะตอนเดียว 27% และรถตู้ 18% สุ่มตัวอย่างลูกค้ามา 200 ราย พบว่าลูกค้าซื้อรถดังนี้

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| ประเภทของรถยนต์ | รถเก๋ง | รถกระบะ 2 ตอน | รถกระบะตอนเดียว | รถตู้ |
| ความถี่ที่สังเกตได้ | 43 | 65 | 52 | 40 |

จงทดสอบสมมติฐานที่บริษัทผู้ผลิตคาดการณ์ความนิยมไว้ถูกต้องหรือไม่ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01

**วิธีทำ**

ขั้นที่ 1 ตั้งสมมติฐาน

H0 : รถเก๋ง : รถกระบะ 2 ตอน : รถกระบะตอนเดียว : รถตู้ = 0.2 : 0.35: 0.27 : 0.18

H1 : รถเก๋ง : รถกระบะ 2 ตอน : รถกระบะตอนเดียว : รถตู้ ≠ 0.2 : 0.35: 0.27 : 0.18

ขั้นที่ 2 คำนวณค่าสถิติไค – สแควร์

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ประเภทของรถยนต์ | Oi | Pi | Ei=NPi | Oi – Ei | (Oi – Ei)2 |  |
| รถเก๋ง  รถกระบะ 2 ตอน  รถกระบะตอนเดียว  รถตู้ | 43  65  52  40 | 0.2  0.35  0.27  0.18 | 40  70  54  36 | 3  -5  -2  4 | 9  25  4  16 | 0.225  0.357  0.074  0.444 |
| ผลรวม |  |  |  |  |  | χ2 = 1.1 |

ขั้นที่ 3 อาณาเขตวิกฤตภายใต้ระดับนัยสำคัญ α พิจารณาอาณาเขตวิกฤต



ขั้นที่ 4 สรุปผล ค่า ที่คำนวณได้มีค่าเท่ากับ 1.1 ซึ่งน้อยกว่า 11.34 จึงไม่ตกอยู่ในบริเวณอาณาเขตวิกฤต ดังนั้นจะยอมรับสมมติฐาน H0 นั่นคือสามารถสรุปได้ว่าที่ระดับนัยสำคัญ 0.01 บริษัทผู้ผลิตคาดการณ์ความนิยมไว้ถูกต้อง

**ตัวอย่างที่ 2** บริษัทผู้ผลิตคอมพิวเตอร์แห่งหนึ่งต้องการวางแผนการผลิตคอมพิวเตอร์ว่าในอีก 2 ปีข้างหน้าควรจะทำการผลิตคอมพิวเตอร์แต่ละชนิดในปริมาณเท่าใด จากการคาดการณ์ของฝ่ายการตลาดคาดว่าสัดส่วนของการใช้คอมพิวเตอร์คือ คอมพิวเตอร์แบบตั้งโต๊ะ โน๊ตบุ๊คคอมพิวเตอร์ แล็ปท็อปคอมพิวเตอร์ และ ปาล์มท็อปคอมพิวเตอร์ จะเป็น 0.1 0.3 0.4 และ 0.2 ตามลำดับ ฝ่ายวิจัยของบริษัทจึงทำการสำรวจจากตัวอย่างคนในวัยทำงานจำนวน 200 คน ปรากฏว่าได้ข้อมูลดังนี้

|  |  |
| --- | --- |
| ชนิดของคอมพิวเตอร์ | จำนวนผู้ใช้ |
| คอมพิวเตอร์แบบตั้งโต๊ะ  โน๊ตบุ๊คคอมพิวเตอร์  แล็ปท็อปคอมพิวเตอร์  ปาล์มท็อปคอมพิวเตอร์ | 25  55  85  35 |
| รวม | 200 |

จงทดสอบสมมติฐานที่ฝ่ายการตลาดของบริษัทคาดการณ์ไว้ถูกต้องหรือไม่ที่ระดับนัยสำคัญ 0.10

**วิธีทำ**

ขั้นที่ 1 ตั้งสมมติฐาน

H0 : คอมพิวเตอร์แบบตั้งโต๊ะ : โน๊ตบุ๊คคอมพิวเตอร์ : แล็ปท็อปคอมพิวเตอร์ :

ปาล์มท็อปคอมพิวเตอร์ = 0.1 : 0.3: 0.4 : 0.2

H1 : คอมพิวเตอร์แบบตั้งโต๊ะ : โน๊ตบุ๊คคอมพิวเตอร์ : แล็ปท็อปคอมพิวเตอร์ :

ปาล์มท็อปคอมพิวเตอร์ ≠ 0.1 : 0.3: 0.4 : 0.2

ขั้นที่ 2 คำนวณค่าสถิติไค – สแควร์



|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ชนิดของคอมพิวเตอร์ | Oi | Pi | Ei=NPi | Oi – Ei | (Oi – Ei)2 |  |
| คอมพิวเตอร์แบบตั้งโต๊ะ  โน๊ตบุ๊คคอมพิวเตอร์  แล็ปท็อปคอมพิวเตอร์  ปาล์มท็อปคอมพิวเตอร์ | 25  55  85  35 | 0.1  0.3  0.4  0.2 | 20  60  80  40 | 5  -5  5  -5 | 25  25  25  25 | 1.25  0.417  0.3125  0.625 |
| รวม | 200 |  |  |  |  | χ2 = 2.6045 |

ขั้นที่ 3 อาณาเขตวิกฤตภายใต้ระดับนัยสำคัญ α พิจารณาอาณาเขตวิกฤต



ขั้นที่ 4 สรุปผล ค่า ที่คำนวณได้มีค่าเท่ากับ 2.6045 ซึ่งมีค่าน้อยกว่า 6.25 จึงไม่ตกอยู่ในบริเวณอาณาเขตวิกฤต ดังนั้นจะยอมรับสมมติฐาน H0 นั่นคือสามารถสรุปได้ว่าที่ระดับนัยสำคัญ 0.01 ฝ่ายการตลาดของบริษัทคอมพิวเตอร์คาดการณ์ไว้ถูกต้อง

**7.2.2 การทดสอบการแจกแจง**

ในการศึกษาตัวแปรหนึ่ง ถ้ามีความสงสัยเกี่ยวกับการแจกแจงของตัวแปรนั้น สามารถทดสอบได้ด้วยสถิติทดสอบไค – สแควร์ โดยมีขั้นตอนการทดสอบสมมติฐานดังนี้

ขั้นที่ 1 ตั้งสมมติฐาน H0 : ตัวแปรมีการแจกแจงตามข้อสงสัย

H1 : ตัวแปรไม่มีการแจกแจงตามข้อสงสัย

ขั้นที่ 2 คำนวณค่าสถิติ 

ขั้นที่ 3 อาณาเขตวิกฤตภายใต้ระดับนัยสำคัญ α พิจารณาอาณาเขตวิกฤต



ขั้นที่ 4 สรุปผล ถ้า  ตกอยู่ในอาณาเขตวิกฤต ไม่สามารถสรุปได้ว่าตัวแปรมีการแจกแจงตามข้อสงสัย

**ตัวอย่างที่ 1** ข้อมูลที่กำหนดให้ต่อไปนี้เป็นความยาวของทารกแรกเกิด จำนวน 125 คน

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ความยาว (ซม.) | 45 – 46.9 | 47 – 48.9 | 49 – 50.9 | 51 – 52.9 | 53 – 54.9 |
| จำนวน | 28 | 32 | 35 | 20 | 10 |

สรุปได้หรือไม่ว่าความยาวของทารกแรกเกิดมีการแจกแจงแบบปกติ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

**วิธีทำ** ขั้นที่ 1 ตั้งสมมติฐาน

H0 : ความยาวของทารกแรกเกิดมีการแจกแจงแบบปกติ

H1 : ความยาวของทารกแรกเกิดไม่ได้มีการแจกแจงแบบปกติ

ขั้นที่ 2 คำนวณค่าสถิติ

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ความยาว (ซม.) | จำนวน  (fi) | จุดกึ่งกลางชั้น  (Xi) |  |  |  |
| 45 – 46.9  47 – 48.9  49 – 50.9  51 – 52.9  53 – 54.9 | 28  32  35  20  10 | 45.95  47.95  49.95  51.95  53.95 | 2111.4025  2299.2095  2495.0025  2698.8025  2910.6025 | 1286.6  1534.4  1748.25  1039  539.5 | 59,119.27  73,574.70  87,325.09  53,976.05  29,106.03 |
| รวม | 125 |  |  | 6147.75 | 303,101.14 |

จะได้ค่า  ซึ่งเป็นตัวประมาณของ μ





ซึ่งเป็นตัวประมาณของ σ

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| ขอบเขตชั้น | จำนวน  (Oi) | ค่ามาตรฐาน | P(Z) | E = N P(Z) |
| ไม่เกิน 44.95  44.95 – 46.95  46.95 – 48.95  48.95 – 50.95  50.95 – 52.95  52.95 - 54.95  54.95 เป็นต้นไป | 0  28  32  35  20  10  0 | ไม่เกิน (-1.65)  (-1.65) – (-0.87)  (-0.87) – (-0.09)  (-0.09) – (0.69)  (0.69) – (1.47)  (1.47) – (2.25)  2.25 เป็นต้นไป | 0.0495  0.147  0.2719  0.2908  0.1743  0.0586  0.0122 | 6.1875  18.375  33.9875  36.35  21.7875  7.325  8.85  1.525 |
| รวม | 125 |  |  |  |

****

****



****

****

ขั้นที่ 3 พิจารณาอาณาเขตวิกฤตภายใต้ระดับนัยสำคัญ α=0.05 จะได้บริเวณอาณาเขตวิกฤตที่



ขั้นที่ 4 สรุปผล เนื่องจากค่า ที่คำนวณได้มีค่ามากกว่า 7.8 จึงตกอยู่ในบริเวณอาณาเขตวิกฤต ดังนั้นจึงปฏิเสธสมมติฐาน H0 นั่นคือ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 ความยาวของทารกแรกเกิดไม่ได้มีการแจกแจงแบบปกติ

**ตัวอย่างที่ 2** คาร์แคร์แห่งหนึ่งเปิดบริการล้างรถยนต์ด้วยเครื่องล้างอัตโนมัติในการคิดราคาค่าบริการขึ้นอยู่กับการเลือกใช้บริการของลูกค้า เจ้าของคาร์แคร์ต้องการทราบว่าจำนวนรถที่เข้ามาใช้บริการในช่วงเวลาเย็นวันทำงาน (16.30 – 18.30 น.) มีการแจกแจงแบบปัวส์ซองหรือไม่จึงทำการรวบรวมข้อมูลจำนวนรถที่มาใช้บริการในช่วงเวลาดังกล่าวเป็นเวลา 180 วัน ได้ข้อมูลดังนี้

|  |  |
| --- | --- |
| จำนวนรถที่เข้ามาใช้บริการล้างรถ | ความถี่ที่สังเกตได้ |
| 0  1  2  มากกว่า 2 คัน | 15  55  60  50 |
| รวม | 180 |

จงทดสอบที่ระดับนัยสำคัญ 0.01 ถ้าจากประสบการณ์ที่ผ่านมาทราบว่าจำนวนรถยนต์ที่เข้ามาใช้บริการในช่วงเวลาดังกล่าวเฉลี่ยแล้วจะเป็น 2 คัน

**วิธีทำ** ขั้นที่ 1 ตั้งสมมติฐาน

H0 : จำนวนรถที่เข้ามาใช้บริการในช่วงเวลาเย็นวันทำงาน (16.30 – 18.30 น.)

มีการแจกแจงแบบปัวส์ซอง

H1 : จำนวนรถที่เข้ามาใช้บริการในช่วงเวลาเย็นวันทำงาน (16.30 – 18.30 น.)

ไม่ได้มีการแจกแจงแบบปัวส์ซอง

ขั้นที่ 2 คำนวณค่าสถิติ

จากโจทย์ทราบว่า λ = 2 คำนวณค่าสถิติดังตาราง

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| จำนวนรถที่เข้ามาใช้บริการล้างรถ | ความถี่ที่สังเกตได้ (Oi) | P(X=x) | E = N P P(X=x) |
| 0  1  2  มากกว่า 2 คัน | 15  55  60  50 | 0.1353  0.2707  0.2707  0.3233 | 24.354  48.726  48.726  58.194 |
| รวม | 180 | 1.0000 | 180 |

จากสูตร 









ขั้นที่ 3 พิจารณาอาณาเขตวิกฤตภายใต้ระดับนัยสำคัญ α=0.01 จะได้บริเวณอาณาเขตวิกฤตที่ 

ขั้นที่ 4 สรุปผล เนื่องจากค่า ที่คำนวณได้มีค่าน้อยกว่า 9.21 จึงไม่ตกอยู่ในบริเวณ

อาณาเขตวิกฤต ดังนั้นจึงยอมรับสมมติฐาน H0 นั่นคือ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01 จำนวนรถที่เข้ามาใช้บริการในช่วงเวลาเย็นวันทำงาน (16.30 – 18.30 น.) มีการแจกแจงแบบปัวส์ซอง

**7.3 บทสรุป**

การทดสอบภาวะสารูปสนิทดี เป็นการทดสอบสมมติฐานในกรณีที่ข้อมูลถูกเก็บรวบรวมมาอยู่ในรูปของความถี่ (frequency data) หรือ ข้อมูลจำแนกประเภท (categorical data) โดยที่ข้อมูลถูกจำแนกประเภทแบบทางเดียว (one dimensional data) หรือเป็นตารางความถี่แบบทางเดียว (One-Way frequency table) โดยในการทดสอบสมมติฐานจะแบ่งเป็น 2 ลักษณะ คือ การทดสอบอัตราส่วนของประชากรเป็นไปตามที่คาดไว้หรือไม่ และทดสอบการแจกแจงของประชากรเป็นไปตามที่คาดไว้หรือไม่ สำหรับสถิติที่ใช้ในการทดสอบคือสถิติทดสอบไคสแควร์ (χ2 – test) ซึ่งเหมาะสมกับตัวอย่างขนาดใหญ่ ถ้าขนาดของตัวอย่างเป็น 4 หรือ 5 เท่าของจำนวนเหตุการณ์ ค่าไคสแควร์จะประมาณได้ค่อนข้างดี แม้ว่าค่าความถี่คาดหวังจะน้อย แต่ค่าความถี่คาดหวังก็ไม่ควรน้อยกว่า 5 ถ้าค่าความถี่คาดหวังของเหตุการณ์ใดน้อยกว่า 5 จะต้องทำการปรับแก้โดยรวมความถี่ของเหตุการณ์นั้นเข้ากับความถี่ของเหตุการณ์อยู่ใกล้เคียง ซึ่งจะทำให้องศาความเป็นอิสระลดลง หรือแนวทางปรับแก้ที่ดีก็คือ ควรเก็บข้อมูลเพิ่มเติมให้ตัวอย่างมีขนาดใหญ่ขึ้น

**แบบฝึกหัดบทที่ 7**

1. ฝ่ายวิจัยของสถานีวิทยุแห่งหนึ่งต้องการประมาณสัดส่วนของผู้ฟังวิทยุในวันศุกร์ เสาร์ และอาทิตย์ ช่วงเวลาหลังจากเวลา 20.00 น. เป็นต้นไป จะเป็น 0.35 0.50 และ 0.15 หรือไม่ เพื่อทำการปรับปรุงการนำเสนอในช่วงวันเวลาดังกล่าว จึงทำการเก็บรวบรวมจำนวนผู้ฟังรายการได้ข้อมูลดังนี้

|  |  |
| --- | --- |
| วัน | จำนวนผู้ฟัง |
| ศุกร์  เสาร์  อาทิตย์ | 6000  8500  7500 |

จงทดสอบสมมติฐานที่ระดับนัยสำคัญ 0.01 ว่าสัดส่วนของผู้ฟังรายการวิทยุเป็นไปตามที่ฝ่ายวิจัยของสถานีวิทยุคาดการณ์ไว้หรือไม่

2. โรงงานผลิตสินค้าชนิดหนึ่งได้ทำข้อตกลงในการซื้อขายวัตถุดิบที่ใช้ในการผลิต 3 ชนิดกับผู้ขายว่าต้องเป็นอัตราส่วน 3: 2 :1 ในการส่งสินค้าครั้งหนึ่งวัตถุดิบ A ส่งมา 682 ชิ้น วัตถุดิบ B ส่งมา 511 ชิ้น และวัตถุดิบ C ส่งมา 390 ชิ้น 5 ถ้าฝ่ายจัดซื้อต้องการทดสอบว่าสินค้าที่ส่งมาให้นี้เป็นไปตามสัดส่วนที่ตกลงกันไว้หรือไม่ จงทดสอบที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

3. เจ้าหน้าที่สาธารณสุข ต้องการศึกษาพฤติกรรมการสูบบุหรี่ของชายไทยว่าการที่จะสูบบุหรี่นั้นขึ้นอยู่กับอาชีพหรือไม่ จึงสอบถามชายไทยที่มีอาชีพรับจ้างจำนวน 300 คน ปรากฏว่าสูบบุหรี่ 35% อาชีพเกษตรจำนวน 100 คน ปรากฏว่าสูบบุหรี่ 45% อาชีพรับราชการจำนวน 200 คน ปรากฏว่าสูบบุหรี่ 5% พนักงานบริษัทเอกชน 400 คน ปรากฏว่าสูบบุหรี่ 15% ที่ระดับนัยสำคัญ 0.10 สามารถสรุปข้อมูลเป็นไปตามสัดส่วนที่ปรากฏหรือไม่

4. โรงงานผลิตกระเบื้องแห่งหนึ่ง สุ่มตัวอย่างกระเบื้องที่ผลิตออกจำหน่ายในวันหนึ่งจำนวน 100 แผ่น พบว่ามีจำนวนรอยตำหนิในกระเบื้องแต่ละแผ่นดังนี้

|  |  |
| --- | --- |
| จำนวนรอยตำหนิ | จำนวนแผ่น |
| 0  1  2  3  4  มากกว่า 4 | 40  31  16  8  3  2 |

ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 จงตรวจสอบดูว่ารอยตำหนิที่พบบนแผ่นกระเบื้องมีการแจกแจงแบบปัวส์ซองหรือไม่ ถ้าจากข้อมูลในอดีตทราบว่ารอยตำหนิที่เกิดขึ้นเฉลี่ยบกระเบื้องแต่ละแผ่นมีค่าเท่ากับ 3 รอย

5. ในการสำรวจเกี่ยวกับความนิยมของประชาชนที่มีต่อพรรคการเมืองว่ามีความนิยมเท่าๆกันหรือไม่ ผู้วิจัยจึงสุ่มตัวอย่างประชาชนมาจำนวน 500 คน เพื่อสอบถามว่า ในการเลือกตั้ง ส.ส.ครั้งต่อไป ประชาชนจะเลือกพรรคใด และความนิยมของประชาชนจะแตกต่างกันหรือไม่ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01 โดยผลที่ได้จากการสอบถาม ปรากฎว่า เลือกพรรค ก. 90 คน เลือกพรรค ข. 95 คน เลือกพรรค ค. 120 คน เลือกพรรค ง. 85 คน และเลือกพรรค จ. 110 คน

6. จากตารางแสดงน้ำหนักของนักศึกษาชายกลุ่มหนึ่งเป็นดังนี้

|  |  |
| --- | --- |
| น้ำหนัก | จำนวน |
| 45 – 49  50 – 54  55 – 59  60 – 64  มากกว่า 64 ขึ้นไป | 10  37  46  13  24 |

ที่ระดับนัยสำคัญ 0.10 สามารถสรุปได้หรือไม่ว่าการแจกแจงของน้ำหนักเป็นการแจกแจงแบบปกติที่มีค่าเฉลี่ยเป็น 57 กิโลกรัมและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเป็น 10 กิโลกรัม

7. มหาวิทยาลัยแห่งหนึ่งทำการสำรวจการขาดงานของบุคลากรภายในหนึ่งสัปดาห์ ได้ข้อมูลดังนี้

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| วัน | จันทร์ | อังคาร | พุธ | พฤหัสบดี | ศุกร์ |
| จำนวนผู้ขาดงาน | 14 | 9 | 12 | 8 | 15 |

ผู้บริหารต้องการพิจารณาจากข้อมูลดังกล่าวนี้ว่า มีการขาดงานในวันหนึ่งวันใดในสัปดาห์ต่างจากวันอื่นๆหรือไม่ จงทดสอบโดยใช้ระดับนัยสำคัญ 0.05

8. นักวิจัยท่านหนึ่งทำการสังเกตลูกสุนัขที่มีครอกละ 3 ตัว จำนวน 100 ครอก นับจำนวนตัวผู้ได้ดังตารางต่อไปนี้

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| จำนวนตัวผู้ในครอก | 0 | 1 | 2 | 3 |
| จำนวนครอก | 29 | 42 | 22 | 7 |

จากข้อมูลในตารางสามารถสรุปได้หรือไม่ว่าการแจกแจงของจำนวนตัวผู้เป็นการแจกแจงแบบทวินาม โดยมีค่าความน่าจะเป็นของการเกิดเป็นตัวผู้เท่ากับ 0.5 ให้ทดสอบที่ระดับ

นัยสำคัญ 0.10

9. ผู้ผลิต Website ท่านหนึ่งผลิต Website ขึ้นมา 4 รูปแบบ จากนั้นทำการศึกษาว่า จำนวนผู้เข้าชม Website ทั้ง 4 รูปแบบ มีสัดส่วนพอ ๆ กันหรือไม่ โดยเก็บรวบรวมข้อมูลจำนวนครอบครัวของผู้เข้าชม Website แต่ละรูปแบบ ในช่วงเวลา 1 สัปดาห์ ได้ข้อมูลดังนี้

รูปแบบที่ 1 = 42 ครั้ง

รูปแบบที่ 2 = 34 ครั้ง

รูปแบบที่ 3 = 23 ครั้ง

รูปแบบที่ 4 = 28 ครั้ง

จงทดสอบที่ระดับนัยสำคัญ 0.01

10. แผนกตรวจสุขภาพของโรงพยาบาลแห่งหนึ่งทำการตรวจสอบอัตราการเต้นของหัวใจของผู้เข้ารับการตรวจสุขภาพจำนวน 80 คน ผลปรากฏดังตาราง

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| อัตราการเต้นของหัวใจ | 60 - 70 | 71 - 80 | 81 - 90 | 91 - 100 | 101 - 110 | 111 - 120 | 121 - 130 |
| จำนวนคน | 6 | 5 | 18 | 14 | 9 | 17 | 11 |

ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 จงตรวจสอบว่าอัตราการเต้นของหัวใจของคนเหล่านี้มีการแจกแจงแบบปกติหรือไม่

11. จากการสำรวจผู้ที่อาศัยอยู่ในจังหวัดสุรินทร์พบว่ามีประชากรในวัยเด็ก (อายุ 0 – 14 ปี) เป็นสัดส่วนร้อยละ 27.2 เป็นประชากรวัยทำงาน (อายุ 15 – 59 ปี) มีสัดส่วนร้อยละ 63.8 และประชากรวัยผู้สูงอายุ (อายุ 60 ปีขึ้นไป) มีสัดส่วนร้อยละ 9.0 ถ้าสุ่มตัวอย่างผู้ที่อาศัยอยู่ในจังหวัดบุรีรัมย์มา 1,250 คน พบว่าเป็นประชากรวัยเด็ก 275 คน เป็นประชากรวัยทำงาน 835 คน และเป็นประชากรวัยผู้สูงอายุ 140 คน จะสรุปได้หรือไม่ว่าโครงสร้างอายุของผู้ที่อาศัยอยู่ในจังหวัดบุรีรัมย์เหมือนกับโครงสร้างอายุของผู้ที่อาศัยอยู่ในจังหวัดสุรินทร์

12. นักชีววิทยาท่านหนึ่งมีความเชื่อว่าหากนำแมวสีดำล้วนมาผสมกับสีขาวล้วน หากออกลูกมา จะได้ลูกที่เป็นสีขาว : สีดำ : สีขาวดำ เป็น 1:2:1 ถ้าผลการนำแมวมาผสมพันธุ์จำนวน 50 ครอกให้ผลดังนี้ สีดำจำนวน 12 ตัว สีขาวจำนวน 29 ตัว และสีขาวดำจำนวน 9 ตัว จะสามารถสรุปได้หรือไม่ว่าความเชื่อของนักชีววิทยาท่านนี้เป็นจริงจงทดสอบที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

**บทที่ 8**

**การวิเคราะห์ข้อมูลสถิติพื้นฐานด้วยโปรแกรม PSPP**

ในบทนี้จะกล่าวถึงเกี่ยวกับการใช้โปรแกรมสำเร็จรูปทางสถิติด้วยโปรแกรม PSPP ซึ่งเป็นโปรแกรมโอเพนซอร์ส (open source) ด้วยการสนับสนุนจากสำนักงานส่งเสริมอุตสาหกรรมซอฟต์แวร์แห่งชาติ (องค์การมหาชน) ที่ส่งเสริมให้คนไทยใช้โปรแกรมโอเพนซอร์ส มาช่วยในการวิเคราะห์ข้อมูลโดยเฉพาะข้อมูลที่เป็นข้อมูลเชิงปริมาณ ซึ่งวิธีการวิเคราะห์ข้อมูลด้วยวิธีการทางสถิติจะค่อนข้างยุ่งยากและซับซ้อน โดยจะแบ่งออกเป็นในส่วนของสถิติพรรณนา และสถิติอนุมาน ซึ่งจะอธิบายเฉพาะในส่วนของสถิติที่มีการนำไปใช้เสมอ ซึ่งการอธิบายจะเน้นที่การอ่านและการแปลความหมายผลลัพธ์ที่ได้จากการใช้โปรแกรม PSPP เป็นสำคัญ

**8.1 สถิติพรรณนา**

จะใช้ในการบรรยายลักษณะของข้อมูล หรือการวิเคราะห์ข้อมูลเบื้องต้นมีสถิติสำคัญให้เลือกใช้ ดังนี้

- การหาค่าความถี่ และค่าร้อยละ

- การวัดแนวโน้มเข้าสู่ส่วนกลาง ได้แก่ ค่าเฉลี่ย มัธยฐาน และฐานนิยม

- การวัดการกระจาย ได้แก่ พิสัย ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และค่าความแปรปรวน เป็นต้น

- B0x Plot

- สถิติชีพและอัตราชีพ

แต่ในหัวข้อนี้จะขอกล่าวเพียง การหาค่าความถี่ และค่าร้อยละ การวัดแนวโน้มเข้าสู่ส่วนกลาง และการวัดการกระจาย โดยการวิเคราะห์ข้อมูลด้วยสถิติพรรณนามักจะวิเคราะห์จากแบบสอบถามในส่วนที่เป็นข้อมูลพื้นฐานหรือข้อมูลทั่วไป เช่น จากตัวอย่างแบบสอบถาม

1. เพศ

❒ ชาย ❒ หญิง

2. ภูมิลำเนา

❒ ภาคเหนือ ❒ ภาคกลาง

❒ ภาคใต้ ❒ ภาคตะวันออกเฉียงเหนือ ❒ภาคตะวันออก

3. ประสบการณ์การทำงาน……………………ปี

4. อายุ…………………………………ปี

5. รายได้ต่อเดือน……………………………..บาท

6. อาชีพ

❒ รับราชการ ❒ ธุรกิจส่วนตัว

❒ พนักงานรัฐวิสาหกิจ ❒ พนักงานบริษัทเอกชน

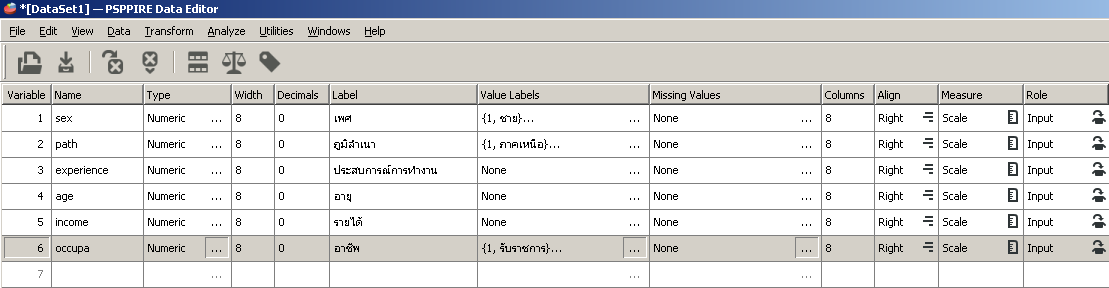
❒อื่นๆโปรดระบุ…………………………………..

เก็บข้อมูลจากตัวอย่างจำนวน 25 ตัวอย่างได้ข้อมูลดังนี้

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| sex | path | experience | age | income | occupa |
| 1  1  1  2  1  2  2  2  1  1  2 | 1  4  5  1  4  5  4  3  3  2  3 | 3  4  5  9  12  5  4  3  6  5  10 | 35  29  42  40  50  32  30  34  33  32  34 | 13,000  9,500  17,000  18,000  38,000  27,000  14,000  12,500  15,000  9,700  12,000 | 1  2  1  1  3  4  4  3  2  1  2 |
| sex | path | experience | age | income | occupa |
| 2  1  1  2  1  2  1  1  2  2  1  1  2  1 | 3  1  2  2  4  4  4  5  5  5  1  2  4  5 | 11  3  5  7  6  5  4  11  9  8  7  6  5  3 | 29  44  51  36  42  36  44  55  29  30  31  28  47  50 | 7,500  27,000  42,000  28,000  39,000  25,000  32,000  47,000  14,500  12,000  11,500  13,000  23,000  45,000 | 3  3  3  4  4  1  1  1  2  2  3  2  3  1 |

สร้างข้อมูลในตารางลงในโปรแกรมสำเร็จรูป PSPP ตามขั้นตอนดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 สร้างตัวแปรลงในโปรแกรมสำเร็จรูป PSPP โดยคลิกไปที่หน้าต่าง Variable viewดังรูป



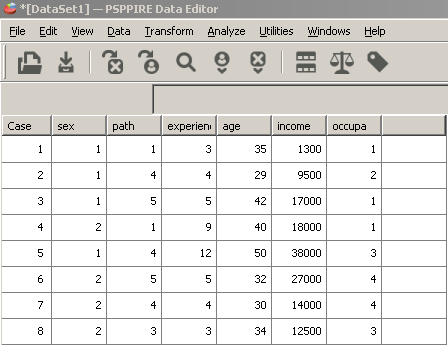
ชื่อตัวแปร

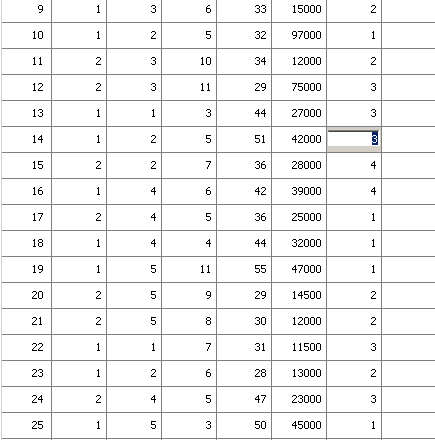
ชนิดของตัวแปร

ความหมายของตัวแปร

ค่าของตัวแปร

ขั้นตอนที่ 2 คลิกไปที่หน้าต่าง Data view บันทึกข้อมูลในตารางลงในโปรแกรมสำเร็จรูป PSPP ดังรูป





ขั้นตอนที่ 3 บันทึกข้อมูลโดยใช้ชื่อ file ว่า Sample 1

สำหรับการพิจารณาว่าควรใช้สถิติพรรณนาตัวใดในการนำเสนอข้อมูลต้องพิจารณาที่มาตรวัดของข้อมูลซึ่งในที่นี้จะพบว่า ตัวแปร เพศ ภูมิลำเนา และอาชีพ อยู่ในมาตราการวัดแบบ

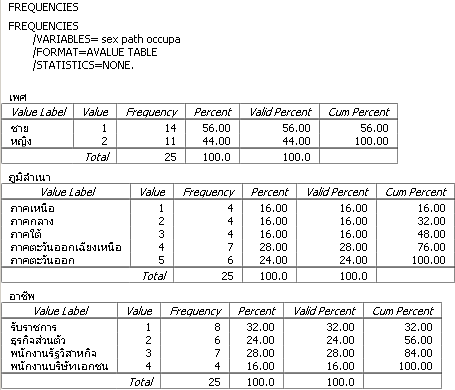
นามบัญญัติ (Norminal Scale) ดังนั้นควรเลือกใช้ค่าความถี่และร้อยละในการวิเคราะห์ข้อมูล โดยใช้คำสั่งดังนี้

1. Click Analyze Frequencies จะได้หน้าจอดังรูป



1. นำตัวแปร เพศ ภูมิลำเนา และอาชีพใส่ไว้ในช่อง Variable (s) สำหรับในส่วนของ

Statistics : ไม่ต้องเลือกค่าใดๆแต่ในโปรแกรมจะเลือกค่าที่โปรแกรมคิดว่าจำเป็นบางค่ามาให้โดยอัตโนมัติให้คลิกออก จากนั้นคลิก OK จะได้ผลลัพธ์ดังรูป



จากตาราง Output สามารถแปลผลได้ดังนี้

* Frequency หมายถึง ค่าความถี่หรือจำนวนข้อมูลในแต่ละกลุ่ม
* Percent หมายถึง ค่าที่แสดงความถี่ที่นับได้ในรูปร้อยละ
* Valid Percent หมายถึง ค่าที่แสดงความถี่ที่นับได้ในรูปร้อยละ ไม่รวมค่า

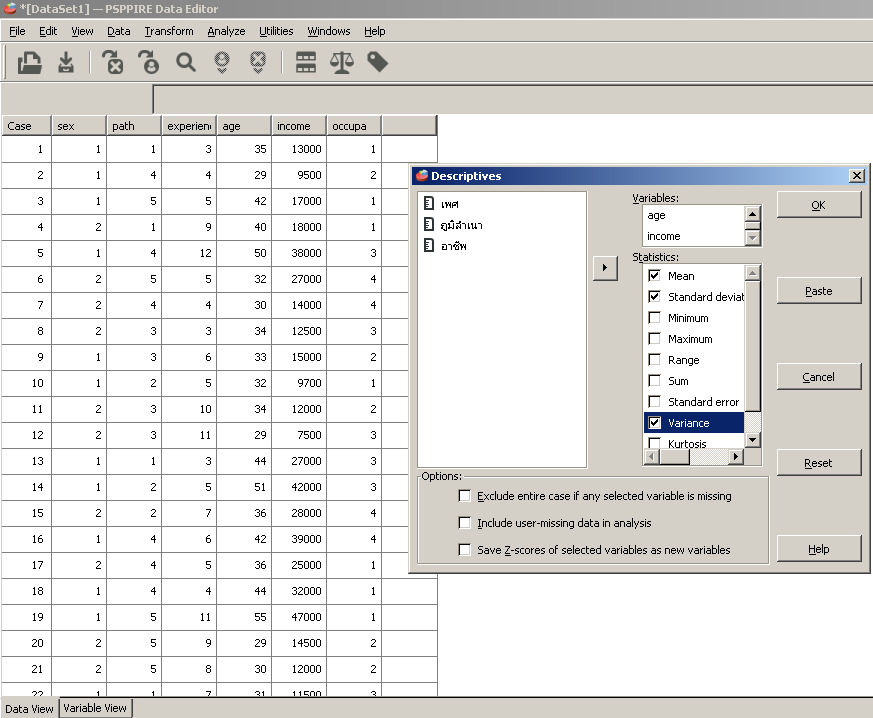
Missing

* Cum Percent หมายถึง ค่าร้อยละสะสม

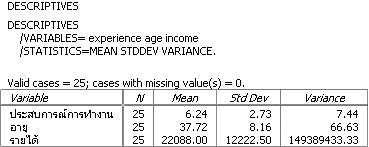
เมื่อมองโดยภาพรวมสามารถสรุปผลได้ว่า ผู้ตอบแบบสอบถามส่วนใหญ่เป็นเพศชาย จำนวน 14 คน คิดเป็นร้อยละ 56.0 มีภูมิลำเนาอยู่ในภาคตะวันออกเฉียงเหนือ จำนวน 7 คน คิดเป็นร้อยละ 28.0 โดยส่วนใหญ่จะประกอบอาชีพรับราชการ จำนวน 8 คน คิดเป็นร้อยละ 32.0

สำหรับตัวแปร ประสบการณ์การทำงาน อายุ และรายได้ต่อเดือน จะอยู่ในมาตราการวัดแบบอัตราส่วน (Ratio Scale) ดังนั้นควรเลือกใช้การวัดแนวโน้มเข้าสู่ส่วนกลางโดยใช้ค่าเฉลี่ย และวัดการกระจายโดยใช้ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน โดยใช้คำสั่งดังนี้

1. Click Analyze Frequencies จะได้หน้าจอดังรูป



2. นำตัวแปร ประสบการณ์การทำงาน อายุ และรายได้ต่อเดือน ใส่ไว้ในช่อง Variable (s) สำหรับในส่วนของ Statistics : ให้เลือกค่า Mean , Standard deviation และค่า Variance จากนั้นคลิก OK จะได้ผลลัพธ์ดังรูป



จากตาราง Output แปลผลได้ดังนี้

* N หมายถึง จำนวนข้อมูล
* Mean หมายถึง ค่าเฉลี่ย
* Std Dev หมายถึง ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน
* Variance หมายถึง ค่าความแปรปรวน

สามารถสรุปได้ว่าผู้ตอบแบบสอบถามมีประสบการณ์การทำงานเฉลี่ย 6.24 ปี และ

มีค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน 2.73 ปี มีค่าความแปรปรวน 7.44 ปี2 สำหรับอายุเฉลี่ยคือ 37.72 ปี มีค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของอายุคือ 8.163 ปี มีค่าความแปรปรวน 66.63 ปี2 โดยรายได้เฉลี่ยจะอยู่ที่ 22,088.00 บาท มีค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของรายได้คือ 12,222.497 บาท และค่าความแปรปรวน 149389433.33 บาท2

**8.2 สถิติอนุมาน**

เป็นการศึกษาสรุปลักษณะของประชากรโดยใช้ข้อมูลตัวอย่าง จัดเป็นการวิเคราะห์ข้อมูล

ขั้นสูง ได้แก่ การประมาณค่า การทดสอบสมมติฐาน การวิเคราะห์ถดถอยและสหสัมพันธ์

การวิเคราะห์ความแปรปรวน เป็นต้น โดยในบทนี้จะขอกล่าวถึงเพียงแค่การประมาณค่าและการทดสอบสมมติฐานของค่าเฉลี่ย 1 กลุ่ม การประมาณค่าและการทดสอบสมมติฐานของค่าเฉลี่ย 2 กลุ่ม การทดสอบสมติฐานเกี่ยวกับค่าเฉลี่ยมากกว่า 2 กลุ่ม การวิเคราะห์ถดถอยและสหสัมพันธ์เชิงเส้นอย่างง่าย และการวิเคราะห์ความแปรปรวนจำแนกทางเดียว

**8.2.1 การประมาณค่าและการทดสอบสมมติฐานของค่าเฉลี่ย 1 กลุ่ม**

จากตัวอย่าง file Sample 1 หากต้องการทราบว่าประสบการณ์ในการทำงานจะมากกว่า 5 ปีหรือไม่ โดยทดสอบที่ระดับนัยสำคัญ 0.01 สามารถทำตามขั้นตอนดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 กำหนดสมมติฐานเพื่อการทดสอบ

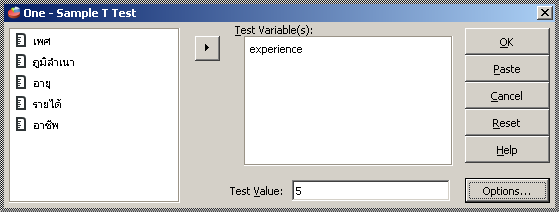
H0 : μ = 5

H1 : μ > 5

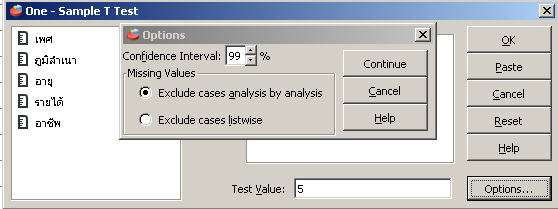
ขั้นตอนที่ 2 กำหนดระดับนัยสำคัญ (α) = 0.01

ขั้นตอนที่ 3 วิเคราะห์ข้อมูลโดย

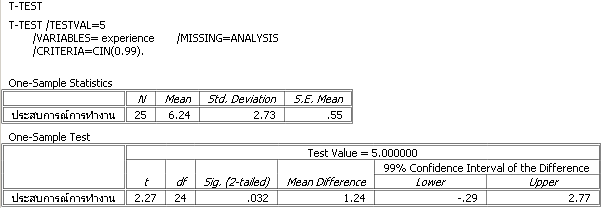
1. Click Analyze Compare Mean One sample T test จะได้หน้าจอดังรูป



2. ในช่องของ Test Variable (s): ให้เลือกตัวแปร experience (ประสบการณ์การทำงาน) ซึ่งเป็นตัวแปรที่ต้องการทดสอบใส่ลงไป ส่วนในช่อง Test Value: ให้ใส่ค่าที่ต้องการทดสอบซึ่งในที่นี้คือ 5 ปี

3. Click Options จะได้หน้าจอดังรูป 

ในช่อง Confidence Interval ให้ใส่ระดับนัยสำคัญที่ต้องการทดสอบลงไป ในที่นี้ให้ใส่ 99%

4. Click Continue จากนั้น OK จะได้ผลลัพธ์ดังรูป 

จากตารางผลการวิเคราะห์ (Out put) สามารถแปลผลได้ดังนี้

- ตารางแรกบอกให้ทราบว่ามีข้อมูลเกี่ยวกับประสบการณ์การทำงานที่นำมาวิเคราะห์ทั้งหมด 25 case โดยมีประสบการณ์การทำงานเฉลี่ย 6.24 ปี มีค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานเป็น 2.73 และมีค่าเบี่ยงเบนของความคลาดเคลื่อนเฉลี่ยเป็น 0.55

- ตารางที่สองเป็นการสรุปผลสมมติฐานที่กำหนดไว้ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01 โดยที่สมมติฐานคือ

H0 : μ = 5

H1 : μ > 5

ซึ่งจากตารางจะได้ว่าค่า t = 2.27 ซึ่งต้องไปเปิดตารางสถิติ t เปรียบเทียบ แต่เนื่องจากใน Output บอกค่า Sig มาด้วย ดังนั้นจะใช้ค่า Sig ในการสรุปผล โดยที่ถ้าค่า sig มากกว่าระดับนัยสำคัญจะยอมรับสมมติฐาน H0 ในทางกลับกันถ้าค่า sig น้อยกว่าระดับนัยสำคัญจะปฏิเสธสมมติฐาน H0 ซึ่งจาก Output มีค่า Sig (2 – tailed) เป็น 0.032 แต่เนื่องจากการทดสอบสมมติฐานเป็นแบบข้างเดียวทางขวา จึงต้องใช้ค่า Sig (2 – tailed) หาร 2 จะได้ค่า sig เท่ากับ ซึ่งมีค่ามากกว่าระดับนัยสำคัญ 0.01 จึงยอมรับสมมติฐาน H0 นั่นคือ ประสบการณ์ในการทำงานไม่มากกว่า 5 ปี และจากตารางจะสามารถประมาณค่าเฉลี่ยของประสบการณ์การทำงานได้ด้วยว่าอยู่ในช่วง -0.29+5 = 4.71 ถึง 2.77 + 5 = 7.77 ปี (4.71,7.77 ปี)

**8.2.2 การประมาณค่าและการทดสอบสมมติฐานของค่าเฉลี่ย 2 กลุ่ม**

แบ่งออกเป็น 2 กรณีคือ

8.2.2.1 กรณีที่ประชากร 2 กลุ่มไม่เป็นอิสระต่อกัน (มีความสัมพันธ์กัน)

ในกรณีที่ประชากร 2 กลุ่มไม่เป็นอิสระต่อกัน เช่น ทดสอบการทำงานของคู่แฝด การทดลองยาลดความอ้วน ประสิทธิภาพการใช้งานก่อนและหลังการอบรมการใช้ จะสังเกตเห็นว่าประชากรเป็นประชากร ไม่เป็นอิสระต่อกัน เราเรียกข้อมูลลักษณะนี้ว่าเป็นข้อมูลคู่ (pair data)

ตัวสถิติทดสอบคือ  จะมีการแจกแจงแบบ t ด้วยองศาความเป็นอิสระ n – 1

**ตัวอย่าง** ทดสอบความสามารถของนักศึกษาคณะวิทยาศาสตร์ในการใช้อุปกรณ์ในห้องปฏิบัติการเคมีก่อนและหลังการอบรมได้เวลาในการทำ Lab ดังนี้

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| คนที่ | เวลาก่อนอบรม | เวลาหลังอบรม |
| 1 | 55 | 50 |
| 2 | 46 | 42 |
| 3 | 78 | 70 |
| 4 | 61 | 63 |
| 5 | 52 | 58 |
| 6 | 45 | 35 |
| 7 | 47 | 46 |
| คนที่ | เวลาก่อนอบรม | เวลาหลังอบรม |
| 8 | 57 | 52 |
| 9 | 71 | 60 |
| 10 | 58 | 49 |

อยากทราบเมื่อนักศึกษาผ่านการอบรมจะใช้เวลาในการทำ Lab น้อยลงกว่าเดิมหรือไม่ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

ขั้นตอนการทดสอบมีดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 กำหนดสมมติฐานเพื่อการทดสอบ

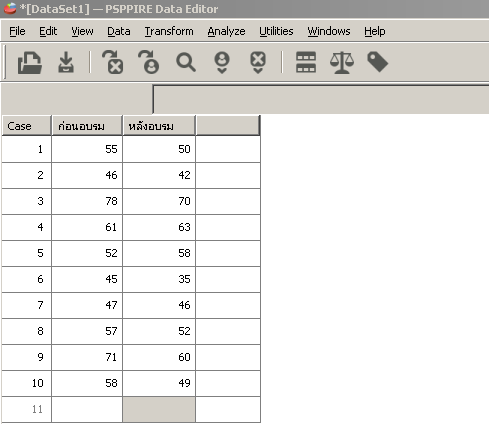
H0 : μD = 0

H1 : μD > 0

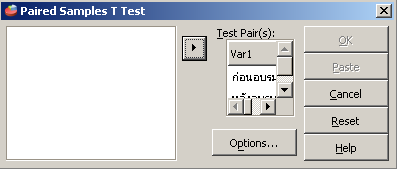
ขั้นตอนที่ 2 กำหนดระดับนัยสำคัญ (α) = 0.05

ขั้นตอนที่ 3 วิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้คำสั่ง Pair T test โดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูปทางสถิติ PSPP ดังนี้

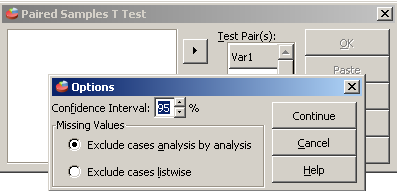
1. สร้างข้อมูลในตารางลงในโปรแกรมสำเร็จรูป PSPP บันทึกข้อมูลจะได้ ดังรูป



1. Click Analyze Compare Mean Paired sample T test จะได้หน้าจอดังรูป



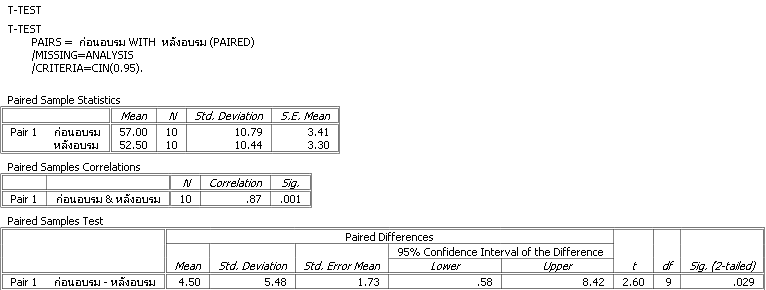
1. นำตัวแปรก่อนการอบรมและหลังอบรมใส่ไว้ที่ช่อง Test Pair(s) จากนั้น Click options… จะได้ดังรูป



1. ในช่อง Confidence Interval ให้ใส่ 95% เนื่องจากโจทย์กำหนดระดับนัยสำคัญ

เป็น 0.05

1. Click Continue จากนั้น OK จะได้ผลลัพธ์ดังรูป



จากตารางการวิเคราะห์จะได้ค่า p-value หรือค่า Sig = = 0.0145 < 0.05 ดังนั้นจะปฏิเสธ H0 สรุปว่าเมื่อนักศึกษาผ่านการอบรมจะใช้เวลาในการทำ Lab น้อยลงกว่าเดิมที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 และ ผลต่างของเวลาที่ใช้ในการทำ Lab ก่อนและหลังการอบรมมีค่าอยู่ระหว่าง 0.58 และ 8.42 ด้วยความเชื่อมั่น 95 %

8.2.2.2 กรณีที่ประชากร 2 กลุ่มเป็นอิสระต่อกัน (ไม่มีความสัมพันธ์กัน)

เป็นการทดสอบผลต่างระหว่างค่าเฉลี่ยของลักษณะที่สนใจของ 2 ประชากรว่าแตกต่างกันหรือไม่ หรือเป็นการทดสอบว่าค่าเฉลี่ยของประชากรที่ 1 มากกว่าประชากรที่ 2 หรือไม่ เช่น ต้องการทดสอบรายได้ของเพศชายกับเพศหญิงว่าแตกต่างกันหรือไม่ สมมติฐานการวิจัยจะกำหนดได้ดังนี้

H0 : μ1 = μ2 หมายถึง รายได้เฉลี่ยเท่ากันหรือไม่แตกต่างกัน

H1 : μ1 ≠ μ2 หมายถึง รายได้เฉลี่ยแตกต่างกัน

หรือ H1 : μ1 > μ2 หรือ H1 : μ1 < μ2

**ตัวอย่าง** ฝ่ายวิจัยต้องการทดสอบว่า เวลานอนของนักศึกษาชายและหญิงคณะวิทยาศาสตร์ แตกต่างกันหรือไม่ โดยการแจกแจงของเวลานอนมีการแจกแจงปกติ สุ่มตัวอย่างนักศึกษาคณะวิทยาศาสตร์ บันทึกเวลานอนเป็นชั่วโมง/วัน ดังนี้

|  |  |
| --- | --- |
| ชาย | หญิง |
| 7.0 8.0 4.0 8.0  5.5 7.0 7.0 5.0  9.0 6.0 6.0 6.5  6.5 10.0 7.0 9.0  6.0 7.0 7.5 7.0  7.0 6.0 7.0 5.5  7.5 6.5 8.0 6.5  8.0 7.0 8.0 6.0  7.0 7.0 4.5 8.5  6.0 5.0 7.0 8.0  6.0 6.0 6.0 | 8.0 8.0 7.0 6.0 7.5  7.0 9.0 8.0 7.5 7.0  8.5 6.5 7.0 6.0 8.5  6.0 8.0 6.0 7.5 9.5  6.0 7.0 7.5 8.0  8.0 7.0 8.0 9.0  6.5 8.0 8.0 5.0  7.0 5.5 6.0 8.0  7.0 8.0 8.5 7.0  6.0 9.0 8.0 7.0  7.5 6.0 7.5 8.0 |

จงทดสอบสมมติฐานว่าเวลานอนของนักศึกษาชายและหญิงคณะวิทยาศาสตร์ แตกต่างกันหรือไม่ พร้อมทั้งประมาณค่าผลต่างของเวลานอนของนักศึกษาชายและหญิงคณะวิทยาศาสตร์ โดยใช้ระดับนัยสำคัญ 0.05

กำหนดให้ μ1 แทนเวลานอนเฉลี่ยของนักศึกษาชายคณะวิทยาศาสตร์

μ2 แทนเวลานอนเฉลี่ยของนักศึกษาหญิงคณะวิทยาศาสตร์

ขั้นตอนการทดสอบสมมติฐาน

ขั้นตอนที่ 1 กำหนดสมมติฐานเพื่อการทดสอบ

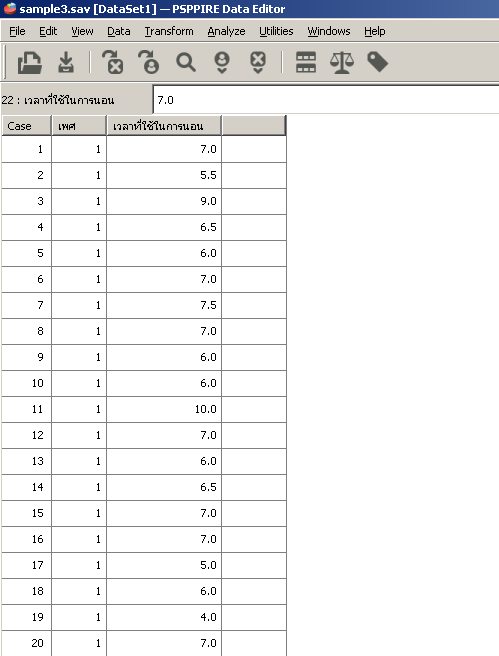
H0 : μ1 = μ2

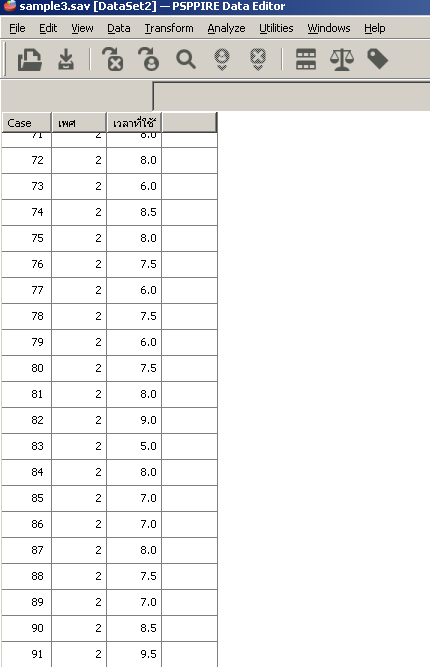
H1 : μ1 ≠ μ2

ขั้นตอนที่ 2 กำหนดระดับนัยสำคัญ (α) = 0.05

ขั้นตอนที่ 3 วิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้คำสั่ง Independent - Sample T test โดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูปทางสถิติ PSPP ดังนี้

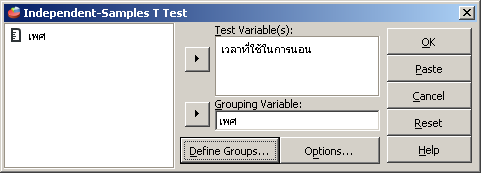
1. สร้างข้อมูลในตารางลงในโปรแกรมสำเร็จรูป PSPP บันทึกข้อมูลโดยใช้ชื่อ file ว่า Sample 3 ดังรูป



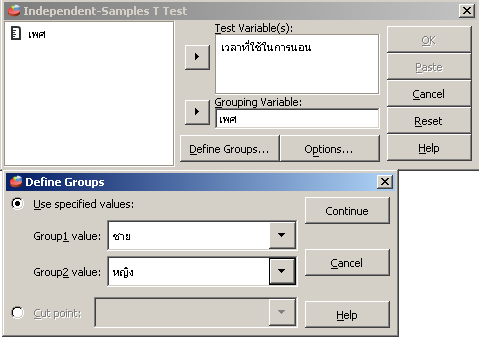


1. Click Analyze Compare Mean Independent - Sample T test จะได้หน้าจอ

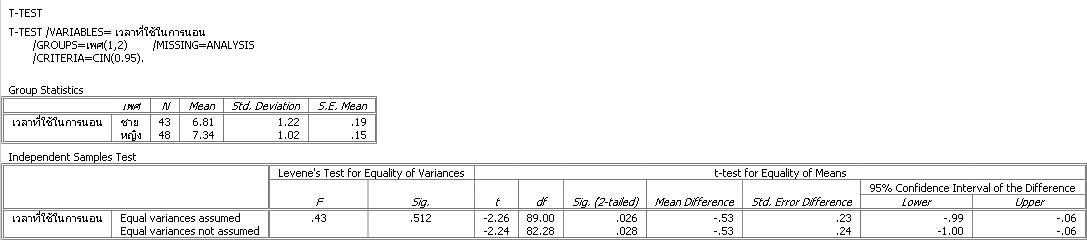
ดังรูป



3. นำตัวแปรเวลาที่ใช้ในการนอนใส่ไว้ที่ช่อง Test Variable(s): และตัวแปรเพศใส่ไว้ที่ช่อง Grouping Variable: จากนั้น Click Define Groups… จะได้ดังรูป



4. ใน Group1 value : ใส่ชาย และใน Group1 value : ใส่หญิง จากนั้น Click Continue แล้ว OK จะได้ผลลัพธ์ดังรูป



ความหมายของผลลัพธ์ในตาราง

อธิบายได้เป็น 2 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 ต้องตรวจสอบว่าค่าความแปรปรวนของประชากรทั้ง 2 เท่ากันหรือไม่ โดยกำหนดสมมติฐานการทดสอบดังนี้

H0 : 

H1 : 

* สถิติที่ใช้ทดสอบใช้ F โดยดูได้จาก Column ของ Levene’s Test for Equality

of Variances เนื่องจากในที่นี้เป็นการทดสอบ 2 ด้านจึงเปรียบเทียบ Sig. กับค่า α ที่กำหนด ในตัวอย่างนี้ Sig. = 0.512 ซึ่งมากกว่า 0.05 จึงยอมรับ H0 นั่นคือ เวลานอนของนักศึกษาชายและนักศึกษาหญิงมีความแปรปรวนไม่แตกต่างกัน

ขั้นที่ 2 การทดสอบสมมติฐานเปรียบเทียบเวลานอนของนักศึกษาชายและนักศึกษาหญิง

* จากขั้นที่ 1 พบว่า ค่าความแปรปรวนของ 2 กลุ่มตัวอย่างไม่แตกต่างกันดังนั้นจะใช้

ค่าสถิติทดสอบ t ในส่วน Equal Variances Assumed ซึ่งจะได้ค่า t จากตารางผลลัพธ์เท่ากับ

-2.26 นำไปเปรียบเทียบกับค่า t ที่เปิดจากตาราง

- ค่า df หมายถึง องศาความเป็นอิสระของ 

- ค่า Sig (2-tailed)เท่ากับ 0.026 สรุปผลการทดสอบเปรียบเทียบกับค่า α = 0.05 โดยมีค่าน้อยกว่า α = 0.05 ดังนั้นจะปฏิเสธสมมติฐาน H0 การทดสอบมีนัยสำคัญ นั่นคือเวลานอนเฉลี่ยของนักศึกษาชายและนักศึกษาหญิงคณะวิทยาศาสตร์แตกต่างกัน

- Mean Difference หมายถึง ผลต่างของรายได้เฉลี่ยของผู้จัดการชายและหญิง



**-** Std. Error Differenceหมายถึง

- 95% Confidence Interval of the Mean หมายถึง ค่าประมาณแบบช่วงของ

μ1 - μ2  ที่ระดับความเชื่อมั่น 95% โดยมีค่าเท่ากับ 0.99 < μ1 - μ2 < -0.06 นั่นคือ ผลต่างระหว่างเวลานอนเฉลี่ยของชายและนักศึกษาหญิงจะอยู่ในช่วง 0.99 ชั่วโมง ถึง -0.06 ชั่วโมง

**8.2.3 การทดสอบสมติฐานเกี่ยวกับค่าเฉลี่ยมากกว่า 2 กลุ่ม (การวิเคราะห์ความแปรปรวน)**

ในบทนี้จะขอกล่าวถึงเพียงแค่การวิเคราะห์ความแปรปรวนจำแนกทางเดียว หรือ

One-way ANOVA ซึ่งเป็นวิธีการทดสอบเพื่อวิเคราะห์ความสัมพันธ์ ระหว่างตัวแปรอิสระหรือตัวแปรต้นตัวเดียวกับตัวแปรตามเพียงตัวเดียวโดยที่ตัวแปรอิสระหรือตัวแปรต้นอาจมีลักษณะเป็นตัวแปรเชิงคุณภาพ (Qualitative Variable) ที่จำแนกออกเป็นระดับหรือประเภทต่าง ๆ เช่น เก่ง-ปานกลาง-อ่อน ดีมาก-ดี-พอใช้-แย่ เป็นต้น ส่วนตัวแปรตามอาจมีลักษณะเป็นตัวแปรเชิงปริมาณ (Quantitative Variable) เพื่อศึกษาความสัมพันธ์ของตัวแปรอิสระหรือตัวแปรต้นว่าจะส่งผลอย่างไรกับตัวแปรตาม ตามสมมติฐานการวิจัยที่กำหนดไว้

**ตัวอย่าง** . จากการสอบถามร้านที่จำหน่ายเครื่องคอมพิวเตอร์ 4 ยี่ห้อ โดยสอบถามมายี่ห้อละ 6 ร้าน เพื่อเปรียบเทียบจำนวนที่ขายได้ของเครื่องคอมพิวเตอร์ทั้ง 4 ยี่ห้อว่ามีความแตกต่างกันหรือไม่ได้ข้อมูลดังตาราง

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| ยี่ห้อคอมพิวเตอร์ | | | |
| I | II | III | IV |
| 78  91  97  82  85  77 | 64  72  68  77  56  95 | 55  66  49  64  70  68 | 75  93  78  71  63  76 |

จงทดสอบว่าจำนวนที่ขายได้ของเครื่องคอมพิวเตอร์ทั้ง 4 ยี่ห้อแตกต่างกันหรือไม่ โดยทดสอบที่ระดับนัยสำคัญ .10

ขั้นตอนการทดสอบสมมติฐาน

ขั้นตอนที่ 1 กำหนดสมมติฐานเพื่อการทดสอบ

H0: μ1 = μ2 = … = μk

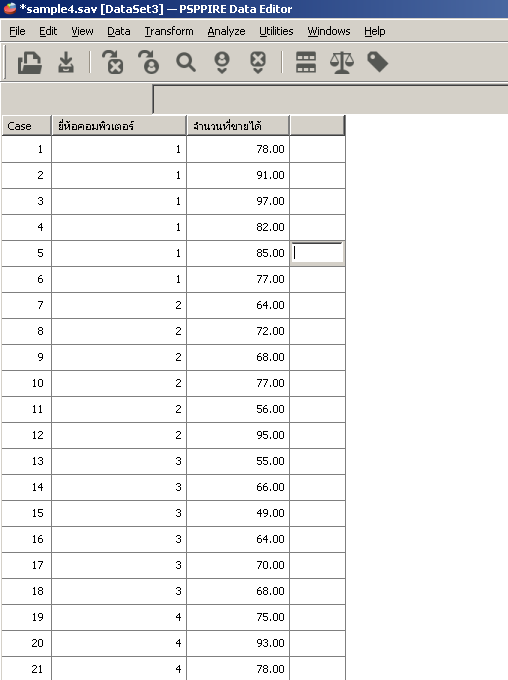
H1: มีอย่างน้อยหนึ่งคู่ที่ไม่เท่ากัน

ขั้นตอนที่ 2 กำหนดระดับนัยสำคัญ (α) = 0.10

ขั้นตอนที่ 3 วิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้คำสั่ง One – Way ANOVA โดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูปทางสถิติ PSPP ดังนี้

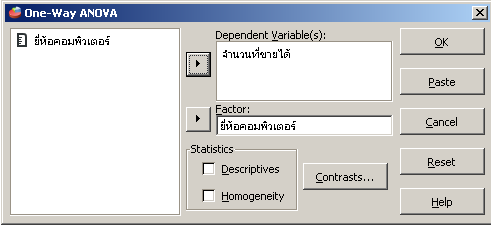
1. สร้างข้อมูลในตารางลงในโปรแกรมสำเร็จรูป PSPP บันทึกข้อมูลโดยใช้ชื่อ file ว่า

Sample 4 ดังรูป



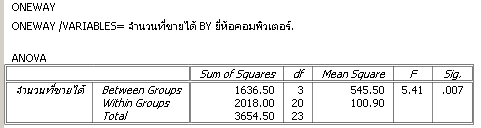
2. Click Analyze Compare Mean One - Way ANOVA จะได้หน้าจอ

ดังรูป



1. นำตัวแปรจำนวนที่ขายได้ไปไว้ที่ช่อง Dependent Variable (s) ส่วนตัวแปรยี่ห้อ

คอมพิวเตอร์ใส่ไว้ที่ช่อง Factor : จากนั้น Click OK จะได้ผลลัพธ์ ดังรูป



การสรุปผล

ให้พิจารณาค่า Sig ถ้าค่า Sig < α จะปฏิเสธสมมติฐาน H0

แต่ ถ้าค่า Sig > α จะยอมรับสมมติฐาน H0

ในที่นี้ค่า Sig = 0.007 ซึ่งน้อยกว่าค่า α = 0.05 ดังนั้นจะปฏิเสธสมมติฐาน H0 นั่นคือ

จำนวนที่ขายได้ของเครื่องคอมพิวเตอร์ทั้ง 4 ยี่ห้อแตกต่างกัน

**8.2.4 การวิเคราะห์ถดถอยและสหสัมพันธ์เชิงเส้นอย่างง่าย**

กรณีที่มีตัวแปร 2 ตัวแปร จากหน่วยตัวอย่างเดียวกัน ซึ่งเรียกว่าข้อมูลตัวแปรคู่ จะศึกษาความสัมพันธ์ของตัวแปรทั้งสองตัว เช่น ศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณการดื่ม

แอลกอฮอล์(ลิตร/วัน)กับอัตราการตายด้วยโรคมะเร็งตับ ความดันโลหิตกับอายุ ตัวแปรที่ต้องการทราบค่าหรือต้องการพยากรณ์เรียกว่าตัวแปรตาม ในที่นี้แทนด้วย Y ส่วนตัวแปรที่ทราบค่าซึ่งเป็นตัวแปรที่มีผลกระทบต่อตัวแปรตาม เรียกว่า ตัวแปรอิสระ ในที่นี้แทนด้วย X จากตัวอย่าง ที่กล่าวมาข้างต้นอาจสรุปได้ว่า อัตราการตายด้วยโรคมะเร็งตับ และความดันโลหิต ต่างเป็นตัวแปรตามแทนด้วย Y และปริมาณการดื่มแอลกอฮอล์(ลิตร/วัน) กับอายุ เป็นตัวแปรอิสระ แทนด้วย X โดยถ้าศึกษาความสัมพันธ์ของตัวแปร X และ Y เพื่อพยากรณ์ค่าของ Y เมื่อทราบค่า X จะใช้สมการถดถอย (regression equation) ซึ่งรูปแบบความสัมพันธ์ของตัวแปร X กับ Y จะมีอยู่หลายรูปแบบทั้งแบบเส้นตรง พาราโบลา และเอ็กซ์โพเนนเชียล แต่ถ้าต้องการศึกษาเฉพาะความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรต้นกับตัวแปรตามเท่านั้นจะดูได้จากค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ โดยในบทนี้จะกล่าวถึงเฉพาะรูปแบบความสัมพันธ์ที่เป็นเชิงเส้นตรงอย่างง่ายเท่านั้น

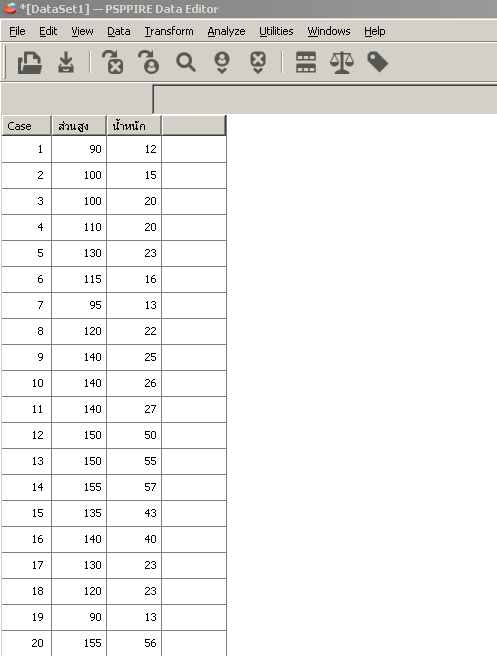
**ตัวอย่าง** จากข้อมูลแสดงส่วนสูงและน้ำหนักของนักเรียนโรงเรียนแห่งหนึ่ง จำนวน 20 คน ดังนี้

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| ส่วนสูง | น้ำหนัก | ส่วนสูง | น้ำหนัก |
| 90  100  100  110  130  115  95  120  140  140 | 12  15  20  20  23  16  13  22  25  26 | 140  150  150  155  135  140  130  120  90  155 | 27  50  55  57  43  40  23  23  13  56 |

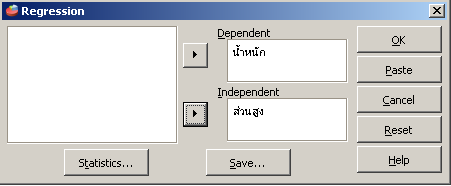
เมื่อทำการพล็อตกราฟจะได้ว่าส่วนสูงและน้ำหนักของนักเรียนโรงเรียนแห่งนี้มีความสัมพันธ์กันเป็นเชิงเส้นตรง ดังนั้นสามารถหารูปแบบของสมการถดถอย โดยใช้สมการเชิงเส้นตรงและหาค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ได้ดังนี้

1. สร้างข้อมูลในตารางลงในโปรแกรมสำเร็จรูป PSPP บันทึกข้อมูลโดยใช้ชื่อ file ว่า

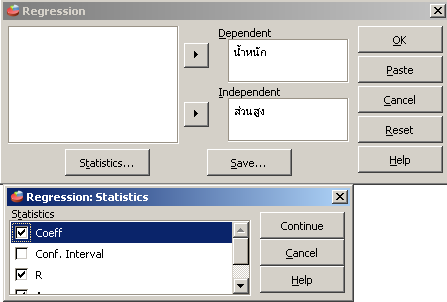
Sample 5 ดังรูป



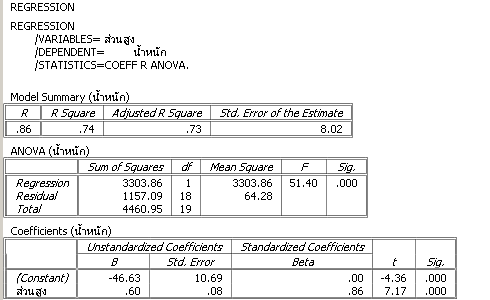
2. Click Analyze Regression Linear จะได้หน้าจอดังรูป



3. นำตัวแปรน้ำหนักใส่ไว้ที่ช่อง Dependent ส่วนตัวแปรส่วนสูงใส่ไว้ที่ช่อง Independent จากนั้นClick Statistics…จะได้ดังรูป



4. Click เลือกค่าที่ต้องการคำนวณแต่ในโปรแกรมจะ Click เลือกค่าที่คิดว่าจำเป็นมาให้แล้วคือ Coeff , ค่า R และ ANOVA หากต้องการค่าใดเพิ่มให้คลิกเลือกแต่ในที่นี้ต้องการเพียงเท่านี้ จากนั้น Click Continue แล้ว OK จะได้ผลลัพธ์ดังรูป



จากตารางผลลัพธ์สามารถสรุปได้ว่าค่าสัมประสิทธิ์แสดงความสัมพันธ์มีค่าเท่ากับ 0.86 แสดงว่าน้ำหนักและส่วนสูงของนักเรียนตัวอย่างกลุ่มนี้มีความสัมพันธ์กันค่อนข้างมาก และสามารถเขียนสมการถดถอยเป็นดังนี้คือ น้ำหนัก(Y) = -46.63+ 0.60 (ส่วนสูง)

**8.3 บทสรุป**

ในการวิเคราะห์ข้อมูลโดยเฉพาะข้อมูลที่เป็นข้อมูลเชิงปริมาณวิธีการวิเคราะห์ข้อมูลด้วย

วิธีการทางสถิติจะค่อนข้างยุ่งยากและซับซ้อน ดังนั้นในการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณด้วยวิธีการทางสถิติจึงมักนิยมใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์เข้ามาช่วย โดยโปรแกรมสำเร็จรูปที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูลทางสถิติจะมีค่อนข้างหลากหลายขึ้นอยู่กับผู้ทำการวิเคราะห์จะเลือกใช้ โดยผลที่ได้จากการวิเคราะห์จะมีลักษณะที่คล้ายกัน ซึ่งโปรแกรมสำเร็จรูปในปัจจุบันส่วนใหญ่มักจะมีลิขสิทธิ์ทำให้มีข้อจำกัดในการเลือกใช้ โปรแกรม PSPP (a program of statistical analysis of sample data)เป็นโปรแกรมโอเพนซอร์ส ที่มีฟังก์ชั่นและลักษณะการทำงานเหมือนกับโปรแกรม SPSS ดังนั้นผู้ที่เคยใช้โปรแกรม SPSS มาก่อนจะสามารถที่จะใช้โปรแกรมสำเร็จรูปตัวนี้ได้ไม่ยาก แต่อย่างไรก็ตามสิ่งสำคัญที่สุดสำหรับการวิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูปทางสถิติไม่ว่าจะเลือกใช้โปรแกรมใดก็คือการแปลผลและสรุปผลที่ได้จากการวิเคราะห์ข้อมูลให้ถูกต้องที่สุด

**แบบฝึกหัดบทที่ 8**

1. ฝ่ายวิจัยตลาดต้องการทดสอบคะแนนความนิยมของการเลือกใช้คอมพิวเตอร์แตกต่างกันหรือไม่ จึงสุ่มตัวอย่างผู้ใช้คอมพิวเตอร์ สองยี่ห้อคือ IBM กับ HPได้ข้อมูลคะแนนนิยมจากแบบสอบถามดังนี้

ไอบีเอ็ม 81 86 73 77 90 91 75 62 98 74

HP 89 55 59 64 37 58 35 57 65 68

42 71 69 49 67

จงทดสอบสมมติฐานว่าคะแนนความนิยมของการเลือกใช้คอมพิวเตอร์สองยี่ห้อแตกต่างกันหรือไม่ พร้อมทั้งประมาณค่าผลต่างของการเลือกใช้คอมพิวเตอร์สองยี่ห้อโดยใช้ระดับนัยสำคัญ 0.05 โดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูปทางสถิติ กำหนดให้ μ1 แทนคะแนนความนิยมเฉลี่ยของการเลือกใช้คอมพิวเตอร์ยี่ห้อไอบีเอ็ม และ μ2 แทนคะแนนความนิยมเฉลี่ยของการเลือกใช้คอมพิวเตอร์ยี่ห้อ HP

2. นายแพทย์ท่านหนึ่งทำการเก็บรวบรวมอายุของคนไข้ที่ป่วยเป็นโรคมะเร็งลำไส้ใหญ่จำนวน 50คน ได้ข้อมูลดังนี้

54 63 48 39 50 42 39 58 70 64

28 34 58 62 30 44 84 48 74 61

73 87 58 70 60 45 51 62 59 71

58 44 49 70 53 49 78 73 55 77

59 79 73 48 55 32 66 49 39 50

จงหาค่าเฉลี่ย ค่ามัธยฐาน ค่าฐานนิยม ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน และค่าความแปรปรวนโดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูปทางสถิติ

3. นักวิจัยต้องการทดสอบว่ากลุ่มแม่บ้านที่มีลักษณะอาชีพต่างกัน 4 กลุ่ม คือ แม่บ้านทหาร แม่บ้านข้าราชการแม่บ้านนักธุรกิจ และแม่บ้านผู้ประกอบอาชีพอิสระ มีความรู้เกี่ยวกับการวางแผนครอบครัวแตกต่างกันหรือไม่ (ที่ระดับความมีนัยสำคัญ 0.10) จึงสุ่มเลือกแม่บ้านมาสอบวัดความรู้ได้ข้อมูลดังต่อไปนี้ จงทดสอบโดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูปทางสถิติ

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| กลุ่มที่ 1 | กลุ่มที่ 2 |  | กลุ่มที่ 3 |  | กลุ่มที่ 4 |
| 4  5  1  4  3  2 | 6  7  5  5  6  4  4  3 |  | 5  7  3  5  4  4  2 |  | 1  2  3  2  4  1 |

4. การศึกษาการรักษาโรคผื่นภูมิแพ้ของเด็กตั้งแต่ 3-11 เดือนด้วยการทายาสเตียรอยด์ สุ่มตัวอย่างเด็ก 5 คนจดบันทึกค่าคะแนนที่ได้จากการคำนวณขนาดของผื่นกับความแห้งของผิวก่อนการรักษา หลังจากการทายา สเตียรอยด์ 1 สัปดาห์จดบันทึกค่าคะแนนอีกครั้ง ปรากฏผลดังนี้

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| คนที่ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| ค่าคะแนนก่อนรักษา | 10 | 9.6 | 8.1 | 7.6 | 6.7 |
| ค่าคะแนนหลังจากการทายา | 4.6 | 4.1 | 3.8 | 3.6 | 3.8 |

จงทดสอบว่าที่ระดับนัยสำคัญ 0.01 เด็กจะมีอาการดีขึ้นหรือไม่หลังจากทายาสเตียรอยด์โดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูปทางสถิติ

5. จากการทดสอบประสิทธิภาพของสมุนไพร 4 ชนิดที่ใช้ในการลดน้ำหนักโดยนำไปทดลองกับคน 4 กลุ่มที่มีอายุและน้ำหนักเท่ากันกลุ่มละ 5 คนโดยให้บริโภคอาหารเหมือนกันทุกมื้อเป็นเวลา 1 เดือน ทำการเก็บข้อมูลน้ำหนักที่ลดลงได้ข้อมูลดังตาราง

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ชนิด A | ชนิด B |  | ชนิด C |  | ชนิด D |
| 4  5  4  4  3 | 2  1  2  3  4 |  | 3  4  5  6  5 |  | 4  2  2  3  4 |

ที่ระดับนัยสำคัญ 0.10 จงทดสอบว่าประสิทธิภาพของสมุนไพร 4 ชนิดแตกต่างกันหรือไม่โดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูปทางสถิติ

6. นักวิจัยท่านหนึ่งเชื่อว่าระยะเวลาเฉลี่ยที่ออกกำลังกายต่อสัปดาห์ (นาที) จะมีความสัมพันธ์กับระดับน้ำตาลในเลือด จึงสุ่มตัวอย่างจากพนักงานบริษัทแห่งหนึ่งซึ่งไม่เคยออกกำลังกายมาก่อนจำนวน 10 คน มาทำการออกกำลังกายเป็นเวลา 2 เดือน

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| พนักงานคนที่ | ระยะเวลาเฉลี่ยที่ออกกำลังกายต่อสัปดาห์ (นาที) | ระดับน้ำตาลในเลือด |
| 1  2  3  4  5  6  7  8  9  10 | 122  488  320  212  404  250  305  300  487  123 | 204  195  210  214  193  210  204  200  196  205 |

จงคำนวณหาสมการถดถอยเชิงเส้นอย่างง่ายแสดงความสัมพันธ์ระหว่างระยะเวลาเฉลี่ยที่ออกกำลังกายต่อสัปดาห์ (นาที) กับระดับน้ำตาลในเลือด พร้อมทั้งหาค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์โดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูปทางสถิติ

7. ในการตรวจสอบคุณภาพของฮาร์ดดิสก์ที่มีจำหน่ายอยู่ในตลาดคอมพิวเตอร์ จำนวน 4 ยี่ห้อ

เมื่อนำไปใช้กับโปรแกรมแตกต่างกันเพื่อทดสอบการทำงานจำนวน 3 โปรแกรม พบว่า ความเร็วเฉลี่ยในการค้นหาข้อมูล ปรากฏดังตารางข้างล่าง

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| ยี่ห้อฮาร์ดดิสก์ | | | |
| A | B | C | D |
| 12.5  9  12 | 11  10.5  15 | 9  8  8.5 | 8  7  17 |

จงทดสอบว่าความเร็วเฉลี่ยในการค้นหาข้อมูล ของฮาร์ดดิสก์ทั้ง 4 ยี่ห้อแตกต่างกันหรือไม่ โดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูปทางสถิติที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

8. ในการวิเคราะห์ปริมาณวิตามินซีที่มีอยู่ในผลไม้ 5 ชนิด ชนิดละ 6 ผล เป็นร้อยละ

ได้ข้อมูลดังนี้

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| ชนิดผลไม้ | | | | |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| 2  3  3  2.7  2.9  4.1 | 4  4  5  4.1  2.8  3.2 | 3  2  4  4.8  3.9  4.7 | 3  4  2.7  3.2  2.9  3 | 3  3  4  3.9  2.7  4.3 |

จงทดสอบว่าปริมาณวิตามินซีที่พบในผลไม้ทั้ง 5 ชนิดแตกต่างกันหรือไม่ โดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูปทางสถิติที่ระดับนัยสำคัญ 0.10

9. พยาบาลห้องผ่าตัดท่านหนึ่งต้องการตรวจสอบว่าการฟังเพลงมีผลต่อความวิตกกังวลของผู้ป่วยที่จะเข้ารับการผ่าตัดหรือไม่ จึงสุ่มตัวอย่างผู้ป่วยที่จะเข้ารับการผ่าตัดมา 20 คน โดยแบ่งเป็นกลุ่มๆละ 10 คน กลุ่มแรกไม่ให้ฟังเพลง ส่วนกลุ่มที่สองให้ฟังเพลง จากนั้นวัดระดับการเต้นของหัวใจได้ข้อมูลดังตาราง

|  |  |
| --- | --- |
| ไม่ได้ฟังเพลง | ฟังเพลง |
| 130  120  110  115  130  145  110  120  140  155 | 100  110  112  115  120  118  100  100  95  100 |

จงทดสอบว่าการฟังเพลงมีผลต่อความวิตกกังวลของผู้ป่วยที่จะเข้ารับการผ่าตัดหรือไม่โดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูปทางสถิติที่ระดับนัยสำคัญ 0.01

10. บริษัทผลิตยาแห่งหนึ่งผลิตยาแก้ไข้ชนิดใหม่ โดยอ้างว่าสามารถลดไข้ได้ภายใน 10 นาที จากการนำยาไปทดลองกับคนไข้ 15 คน ที่ได้ใช้ยานี้เพื่อรักษาอาการไข้ ปรากฏผลดังนี้

12 15 8 20 10 7 9 8.6 7.8 12.5 15 20 10 13 10

จงทดสอบว่าคำกล่าวอ้างเป็นจริงหรือไม่โดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูปทางสถิติที่ระดับนัยสำคัญ 0.10

**บรรณานุกรม**

คณาจารย์ภาควิชาสถิติ. (2541). **หลักสถิติเบื้องต้น.** เชียงใหม่ : มหาวิทยาลัยเชียงใหม่.

จำเริญ อุ่นแก้ว. (2549). **การวิเคราะห์การถดถอย** .บุรีรัมย์ : มหาวิทยาลัยราชภัฏบุรีรัมย์.

ดวงใจ วีสกุล และคณะ. (2540). **สถิติ.** กรุงเทพ : จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ทรงศิริ แต้สมบัติ. (2541). **การวิเคราะห์การถดถอย** .กรุงเทพ:

มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.

ทัศนีย์ ชังเทศและคณะ. (2530). **การวิเคราะห์การถดถอยและสหสัมพันธ์**.กรุงเทพ:

มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.

ปรีชา อัศวเดชานุกรและคณะ. (2550). **สถิติธุรกิจ** .กรุงเทพ : จุฬาลงกรณ์

มหาวิทยาลัย.

มัลลิกา บุนนาค และคณะ. (2540). **สถิติ.** กรุงเทพ : จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

มยุรี ศรีชัย. (2541). **สถิติธุรกิจ.** กรุงเทพ : จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

รสสุคนธ์ หังสพฤกษ์. (2528). **สถิติวิเคราะห์เบื้องต้น**. กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยรามคำแหง.

สมจิต วัฒนาชยากูล. (2546). **สถิติพื้นฐานสำหรับนักวิทยาศาสตร์**. กรุงเทพ : สำนักพิมพ์

ประกายพรึก.

การวัดการกระจาย. (2556). ค้นเมื่อ 15 ตุลาคม 2556 จาก

<https://sites.google.com/site/mathmatic101233/taw-khunrwmnxy>.

การวัดการกระจายของข้อมูล. (2556). ค้นเมื่อ 15 ตุลาคม 2556 จาก

<http://www.mwit.ac.th/~math/E_Learning/MATH30203/sources/>

Statistics\_06.pdf.

การประมาณค่าผลต่างค่าเฉลี่ยของสองประชากร. (2556). ค้นเมื่อ 8 พฤศจิกายน 2556

จาก http://www.stvc.ac.th/elearning/stat/csu6.html.

การทดสอบสมมติฐานค่าผลต่างค่าเฉลี่ยของสองประชากร. (2556). ค้นเมื่อ 8 พฤศจิกายน 2556

จาก http://www.stvc.ac.th/elearning/stat/csu6.html.

การวิเคราะห์ความแปรปรวน. (2556). ค้นเมื่อ 8 ธันวาคม 2556 . จาก

<https://sites.google.com/site/mystatistics01/chapter5/1-way-anova>.

การวิเคราะห์ความแปรปรวน. (2556). ค้นเมื่อ 18 ธันวาคม 2556 . จาก

<http://home.dsd.go.th/kamphaengphet/km/information/RESECARCH/013>

Analysis\_of\_Vari.pdf.

การวิเคราะห์การถดถอย. (2556). ค้นเมื่อ 14 พฤษภาคม 2556, จาก

http://www.watpon.com/spss/spss9.pdf.

ค่าเฉลี่ยฮาร์โมนิคและค่าเฉลี่ยเรขาคณิต. (2556). ค้นเมื่อ 11 ตุลาคม 2556

จาก <http://www.st5.ac.th/MATH/MATH/course/hamonic.pdf>.

ตัวอย่างโจทย์การประมาณค่า. (2556). ค้นเมื่อ 8 พฤศจิกายน 2556 จาก

<http://geo.buu.ac.th/GOI/cgi_bin/documents/download_stat_prediction.pdf>.

ประเภทของสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์. (2556). ค้นเมื่อ 14 พฤษภาคม 2556, จาก

<http://www.fiet.kmutt.ac.th/e-learning/edustat/web%20correlation/>

corrlation%20pageA3-2-1.php.

พิชญ์สินี ชมพูคำ. **การวิเคราะห์ความแปรปรวน**. (2556). ค้นเมื่อ 30 พฤศจิกายน 2556

จาก http://www.hosting. cmru.ac.th/phitsinee/ admin/blog/ file/

[240811114435.pdf](http://www.hosting.cmru.ac.th/phitsinee/admin/blog/file/240811114435.pdf).

ลี่ลี อิงศรีสว่าง(ม.ป.ป.). **การทดสอบไคสแควร์ (Chi – Square Test).** ค้นเมื่อ 3 มกราคม 2557,

จาก <http://training.cri.or.th/activity_train/downloads/chi_square_4.pdf>.

วรภูริ มูลสิน. (2555). **หลักการวิจัยและวิเคราะห์ข้อมูลทางสถิติด้วย PSPP.** ค้นเมื่อ 2 พฤศจิกายน 2557, จาก www.drnoppadon.com.

ถาวร ทันใจ. (ม.ป.ป.). **การทดสอบข้อมูลที่อยู่ในรูปของความถี่.** ค้นเมื่อ 3 มกราคม 2557, จาก

<http://www.fisheries.go.th/adminis/oldweb/web_files/Prachasamphan>.

วราภรณ์ สุขสุชะโน. (2550). **สถิติสำหรับวิทยาศาสตร์.** ค้นเมื่อ 7 ตุลาคม 2556

จาก http ://web.aru.ac.th/waraporn/images/stories/sfs/c1.pdf.

สำนักงานสถิติแห่งชาติ. (2556). **ความรู้พื้นฐานการนำเสนอข้อมูล**. ค้นเมื่อ 10 ตุลาคม 2556

จาก <http://thailocal.nso.go.th/nso-cms/%E0%B8%B4basic_knowledge.html>.

ประเภทของสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์. (2556). ค้นเมื่อ 14 พฤษภาคม 2556, จาก

<http://www.fiet.kmutt.ac.th/e-learning/edustat/web%20correlation/>

corrlation%20pageA3-2-1.php.

ตารางสถิติ

**ตารางที่ 1** ตารางการแจงแบบปกติมาตรฐาน (Cumulative Standard Normal Distribution)



|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| x | 0.00 | 0.01 | 0.02 | 0.03 | 0.04 | 0.05 | 0.06 | 0.07 | 0.08 | 0.09 |
| .0 | 0.5000 | 0.5040 | 0.5080 | 0.5120 | 0.5160 | 0.5199 | 0.5239 | 0.5279 | 0.5319 | 0.5359 |
| .1 | 0.5398 | 0.5438 | 0.5478 | 0.5517 | 0.5557 | 0.5596 | 0.5636 | 0.5675 | 0.5714 | 0.5753 |
| .2 | 0.5793 | 0.5832 | 0.5871 | 0.5910 | 0.5948 | 0.5987 | 0.6026 | 0.6064 | 0.6103 | 0.6141 |
| .3 | 0.6179 | 0.6217 | 0.6255 | 0.6293 | 0.6331 | 0.6368 | 0.6406 | 0.6443 | 0.6480 | 0.6517 |
| .4 | 0.6554 | 0.6591 | 0.6628 | 0.6664 | 0.6700 | 0.6736 | 0.6772 | 0.6808 | 0.6844 | 0.6879 |
| .5 | 0.6915 | 0.6950 | 0.6985 | 0.7019 | 0.7054 | 0.7088 | 0.7123 | 0.7157 | 0.7190 | 0.7224 |
| .6 | 0.7257 | 0.7291 | 0.7324 | 0.7357 | 0.7389 | 0.7422 | 0.7454 | 0.7486 | 0.7517 | 0.7549 |
| .7 | 0.7580 | 0.7611 | 0.7642 | 0.7673 | 0.7704 | 0.7734 | 0.7764 | 0.7794 | 0.7823 | 0.7852 |
| .8 | 0.7881 | 0.7910 | 0.7939 | 0.7967 | 0.7995 | 0.8023 | 0.8051 | 0.8078 | 0.8106 | 0.8133 |
| .9 | 0.8159 | 0.8186 | 0.8212 | 0.8238 | 0.8264 | 0.8289 | 0.8315 | 0.8340 | 0.8365 | 0.8389 |
| 1.0 | 0.8413 | 0.8438 | 0.8461 | 0.8485 | 0.8508 | 0.8531 | 0.8554 | 0.8577 | 0.8599 | 0.8621 |
| 1.1 | 0.8643 | 0.8665 | 0.8686 | 0.8708 | 0.8729 | 0.8749 | 0.8770 | 0.8790 | 0.8810 | 0.8830 |
| 1.2 | 0.8849 | 0.8869 | 0.8888 | 0.8907 | 0.8925 | 0.8944 | 0.8962 | 0.8980 | 0.8997 | 0.9015 |
| 1.3 | 0.9032 | 0.9049 | 0.9066 | 0.9082 | 0.9099 | 0.9115 | 0.9131 | 0.9147 | 0.9162 | 0.9177 |
| 1.4 | 0.9192 | 0.9207 | 0.9222 | 0.9236 | 0.9251 | 0.9265 | 0.9279 | 0.9292 | 0.9306 | 0.9319 |
| 1.5 | 0.9332 | 0.9345 | 0.9357 | 0.9370 | 0.9382 | 0.9394 | 0.9406 | 0.9418 | 0.9429 | 0.9441 |
| 1.6 | 0.9452 | 0.9463 | 0.9474 | 0.9484 | 0.9495 | 0.9505 | 0.9515 | 0.9525 | 0.9535 | 0.9545 |
| 1.7 | 0.9554 | 0.9564 | 0.9573 | 0.9582 | 0.9591 | 0.9599 | 0.9608 | 0.9616 | 0.9625 | 0.9633 |
| 1.8 | 0.9641 | 0.9649 | 0.9656 | 0.9664 | 0.9671 | 0.9678 | 0.9686 | 0.9693 | 0.9699 | 0.9706 |
| 1.9 | 0.9713 | 0.9719 | 0.9726 | 0.9732 | 0.9738 | 0.9744 | 0.9750 | 0.9756 | 0.9761 | 0.9767 |
| 2.0 | 0.9772 | 0.9778 | 0.9783 | 0.9788 | 0.9793 | 0.9798 | 0.9803 | 0.9808 | 0.9812 | 0.9817 |
| 2.1 | 0.9821 | 0.9826 | 0.9830 | 0.9834 | 0.9838 | 0.9842 | 0.9846 | 0.9850 | 0.9854 | 0.9857 |
| x | 0.00 | 0.01 | 0.02 | 0.03 | 0.04 | 0.05 | 0.06 | 0.07 | 0.08 | 0.09 |
| 2.2 | 0.9861 | 0.9864 | 0.9868 | 0.9871 | 0.9875 | 0.9878 | 0.9881 | 0.9884 | 0.9887 | 0.9890 |
| 2.3 | 0.9893 | 0.9896 | 0.9898 | 0.9901 | 0.9904 | 0.9906 | 0.9909 | 0.9911 | 0.9913 | 0.9916 |
| 2.4 | 0.9918 | 0.9920 | 0.9922 | 0.9925 | 0.9927 | 0.9929 | 0.9931 | 0.9932 | 0.9934 | 0.9936 |
| 2.5 | 0.9938 | 0.9940 | 0.9941 | 0.9943 | 0.9945 | 0.9946 | 0.9948 | 0.9949 | 0.9951 | 0.9952 |
| 2.6 | 0.9953 | 0.9955 | 0.9956 | 0.9957 | 0.9959 | 0.9960 | 0.9961 | 0.9962 | 0.9963 | 0.9964 |
| 2.7 | 0.9965 | 0.9966 | 0.9967 | 0.9968 | 0.9969 | 0.9970 | 0.9971 | 0.9972 | 0.9973 | 0.9974 |
| 2.8 | 0.9974 | 0.9975 | 0.9976 | 0.9977 | 0.9977 | 0.9978 | 0.9979 | 0.9979 | 0.9980 | 0.9981 |
| 2.9 | 0.9981 | 0.9982 | 0.9982 | 0.9983 | 0.9984 | 0.9984 | 0.9985 | 0.9985 | 0.9986 | 0.9986 |
| 3.0 | 0.9987 | 0.9987 | 0.9987 | 0.9988 | 0.9988 | 0.9989 | 0.9989 | 0.9989 | 0.9990 | 0.9990 |
| 3.1 | 0.9990 | 0.9991 | 0.9991 | 0.9991 | 0.9992 | 0.9992 | 0.9992 | 0.9992 | 0.9993 | 0.9993 |
| 3.2 | 0.9993 | 0.9993 | 0.9994 | 0.9994 | 0.9994 | 0.9994 | 0.9994 | 0.9995 | 0.9995 | 0.9995 |
| 3.3 | 0.9995 | 0.9995 | 0.9995 | 0.9996 | 0.9996 | 0.9996 | 0.9996 | 0.9996 | 0.9996 | 0.9997 |
| 3.4 | 0.9997 | 0.9997 | 0.9997 | 0.9997 | 0.9997 | 0.9997 | 0.9997 | 0.9997 | 0.9997 | 0.9998 |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| x | 1.282 | 1.645 | 1.960 | 2.326 | 2.576 | 3.090 | 3.291 | 3.891 | 4.417 |
| F(x) | 0.90 | 0.95 | 0.975 | 0.99 | 0.995 | 0.999 | 0.9995 | 0.99995 | 0.999995 |
| 2[1 – F(x)] | 0.20 | 0.10 | 0.05 | 0.02 | 0.01 | 0.002 | 0.001 | 0.0001 | 0.00001 |

**ตารางที่ 2** ตารางการแจกแจงแบบ t (Student’s t Distribution)

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| υ | P | | | | |
| 0.10 | 0.05 | 0.025 | 0.01 | 0.005 |
| 1 | 3.078 | 6.314 | 12.706 | 31.821 | 63.657 |
| 2 | 1.886 | 2.920 | 4.303 | 6.965 | 9.925 |
| 3 | 1.638 | 2.353 | 3.182 | 4.541 | 5.841 |
| 4 | 1.533 | 2.132 | 2.776 | 3.747 | 4.604 |
| 5 | 1.476 | 2.015 | 2.571 | 3.365 | 4.032 |
| 6 | 1.440 | 1.943 | 2.447 | 3.143 | 3.707 |
| 7 | 1.415 | 1.895 | 2.365 | 2.998 | 3.499 |
| 8 | 1.397 | 1.860 | 2.306 | 2.896 | 3.355 |
| 9 | 1.383 | 1.833 | 2.262 | 2.821 | 3.250 |
| 10 | 1.372 | 1.812 | 2.228 | 2.764 | 3.169 |
| 11 | 1.363 | 1.796 | 2.201 | 2.718 | 3.106 |
| 12 | 1.356 | 1.782 | 2.179 | 2.681 | 3.055 |
| 13 | 1.350 | 1.771 | 2.160 | 2.650 | 3.012 |
| 14 | 1.345 | 1.761 | 2.145 | 2.624 | 2.977 |
| 15 | 1.341 | 1.753 | 2.131 | 2.602 | 2.947 |
| 16 | 1.337 | 1.746 | 2.120 | 2.583 | 2.921 |
| 17 | 1.333 | 1.740 | 2.110 | 2.567 | 2.898 |
| 18 | 1.330 | 1.734 | 2.101 | 2.552 | 2.878 |
| 19 | 1.328 | 1.729 | 2.093 | 2.539 | 2.861 |
| 20 | 1.325 | 1.725 | 2.086 | 2.528 | 2.845 |
| 21 | 1.323 | 1.721 | 2.080 | 2.518 | 2.831 |
| 22 | 1.321 | 1.717 | 2.074 | 2.508 | 2.819 |
| υ | P | | | | |
| 0.10 | 0.05 | 0.025 | 0.01 | 0.005 |
| 23 | 1.319 | 1.714 | 2.069 | 2.500 | 2.807 |
| 24 | 1.318 | 1.711 | 2.064 | 2.492 | 2.797 |
| 25 | 1.316 | 1.708 | 2.060 | 2.485 | 2.787 |
| 26 | 1.315 | 1.706 | 2.056 | 2.479 | 2.779 |
| 27 | 1.314 | 1.703 | 2.052 | 2.473 | 2.771 |
| 28 | 1.313 | 1.701 | 2.048 | 2.467 | 2.763 |
| 29 | 1.311 | 1.699 | 2.045 | 2.462 | 2.756 |
| 30 | 1.310 | 1.697 | 2.042 | 2.457 | 2.750 |
| 40 | 1.303 | 1.684 | 2.021 | 2.423 | 2.704 |
| 60 | 1.296 | 1.671 | 2.000 | 2.390 | 2.660 |
| 120 | 1.289 | 1.658 | 1.980 | 2.358 | 2.617 |
| ∞ | 1.282 | 1.645 | 1.960 | 2.326 | 2.576 |

**ตารางที่ 3.1** ตารางการแจกแจงแบบ F ( F Distribution) ( α = 0.10)

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| υ1 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 12 | 15 | 20 | 25 | 30 | 40 | 60 |
| υ2 |
| 1 | 39.86 | 49.50 | 53.59 | 55.83 | 57.24 | 58.20 | 58.91 | 59.44 | 59.86 | 60.19 | 60.71 | 61.22 | 61.74 | 62.05 | 62.26 | 62.53 | 62.79 |
| 2 | 8.53 | 9.00 | 9.16 | 9.24 | 9.29 | 9.33 | 9.35 | 9.37 | 9.38 | 9.39 | 9.41 | 9.42 | 9.44 | 9.45 | 9.46 | 9.47 | 9.47 |
| 3 | 5.54 | 5.46 | 5.39 | 5.34 | 5.31 | 5.28 | 5.27 | 5.25 | 5.24 | 5.23 | 5.22 | 5.20 | 5.18 | 5.17 | 5.17 | 5.16 | 5.15 |
| 4 | 4.54 | 4.32 | 4.19 | 4.11 | 4.05 | 4.01 | 3.98 | 3.95 | 3.94 | 3.92 | 3.90 | 3.87 | 3.84 | 3.83 | 3.82 | 3.80 | 3.79 |
| 5 | 4.06 | 3.78 | 3.62 | 3.52 | 3.45 | 3.40 | 3.37 | 3.34 | 3.32 | 3.30 | 3.27 | 3.24 | 3.21 | 3.19 | 3.17 | 3.16 | 3.14 |
| 6 | 3.78 | 3.46 | 3.29 | 3.18 | 3.11 | 3.05 | 3.01 | 2.98 | 2.96 | 2.94 | 2.90 | 2.87 | 2.84 | 2.81 | 2.80 | 2.78 | 2.76 |
| 7 | 3.59 | 3.26 | 3.07 | 2.96 | 2.88 | 2.83 | 2.78 | 2.75 | 2.72 | 2.70 | 2.67 | 2.63 | 2.59 | 2.57 | 2.56 | 2.54 | 2.51 |
| 8 | 3.46 | 3.11 | 2.92 | 2.81 | 2.73 | 2.67 | 2.62 | 2.59 | 2.56 | 2.54 | 2.50 | 2.46 | 2.42 | 2.40 | 2.38 | 2.36 | 2.34 |
| 9 | 3.36 | 3.01 | 2.81 | 2.69 | 2.61 | 2.55 | 2.51 | 2.47 | 2.44 | 2.42 | 2.38 | 2.34 | 2.30 | 2.27 | 2.25 | 2.23 | 2.21  218 |
| 10 | 3.29 | 2.92 | 2.73 | 2.61 | 2.52 | 2.46 | 2.41 | 2.38 | 2.35 | 2.32 | 2.28 | 2.24 | 2.20 | 2.17 | 2.16 | 2.13 | 2.11 |
| 11 | 3.23 | 2.86 | 2.66 | 2.54 | 2.45 | 2.39 | 2.34 | 2.30 | 2.27 | 2.25 | 2.21 | 2.17 | 2.12 | 2.10 | 2.08 | 2.05 | 2.03 |
| 12 | 3.18 | 2.81 | 2.61 | 2.48 | 2.39 | 2.33 | 2.28 | 2.24 | 2.21 | 2.19 | 2.15 | 2.10 | 2.06 | 2.03 | 2.01 | 1.99 | 1.96 |
| 13 | 3.14 | 2.76 | 2.56 | 2.43 | 2.35 | 2.28 | 2.23 | 2.20 | 2.16 | 2.14 | 2.10 | 2.05 | 2.01 | 1.98 | 1.96 | 1.93 | 1.90 |
| 14 | 3.10 | 2.73 | 2.52 | 2.39 | 2.31 | 2.24 | 2.19 | 2.15 | 2.12 | 2.10 | 2.05 | 2.01 | 1.96 | 1.93 | 1.91 | 1.89 | 1.86 |
| 15 | 3.07 | 2.70 | 2.49 | 2.36 | 2.27 | 2.21 | 2.16 | 2.12 | 2.09 | 2.06 | 2.02 | 1.97 | 1.92 | 1.89 | 1.87 | 1.85 | 1.82 |
| 16 | 3.05 | 2.67 | 2.46 | 2.33 | 2.24 | 2.18 | 2.13 | 2.09 | 2.06 | 2.03 | 1.99 | 1.94 | 1.89 | 1.86 | 1.84 | 1.81 | 1.78 |
| 17 | 3.03 | 2.64 | 2.44 | 2.31 | 2.22 | 2.15 | 2.10 | 2.06 | 2.03 | 2.00 | 1.96 | 1.91 | 1.86 | 1.83 | 1.81 | 1.78 | 1.75 |
| 18 | 3.01 | 2.62 | 2.42 | 2.29 | 2.20 | 2.13 | 2.08 | 2.04 | 2.00 | 1.98 | 1.93 | 1.89 | 1.84 | 1.80 | 1.78 | 1.75 | 1.72 |
| 19 | 2.99 | 2.61 | 2.40 | 2.27 | 2.18 | 2.11 | 2.06 | 2.02 | 1.98 | 1.96 | 1.91 | 1.86 | 1.81 | 1.78 | 1.76 | 1.73 | 1.70 |
| 20 | 2.97 | 2.59 | 2.38 | 2.25 | 2.16 | 2.09 | 2.04 | 2.00 | 1.96 | 1.94 | 1.89 | 1.84 | 1.79 | 1.76 | 1.74 | 1.71 | 1.68 |
| 21 | 2.96 | 2.57 | 2.36 | 2.23 | 2.14 | 2.08 | 2.02 | 1.98 | 1.95 | 1.92 | 1.87 | 1.83 | 1.78 | 1.74 | 1.72 | 1.69 | 1.66 |
| 22 | 2.95 | 2.56 | 2.35 | 2.22 | 2.13 | 2.06 | 2.01 | 1.97 | 1.93 | 1.90 | 1.86 | 1.81 | 1.76 | 1.73 | 1.70 | 1.67 | 1.64 |
| 23 | 2.94 | 2.55 | 2.34 | 2.21 | 2.11 | 2.05 | 1.99 | 1.95 | 1.92 | 1.89 | 1.84 | 1.80 | 1.74 | 1.71 | 1.69 | 1.66 | 1.62 |
| 24 | 2.93 | 2.54 | 2.33 | 2.19 | 2.10 | 2.04 | 1.98 | 1.94 | 1.91 | 1.88 | 1.83 | 1.78 | 1.73 | 1.70 | 1.67 | 1.64 | 1.61 |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 25 | 2.92 | 2.53 | 2.32 | 2.18 | 2.09 | 2.02 | 1.97 | 1.93 | 1.89 | 1.87 | 1.82 | 1.77 | 1.72 | 1.68 | 1.66 | 1.63 | 1.59 |
| υ1  υ2 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 12 | 15 | 20 | 25 | 30 | 40 | 60 |
| 26 | 2.91 | 2.52 | 2.31 | 2.17 | 2.08 | 2.01 | 1.96 | 1.92 | 1.88 | 1.86 | 1.81 | 1.76 | 1.71 | 1.67 | 1.65 | 1.61 | 1.58 |
| 27 | 2.90 | 2.51 | 2.30 | 2.17 | 2.07 | 2.00 | 1.95 | 1.91 | 1.87 | 1.85 | 1.80 | 1.75 | 1.70 | 1.66 | 1.64 | 1.60 | 1.57 |
| 28 | 2.89 | 2.50 | 2.29 | 2.16 | 2.06 | 2.00 | 1.94 | 1.90 | 1.87 | 1.84 | 1.79 | 1.74 | 1.69 | 1.65 | 1.63 | 1.59 | 1.56 |
| 29 | 2.89 | 2.50 | 2.28 | 2.15 | 2.06 | 1.99 | 1.93 | 1.89 | 1.86 | 1.83 | 1.78 | 1.73 | 1.68 | 1.64 | 1.62 | 1.58 | 1.55 |
| 30 | 2.88 | 2.49 | 2.28 | 2.14 | 2.05 | 1.98 | 1.93 | 1.88 | 1.85 | 1.82 | 1.77 | 1.72 | 1.67 | 1.63 | 1.61 | 1.57 | 1.54 |
| 40 | 2.84 | 2.44 | 2.23 | 2.09 | 2.00 | 1.93 | 1.87 | 1.83 | 1.79 | 1.76 | 1.71 | 1.66 | 1.61 | 1.57 | 1.54 | 1.51 | 1.47 |
| 60 | 2.79 | 2.39 | 2.18 | 2.04 | 1.95 | 1.87 | 1.82 | 1.77 | 1.74 | 1.71 | 1.66 | 1.60 | 1.54 | 1.50 | 1.48 | 1.44 | 1.40 |
| 120 | 2.75 | 2.35 | 2.13 | 1.99 | 1.90 | 1.82 | 1.77 | 1.72 | 1.68 | 1.65 | 1.60 | 1.55 | 1.48 | 1.45 | 1.41 | 1.37 | 1.32 |
| ∞ | 2.71 | 2.30 | 2.08 | 1.94 | 1.85 | 1.77 | 1.72 | 1.67 | 1.63 | 1.60 | 1.55 | 1.49 | 1.42 | 1.38 | 1.34 | 1.30 | 1.24 |

219

**ตารางที่ 3.2** ตารางการแจกแจงแบบ F ( F Distribution) ( α = 0.05)

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| υ1 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 12 | 15 | 20 | 24 | 30 | 40 | 60 | 120 | ∞ |
| υ2 |
| 1 | 161.4 | 199.5 | 215.7 | 224.6 | 230.2 | 234.0 | 236.8 | 238.9 | 240.5 | 241.9 | 243.9 | 245.9 | 248.0 | 249.1 | 250.1 | 251.1 | 252.2 | 253.3 | 254.3 |
| 2 | 18.51 | 19.00 | 19.16 | 19.25 | 19.30 | 19.33 | 19.35 | 19.37 | 19.38 | 19.40 | 19.41 | 19.43 | 19.45 | 19.45 | 19.46 | 19.47 | 19.48 | 19.49 | 19.50 |
| 3 | 10.13 | 9.55 | 9.28 | 9.12 | 9.01 | 8.94 | 8.89 | 8.85 | 8.81 | 8.79 | 8.74 | 8.70 | 8.66 | 8.64 | 8.62 | 8.59 | 8.57 | 8.55 | 8.53 |
| 4 | 7.71 | 6.94 | 6.59 | 6.39 | 6.26 | 6.16 | 6.09 | 6.04 | 6.00 | 5.96 | 5.91 | 5.86 | 5.80 | 5.77 | 5.75 | 5.72 | 5.69 | 5.66 | 5.63 |
| 5 | 6.61 | 5.79 | 5.41 | 5.19 | 5.05 | 4.95 | 4.88 | 4.82 | 4.77 | 4.74 | 4.68 | 4.62 | 4.56 | 4.53 | 4.50 | 4.46 | 4.43 | 4.40 | 4.36 |
| 6 | 5.99 | 5.14 | 4.76 | 4.53 | 4.39 | 4.28 | 4.21 | 4.15 | 4.10 | 4.06 | 4.00 | 3.94 | 3.87 | 3.84 | 3.81 | 3.77 | 3.74 | 3.70 | 3.67 |
| 7 | 5.59 | 4.74 | 4.35 | 4.12 | 3.97 | 3.87 | 3.79 | 3.73 | 3.68 | 3.64 | 3.57 | 3.51 | 3.41 | 3.41 | 3.38 | 3.34 | 3.30 | 3.27 | 3.23 |
| 8 | 5.32 | 4.46 | 4.07 | 3.84 | 3.69 | 3.58 | 3.50 | 3.44 | 3.39 | 3.35 | 3.28 | 3.22 | 3.15 | 3.12 | 3.08 | 3.04 | 3.01 | 2.97 | 2.93  220 |
| 9 | 5.12 | 4.26 | 3.86 | 3.63 | 3.48 | 3.37 | 3.29 | 3.23 | 3.18 | 3.14 | 3.07 | 3.01 | 2.94 | 2.90 | 2.86 | 2.83 | 2.79 | 2.75 | 2.71 |
| 10 | 4.96 | 4.10 | 3.71 | 3.48 | 3.33 | 3.22 | 3.14 | 3.07 | 3.02 | 2.98 | 2.91 | 2.85 | 2.77 | 2.74 | 2.70 | 2.66 | 2.62 | 2.58 | 2.54 |
| 11 | 4.84 | 3.98 | 3.59 | 3.36 | 3.20 | 3.09 | 3.01 | 2.95 | 2.90 | 2.85 | 2.79 | 2.72 | 2.65 | 2.61 | 2.57 | 2.53 | 2.49 | 2.45 | 2.40 |
| 12 | 4.75 | 3.89 | 3.49 | 3.26 | 3.11 | 3.00 | 2.91 | 2.85 | 2.80 | 2.75 | 2.69 | 2.62 | 2.54 | 2.51 | 2.47 | 2.43 | 2.38 | 2.34 | 2.30 |
| 13 | 4.67 | 3.81 | 3.41 | 3.18 | 3.03 | 2.92 | 2.83 | 2.77 | 2.71 | 2.67 | 2.60 | 2.53 | 2.46 | 2.42 | 2.38 | 2.34 | 2.30 | 2.25 | 2.21 |
| 14 | 4.60 | 3.74 | 3.34 | 3.11 | 2.96 | 2.85 | 2.76 | 2.70 | 2.65 | 2.60 | 2.53 | 2.46 | 2.39 | 2.35 | 2.31 | 2.27 | 2.22 | 2.18 | 2.13 |
| 15 | 4.54 | 3.68 | 3.29 | 3.06 | 2.90 | 2.79 | 2.71 | 2.64 | 2.59 | 2.54 | 2.48 | 2.40 | 2.33 | 2.29 | 2.25 | 2.20 | 2.16 | 2.11 | 2.07 |
| 16 | 4.49 | 3.63 | 3.24 | 3.01 | 2.85 | 2.74 | 2.66 | 2.59 | 2.54 | 2.49 | 2.42 | 2.35 | 2.28 | 2.24 | 2.19 | 2.15 | 2.11 | 2.06 | 2.01 |
| 17 | 4.45 | 3.59 | 3.20 | 2.96 | 2.81 | 2.70 | 2.61 | 2.55 | 2.49 | 2.45 | 2.38 | 2.31 | 2.23 | 2.19 | 2.15 | 2.10 | 2.06 | 2.01 | 1.96 |
| 18 | 4.41 | 3.55 | 3.16 | 2.93 | 2.77 | 2.66 | 2.58 | 2.51 | 2.46 | 2.41 | 2.34 | 2.27 | 2.19 | 2.15 | 2.11 | 2.06 | 2.02 | 1.97 | 1.92 |
| 19 | 4.38 | 3.52 | 3.13 | 2.90 | 2.74 | 2.63 | 2.54 | 2.48 | 2.42 | 2.38 | 2.31 | 2.23 | 2.16 | 2.11 | 2.07 | 2.03 | 1.98 | 1.93 | 1.88 |
| 20 | 4.35 | 3.49 | 3.10 | 2.87 | 2.71 | 2.60 | 2.51 | 2.45 | 2.39 | 2.35 | 2.28 | 2.20 | 2.12 | 2.08 | 2.04 | 1.99 | 1.95 | 1.90 | 1.84 |
| 21 | 4.32 | 3.47 | 3.07 | 2.84 | 2.68 | 2.57 | 2.49 | 2.42 | 2.37 | 2.32 | 2.25 | 2.18 | 2.10 | 2.05 | 2.01 | 1.96 | 1.92 | 1.87 | 1.81 |
| 22 | 4.30 | 3.44 | 3.05 | 2.82 | 2.66 | 2.55 | 2.46 | 2.40 | 2.34 | 2.30 | 2.23 | 2.15 | 2.07 | 2.03 | 1.98 | 1.94 | 1.89 | 1.84 | 1.78 |
| 23 | 4.28 | 3.42 | 3.03 | 2.80 | 2.64 | 2.53 | 2.44 | 2.37 | 2.32 | 2.27 | 2.20 | 2.13 | 2.05 | 2.01 | 1.96 | 1.91 | 1.86 | 1.81 | 1.76 |
| 24 | 4.26 | 3.40 | 3.01 | 2.78 | 2.62 | 2.51 | 2.42 | 2.36 | 2.30 | 2.25 | 2.18 | 2.11 | 2.03 | 1.98 | 1.94 | 1.89 | 1.84 | 1.79 | 1.73 |
| 25 | 4.24 | 3.39 | 2.99 | 2.76 | 2.60 | 2.49 | 2.40 | 2.34 | 2.28 | 2.24 | 2.16 | 2.09 | 2.01 | 1.96 | 1.92 | 1.87 | 1.82 | 1.77 | 1.71 |
| υ1  υ2 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 12 | 15 | 20 | 24 | 30 | 40 | 60 | 120 | ∞ |
| 26 | 4.23 | 3.37 | 2.98 | 2.74 | 2.59 | 2.47 | 2.39 | 2.32 | 2.27 | 2.22 | 2.15 | 2.07 | 1.99 | 1.95 | 1.90 | 1.85 | 1.80 | 1.75 | 1.69 |
| 27 | 4.21 | 3.35 | 2.96 | 2.73 | 2.57 | 2.46 | 2.37 | 2.31 | 2.25 | 2.20 | 2.13 | 2.06 | 1.97 | 1.93 | 1.88 | 1.84 | 1.79 | 1.73 | 1.67 |
| 28 | 4.20 | 3.34 | 2.95 | 2.71 | 2.56 | 2.45 | 2.36 | 2.29 | 2.24 | 2.19 | 2.12 | 2.04 | 1.96 | 1.91 | 1.87 | 1.82 | 1.77 | 1.71 | 1.65 |
| 29 | 4.18 | 3.33 | 2.93 | 2.70 | 2.55 | 2.43 | 2.35 | 2.28 | 2.22 | 2.18 | 2.10 | 2.03 | 1.94 | 1.90 | 1.85 | 1.81 | 1.75 | 1.70 | 1.64 |
| 30 | 4.17 | 3.32 | 2.92 | 2.69 | 2.53 | 2.42 | 2.33 | 2.27 | 2.21 | 2.16 | 2.09 | 2.01 | 1.93 | 1.89 | 1.84 | 1.79 | 1.74 | 1.68 | 1.62 |
| 40 | 4.08 | 3.23 | 2.84 | 2.61 | 2.45 | 2.34 | 2.25 | 2.18 | 2.12 | 2.08 | 2.00 | 1.92 | 1.84 | 1.79 | 1.74 | 1.69 | 1.64 | 1.58 | 1.51 |
| 60 | 4.00 | 3.15 | 2.76 | 2.53 | 2.37 | 2.25 | 2.17 | 2.10 | 2.04 | 1.99 | 1.92 | 1.84 | 1.75 | 1.70 | 1.65 | 1.59 | 1.53 | 1.47 | 1.39 |
| 120 | 3.92 | 3.07 | 2.68 | 2.45 | 2.29 | 2.17 | 2.09 | 2.02 | 1.96 | 1.91 | 1.83 | 1.75 | 1.66 | 1.61 | 1.55 | 1.50 | 1.43 | 1.35 | 1.25 |
| ∞ | 3.84 | 3.00 | 2.60 | 2.37 | 2.21 | 2.10 | 2.01 | 1.94 | 1.88 | 1.83 | 1.75 | 1.67 | 1.57 | 1.52 | 1.46 | 1.39 | 1.32 | 1.22 | 1.00  221 |

**ตารางที่ 3.3** ตารางการแจกแจงแบบ F ( F Distribution) ( α = 0.025)

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| υ1 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 12 | 15 | 20 | 24 | 30 | 40 | 60 | 120 | ∞ |
| υ2 |
| 1 | 647.79 | 799.50 | 864.16 | 899.58 | 921.85 | 937.11 | 948.22 | 956.66 | 963.28 | 968.63 | 976.71 | 984.87 | 993.10 | 997.25 | 1001.4 | 1005.6 | 1009.8 | 1014.0 | 1018.3 |
| 2 | 38.51 | 39.00 | 39.17 | 39.25 | 39.30 | 39.33 | 39.36 | 39.37 | 39.39 | 39.40 | 39.42 | 39.43 | 39.45 | 39.46 | 39.47 | 39.47 | 39.48 | 39.49 | 39.50 |
| 3 | 17.44 | 16.04 | 15.44 | 15.10 | 14.89 | 14.74 | 14.62 | 14.54 | 14.47 | 14.42 | 14.34 | 14.25 | 14.17 | 14.12 | 14.08 | 14.04 | 13.99 | 13.95 | 13.90 |
| 4 | 12.22 | 10.65 | 9.98 | 9.60 | 9.36 | 9.20 | 9.07 | 8.98 | 8.90 | 8.84 | 8.75 | 8.66 | 8.56 | 8.51 | 8.46 | 8.41 | 8.36 | 8.31 | 8.26 |
| 5 | 10.00 | 8.43 | 7.76 | 7.39 | 7.15 | 6.98 | 6.85 | 6.76 | 6.68 | 6.62 | 6.52 | 6.43 | 6.33 | 6.28 | 6.23 | 6.18 | 6.12 | 6.07 | 6.02 |
| 6 | 8.81 | 7.26 | 6.60 | 6.23 | 5.99 | 5.82 | 5.70 | 5.60 | 5.52 | 5.46 | 5.37 | 5.27 | 5.17 | 5.12 | 5.07 | 5.01 | 4.96 | 4.90 | 4.85 |
| 7 | 8.07 | 6.54 | 5.89 | 5.52 | 5.29 | 5.12 | 4.99 | 4.90 | 4.82 | 4.76 | 4.67 | 4.57 | 4.47 | 4.42 | 4.36 | 4.31 | 4.25 | 4.20 | 4.14 |
| 8 | 7.57 | 6.06 | 5.42 | 5.05 | 4.82 | 4.65 | 4.53 | 4.43 | 4.36 | 4.30 | 4.20 | 4.10 | 4.00 | 3.95 | 3.89 | 3.84 | 3.78 | 3.73 | 3.67 |
| 9 | 7.21 | 5.71 | 5.08 | 4.72 | 4.48 | 4.32 | 4.20 | 4.10 | 4.03 | 3.96 | 3.87 | 3.77 | 3.67 | 3.61 | 3.56 | 3.51 | 3.45 | 3.39 | 3.33 |
| 10 | 6.94 | 5.46 | 4.83 | 4.47 | 4.24 | 4.07 | 3.95 | 3.85 | 3.78 | 3.72 | 3.62 | 3.52 | 3.42 | 3.37 | 3.31 | 3.26 | 3.20 | 3.14 | 3.08  222 |
| 11 | 6.72 | 5.26 | 4.63 | 4.28 | 4.04 | 3.88 | 3.76 | 3.66 | 3.59 | 3.53 | 3.43 | 3.33 | 3.23 | 3.17 | 3.12 | 3.06 | 3.00 | 2.94 | 2.88 |
| 12 | 6.55 | 5.10 | 4.47 | 4.12 | 3.89 | 3.73 | 3.61 | 3.51 | 3.44 | 3.37 | 3.28 | 3.18 | 3.07 | 3.02 | 2.96 | 2.91 | 2.85 | 2.79 | 2.72 |
| 13 | 6.41 | 4.97 | 4.35 | 4.00 | 3.77 | 3.60 | 3.48 | 3.39 | 3.31 | 3.25 | 3.15 | 3.05 | 2.95 | 2.89 | 2.84 | 2.78 | 2.72 | 2.66 | 2.60 |
| 14 | 6.30 | 4.86 | 4.24 | 3.89 | 3.66 | 3.50 | 3.38 | 3.29 | 3.21 | 3.15 | 3.05 | 2.95 | 2.84 | 2.79 | 2.73 | 2.67 | 2.61 | 2.55 | 2.49 |
| 15 | 6.20 | 4.77 | 4.15 | 3.80 | 3.58 | 3.41 | 3.29 | 3.20 | 3.12 | 3.06 | 2.96 | 2.86 | 2.76 | 2.70 | 2.64 | 2.59 | 2.52 | 2.46 | 2.40 |
| 16 | 6.12 | 4.69 | 4.08 | 3.73 | 3.50 | 3.34 | 3.22 | 3.12 | 3.05 | 2.99 | 2.89 | 2.79 | 2.68 | 2.63 | 2.57 | 2.51 | 2.45 | 2.38 | 2.32 |
| 17 | 6.04 | 4.62 | 4.01 | 3.66 | 3.44 | 3.28 | 3.16 | 3.06 | 2.98 | 2.92 | 2.82 | 2.72 | 2.62 | 2.56 | 2.50 | 2.44 | 2.38 | 2.32 | 2.25 |
| 18 | 5.98 | 4.56 | 3.95 | 3.61 | 3.38 | 3.22 | 3.10 | 3.01 | 2.93 | 2.87 | 2.77 | 2.67 | 2.56 | 2.50 | 2.44 | 2.38 | 2.32 | 2.26 | 2.19 |
| 19 | 5.92 | 4.51 | 3.90 | 3.56 | 3.33 | 3.17 | 3.05 | 2.96 | 2.88 | 2.82 | 2.72 | 2.62 | 2.51 | 2.45 | 2.39 | 2.33 | 2.27 | 2.20 | 2.13 |
| 20 | 5.87 | 4.46 | 3.86 | 3.51 | 3.29 | 3.13 | 3.01 | 2.91 | 2.84 | 2.77 | 2.68 | 2.57 | 2.46 | 2.41 | 2.35 | 2.29 | 2.22 | 2.16 | 2.09 |
| 21 | 5.83 | 4.42 | 3.82 | 3.48 | 3.25 | 3.09 | 2.97 | 2.87 | 2.80 | 2.73 | 2.64 | 2.53 | 2.42 | 2.37 | 2.31 | 2.25 | 2.18 | 2.11 | 2.04 |
| 22 | 5.79 | 4.38 | 3.78 | 3.44 | 3.22 | 3.05 | 2.93 | 2.84 | 2.76 | 2.70 | 2.60 | 2.50 | 2.39 | 2.33 | 2.27 | 2.21 | 2.14 | 2.08 | 2.00 |
| 23 | 5.75 | 4.35 | 3.75 | 3.41 | 3.18 | 3.02 | 2.90 | 2.81 | 2.73 | 2.67 | 2.57 | 2.47 | 2.36 | 2.30 | 2.24 | 2.18 | 2.11 | 2.04 | 1.97 |
| 24 | 5.72 | 4.32 | 3.72 | 3.38 | 3.15 | 2.99 | 2.87 | 2.78 | 2.70 | 2.64 | 2.54 | 2.44 | 2.33 | 2.27 | 2.21 | 2.15 | 2.08 | 2.01 | 1.94 |
| 25 | 5.69 | 4.29 | 3.69 | 3.35 | 3.13 | 2.97 | 2.85 | 2.75 | 2.68 | 2.61 | 2.51 | 2.41 | 2.30 | 2.24 | 2.18 | 2.12 | 2.05 | 1.98 | 1.91 |
| υ1  υ2 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 12 | 15 | 20 | 24 | 30 | 40 | 60 | 120 | ∞ |
| 26 | 5.66 | 4.27 | 3.67 | 3.33 | 3.10 | 2.94 | 2.82 | 2.73 | 2.65 | 2.59 | 2.49 | 2.39 | 2.28 | 2.22 | 2.16 | 2.09 | 2.03 | 1.95 | 1.88 |
| 27 | 5.63 | 4.24 | 3.65 | 3.31 | 3.08 | 2.92 | 2.80 | 2.71 | 2.63 | 2.57 | 2.47 | 2.36 | 2.25 | 2.19 | 2.13 | 2.07 | 2.00 | 1.93 | 1.85 |
| 28 | 5.61 | 4.22 | 3.63 | 3.29 | 3.06 | 2.90 | 2.78 | 2.69 | 2.61 | 2.55 | 2.45 | 2.34 | 2.23 | 2.17 | 2.11 | 2.05 | 1.98 | 1.91 | 1.83 |
| 29 | 5.59 | 4.20 | 3.61 | 3.27 | 3.04 | 2.88 | 2.76 | 2.67 | 2.59 | 2.53 | 2.43 | 2.32 | 2.21 | 2.15 | 2.09 | 2.03 | 1.96 | 1.89 | 1.81 |
| 30 | 5.57 | 4.18 | 3.59 | 3.25 | 3.03 | 2.87 | 2.75 | 2.65 | 2..57 | 2.51 | 2.41 | 2.31 | 2.20 | 2.14 | 2.07 | 2.01 | 1.94 | 1.87 | 1.79 |
| 40 | 5.42 | 4.05 | 3.46 | 3.13 | 2.90 | 2.74 | 2.62 | 2.53 | 2.45 | 2.39 | 2.29 | 2.18 | 2.07 | 2.01 | 1.94 | 1.88 | 1.80 | 1.72 | 1.64 |
| 60 | 5.29 | 3.93 | 3.34 | 3.01 | 2.79 | 2.63 | 2.51 | 2.41 | 2.33 | 2.27 | 2.17 | 2.06 | 1.94 | 1.88 | 1.82 | 1.74 | 1.67 | 1.58 | 1.48 |
| 120 | 5.15 | 3.80 | 3.23 | 2.89 | 2.67 | 2.52 | 2.39 | 2.30 | 2.22 | 2.16 | 2.05 | 1.95 | 1.82 | 1.76 | 1.69 | 1.61 | 1.53 | 1.43 | 1.31 |
| ∞ | 5.02 | 3.69 | 3.12 | 2.79 | 2.57 | 2.41 | 2.29 | 2.19 | 2.11 | 2.05 | 1.94 | 1.83 | 1.71 | 1.64 | 1.57 | 1.48 | 1.39 | 1.27 | 1.00 |

223

**ตารางที่ 3.4** ตารางการแจกแจงแบบ F ( F Distribution) ( α = 0.01)

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| υ1 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 12 | 15 | 20 | 24 | 30 | 40 | 60 | 120 | ∞ |
| υ2 |
| 1 | 4052 | 4999.5 | 5403 | 5625 | 5764 | 5859 | 5928 | 5981 | 6022 | 6056 | 6106 | 6157 | vv6209 | 6235 | 6261 | 6287 | 6313 | 6339 | 6366 |
| 2 | 98.50 | 99.00 | 99.17 | 99.25 | 99.30 | 99.33 | 99.36 | 99.37 | 99.39 | 99.40 | 99.42 | 99.43 | 99.45 | 99.46 | 99.47 | 99.47 | 99.48 | 99.49 | 99.50 |
| 3 | 34.12 | 30.82 | 29.46 | 28.71 | 28.24 | 27.91 | 27.67 | 27.49 | 27.35 | 27.23 | 27.05 | 26.87 | 26.69 | 26.60 | 26.50 | 26.41 | 26.32 | 26.22 | 26.13 |
| 4 | 21.20 | 18.00 | 16.69 | 15.98 | 15.52 | 15.21 | 14.98 | 14.80 | 14.66 | 14.55 | 14.37 | 14.20 | 14.02 | 13.93 | 13.84 | 13.75 | 13.65 | 13.56 | 13.46 |
| 5 | 16.26 | 13.27 | 12.06 | 11.39 | 10.97 | 10.67 | 10.46 | 10.29 | 10.16 | 10.05 | 9.89 | 9.72 | 9.55 | 9.47 | 9.38 | 9.29 | 9.20 | 9.11 | 9.02 |
| 6 | 13.75 | 10.92 | 9.78 | 9.15 | 8.75 | 8.47 | 8.26 | 8.10 | 7.98 | 7.87 | 7.72 | 7.56 | 7.40 | 7.31 | 7.23 | 7.14 | 7.06 | 6.97 | 6.88 |
| 7 | 12.25 | 9.55 | 8.45 | 7.85 | 7.46 | 7.19 | 6.99 | 6.84 | 6.72 | 6.62 | 6.47 | 6.31 | 6.16 | 6.07 | 5.99 | 5.91 | 5.82 | 5.74 | 5.65 |
| .8 | 11.26 | 8.65 | 7.59 | 7.01 | 6.63 | 6.37 | 6.18 | 6.03 | 5.91 | 5.81 | 5.67 | 5.52 | 5.36 | 5.28 | 5.20 | 5.12 | 5.03 | 4.95 | 4.86 |
| 9 | 10.56 | 8.02 | 6.99 | 6.42 | 6.06 | 5.80 | 5.61 | 5.47 | 5.35 | 5.26 | 5.11 | 4.96 | 4.81 | 4.73 | 4.65 | 4.57 | 4.48 | 4.40 | 4.31  224 |
| .10 | 10.04 | 7.56 | 6.55 | 5.99 | 5.64 | 5.39 | 5.20 | 5.06 | 4.94 | 4.85 | 4.71 | 4.56 | 4.41 | 4.33 | 4.25 | 4.17 | 4.08 | 4.00 | 3.91 |
| 11 | 9.65 | 7.21 | 6.22 | 5.67 | 5.32 | 5.07 | 4.89 | 4.74 | 4.63 | 4.54 | 4.40 | 4.25 | 4.10 | 4.02 | 3.94 | 3.86 | 3.78 | 3.69 | 3.60 |
| 12 | 9.33 | 6.93 | 5.95 | 5.41 | 5.06 | 4.82 | 4.64 | 4.50 | 4.39 | 4.30 | 4.16 | 4.01 | 3.86 | 3.78 | 3.70 | 3.62 | 3.54 | 3.45 | 3.36 |
| 13 | 9.07 | 6.70 | 5.74 | 5.21 | 4.86 | 4.62 | 4.44 | 4.30 | 4.19 | 4.10 | 3.96 | 3.82 | 3.66 | 3.59 | 3.51 | 3.43 | 3.34 | 3.25 | 3.17 |
| 14 | 8.86 | 6.51 | 5.56 | 5.04 | 4.69 | 4.46 | 4.28 | 4.14 | 4.03 | 3.94 | 3.80 | 3.66 | 3.51 | 3.43 | 3.35 | 3.27 | 3.18 | 3.09 | 3.00 |
| .15 | 8.68 | 6.36 | 5.42 | 4.89 | 4.56 | 4.32 | 4.14 | 4.00 | 3.89 | 3.80 | 3.67 | 3.52 | 3.37 | 3.29 | 3.21 | 3.13 | 3.05 | 2.96 | 2.87 |
| 16 | 8.53 | 6.23 | 5.29 | 4.77 | 4.44 | 4.20 | 4.03 | 3.89 | 3.78 | 3.69 | 3.55 | 3.41 | 3.26 | 3.18 | 3.10 | 3.02 | 2.93 | 2.84 | 2.75 |
| 17 | 8.40 | 6.11 | 5.18 | 4.67 | 4.34 | 4.10 | 3.93 | 3.79 | 3.68 | 3.59 | 3.46 | 3.31 | 3.16 | 3.08 | 3.00 | 2.92 | 2.83 | 2.75 | 2.65 |
| 18 | 8.29 | 6.01 | 5.09 | 4.58 | 4.25 | 4.01 | 3.84 | 3.71 | 3.60 | 3.51 | 3.37 | 3.23 | 3.08 | 3.00 | 2.92 | 2.84 | 2.75 | 2.66 | 2.57 |
| 19 | 8.18 | 5.93 | 5.01 | 4.50 | 4.17 | 3.94 | 3.77 | 3.63 | 3.52 | 3.43 | 3.30 | 3.15 | 3.00 | 2.92 | 2.84 | 2.76 | 2.67 | 2.58 | 2.49 |
| 20 | 8.10 | 5.85 | 4.94 | 4.43 | 4.10 | 3.87 | 3.70 | 3.56 | 3.46 | 3.37 | 3.23 | 3.09 | 2.94 | 2.86 | 2.78 | 2.69 | 2.61 | 2.52 | 2.42 |
| 21 | 8.02 | 5.78 | 4.87 | 4.37 | 4.04 | 3.81 | 3.64 | 3.51 | 3.40 | 3.31 | 3.17 | 3.03 | 2.88 | 2.80 | 2.72 | 2.64 | 2.55 | 2.46 | 2.36 |
| 22 | 7.95 | 5.72 | 4.82 | 4.31 | 3.99 | 3.76 | 3.59 | 3.45 | 3.35 | 3.26 | 3.12 | 2.98 | 2.83 | 2.75 | 2.67 | 2.58 | 2.50 | 2.40 | 2.31 |
| 23 | 7.88 | 5.66 | 4.76 | 4.26 | 3.94 | 3.71 | 3.54 | 3.41 | 3.30 | 3.21 | 3.07 | 2.93 | 2.78 | 2.70 | 2.62 | 2.54 | 2.45 | 2.35 | 2.26 |
| 24 | 7.82 | 5.61 | 4.72 | 4.22 | 3.90 | 3.67 | 3.50 | 3.36 | 3.26 | 3.17 | 3.03 | 2.89 | 2.74 | 2.66 | 2.58 | 2.49 | 2.40 | 2.31 | 2.21 |
| 25 | 7.77 | 5.57 | 4.68 | 4.18 | 3.85 | 3.63 | 3.46 | 3.32 | 3.22 | 3.13 | 2.99 | 2.85 | 2.70 | 2.62 | 2.54 | 2.45 | 2.36 | 2.27 | 2.17 |
| υ1  υ2 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 12 | 15 | 20 | 24 | 30 | 40 | 60 | 120 | ∞ |
| 26 | 7.72 | 5.53 | 4.64 | 4.14 | 3.82 | 3.59 | 3.42 | 3.29 | 3.18 | 3.09 | 2.96 | 2.81 | 2.66 | 2.58 | 2.50 | 2.42 | 2.33 | 2.23 | 2.13 |
| 27 | 7.68 | 5.49 | 4.60 | 4.11 | 3.78 | 3.56 | 3.39 | 3.26 | 3.15 | 3.06 | 2.93 | 2.78 | 2.63 | 2.55 | 2.47 | 2.38 | 2.29 | 2.20 | 2.10 |
| 28 | 7.64 | 5.45 | 4.57 | 4.07 | 3.75 | 3.53 | 3.36 | 3.23 | 3.12 | 3.03 | 2.90 | 2.75 | 2.60 | 2.52 | 2.44 | 2.35 | 2.26 | 2.17 | 2.06 |
| 29 | 7.60 | 5.42 | 4.54 | 4.04 | 3.73 | 3.50 | 3.33 | 3.20 | 3.09 | 3.00 | 2.87 | 2.73 | 2.57 | 2.49 | 2.41 | 2.33 | 2.23 | 2.14 | 2.03 |
| 30 | 7.56 | 5.39 | 4.51 | 4.02 | 3.70 | 3.47 | 3.30 | 3.17 | 3.07 | 2.98 | 2.84 | 2.70 | 2.55 | 2.47 | 2.39 | 2.30 | 2.21 | 2.11 | 2.01 |
| 40 | 7.31 | 5.18 | 4.31 | 3.83 | 3.51 | 3.29 | 3.12 | 2.99 | 2.89 | 2.80 | 2.66 | 2.52 | 2.37 | 2.29 | 2.20 | 2.11 | 2.02 | 1.92 | 1.80 |
| 60 | 7.08 | 4.98 | 4.13 | 3.65 | 3.34 | 3.12 | 2.95 | 2.82 | 2.72 | 2.63 | 2.50 | 2.35 | 2.20 | 2.12 | 2.03 | 1.94 | 1.84 | 1.73 | 1.60 |
| 120 | 6..85 | 4.79 | 3.95 | 3.48 | 3.17 | 2.96 | 2.79 | 2.66 | 2.56 | 2.47 | 2.34 | 2.19 | 2.03 | 1.95 | 1.86 | 1.76 | 1.66 | 1.53 | 1.38  225 |
| ∞ | 6.63 | 4.61 | 3.78 | 3.32 | 3.02 | 2.80 | 2.64 | 2.51 | 2.41 | 2.32 | 2.18 | 2.04 | 1.88 | 1.79 | 1.70 | 1.59 | 1.47 | 1.32 | 1.00 |

**ตารางที่ 4** ตารางการแจกแจงไคสแควร์ (χ2  Distribution)



|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| υ | α | | | | | | | | | |
| 0.995 | 0.99 | 0.975 | 0.95 | 0.90 | 0.10 | 0.05 | 0.025 | 0.01 | 0.005 |
| 1 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.02 | 2.71 | 3.84 | 5.02 | 6.63 | 7.88 |
| 2 | 0.01 | 0.02 | 0.05 | 0.10 | 0.21 | 4.61 | 5.99 | 7.38 | 9.21 | 10.60 |
| 3 | 0.07 | 0.11 | 0.22 | 0.35 | 0.58 | 6.25 | 7.81 | 9.35 | 11.34 | 12.84 |
| 4 | 0.21 | 0.30 | 0.48 | 0.71 | 1.06 | 7.78 | 9.49 | 11.14 | 13.28 | 14.86 |
| 5 | 0.41 | 0.55 | 0.83 | 1.15 | 1.61 | 9.24 | 11.07 | 12.83 | 15.09 | 16.75 |
| 6 | 0.68 | 0.87 | 1.24 | 1.64 | 2.20 | 10.64 | 12.59 | 14.45 | 16.81 | 18.55 |
| 7 | 0.99 | 1.24 | 1.69 | 2.17 | 2.83 | 12.02 | 14.07 | 16.01 | 18.48 | 20.28 |
| 8 | 1.34 | 1.65 | 2.18 | 2.73 | 3.49 | 13.36 | 15.51 | 17.54 | 20.09 | 21.96 |
| 9 | 1.73 | 2.09 | 2.70 | 2.33 | 4.17 | 14.68 | 16.92 | 19.02 | 21.67 | 23.59 |
| 10 | 2.16 | 2.56 | 3.25 | 3.94 | 4.87 | 15.99 | 18.31 | 20.48 | 23.21 | 25.19 |
| 11 | 2.60 | 3.05 | 3.82 | 4.57 | 5.58 | 17.28 | 19.68 | 21.92 | 24.72 | 26.76 |
| 12 | 3.07 | 3.57 | 4.40 | 5.23 | 6.30 | 18.55 | 21.03 | 23.34 | 26.22 | 28.30 |
| 13 | 3.57 | 4.11 | 5.01 | 5.89 | 7.04 | 19.81 | 22.36 | 24.74 | 27.69 | 29.82 |
| 14 | 4.07 | 4.66 | 5.63 | 6.57 | 7.79 | 21.06 | 23.68 | 26.12 | 29.14 | 31.32 |
| 15 | 4.60 | 5.23 | 6.26 | 7.26 | 8.55 | 22.31 | 25.00 | 27.49 | 30.58 | 32.80 |
| 16 | 5.14 | 5.81 | 6.91 | 7.96 | 9.21 | 23.54 | 26.30 | 28.85 | 32.00 | 34.27 |
| 17 | 5.70 | 6.41 | 7.56 | 8.67 | 10.09 | 24.77 | 27.59 | 30.19 | 33.41 | 35.72 |
| 18 | 6.26 | 7.01 | 8.23 | 9.39 | 10.86 | 25.99 | 28.87 | 31.53 | 34.81 | 37.16 |
| 19 | 6.84 | 7.63 | 8.91 | 10.12 | 11.65 | 27.20 | 30.14 | 32.85 | 36.19 | 38.58 |
| υ | α | | | | | | | | | |
| 0.995 | 0.99 | 0.975 | 0.95 | 0.90 | 0.10 | 0.05 | 0.025 | 0.01 | 0.005 |
| 20 | 7.43 | 8.26 | 9.59 | 10.85 | 12.44 | 28.41 | 31.41 | 34.17 | 37.57 | 40.00 |
| 21 | 8.03 | 8.90 | 10.28 | 11.59 | 13.24 | 29.62 | 32.67 | 35.48 | 38.93 | 41.40 |
| 22 | 8.64 | 9.54 | 10.98 | 12.34 | 14.04 | 30.81 | 33.92 | 36.78 | 40.29 | 42.80 |
| 23 | 9.26 | 10.20 | 11.69 | 13.09 | 14.85 | 32.01 | 35.17 | 38.08 | 41.64 | 44.18 |
| 24 | 9.89 | 10.86 | 12.40 | 13.85 | 15.66 | 33.20 | 36.42 | 39.36 | 42.98 | 45.56 |
| 25 | 10.52 | 11.52 | 13.12 | 14.61 | 16.47 | 34.38 | 37.65 | 40.65 | 44.31 | 46.93 |
| 26 | 11.16 | 12.20 | 13.84 | 15.38 | 17.29 | 35.56 | 38.89 | 41.92 | 45.64 | 48.29 |
| 27 | 11.81 | 12.88 | 14.57 | 16.15 | 18.11 | 36.74 | 40.11 | 43.19 | 46.96 | 49.65 |
| 28 | 12.46 | 13.56 | 15.31 | 16.93 | 18.94 | 37.92 | 41.34 | 44.46 | 48.28 | 50.99 |
| 29 | 13.12 | 14.26 | 16.05 | 17.71 | 19.77 | 39.09 | 42.56 | 45.72 | 49.59 | 52.34 |
| 30 | 13.79 | 14.95 | 16.79 | 18.49 | 20.60 | 40.26 | 43.77 | 46.98 | 50.89 | 53.67 |

**ตารางที่ 5** ตารางการแจกแจงปัวส์ซอง (Poisson Distribution)

|  |  |
| --- | --- |
| λ | |
| **X** | **0.1 0.2 0.3 0.4 0.5 0.6 0.7 0.8 0.9 1.0** |
| 0 | 0.9048 0.8187 0.7408 0.6703 0.6065 0.5488 0.4966 0.4493 0.4066 0.3679 |
| 1 | 0.0905 0.1637 0.2222 0.2681 0.3033 0.3293 0.3476 0.3595 0.3659 0.3679 |
| 2 | 0.0045 0.0164 0.0333 0.0536 0.0758 0.0988 0.1217 0.1438 0.1647 0.1839 |
| 3 | 0.0002 0.0011 0.0033 0.0072 0.0126 0.0198 0.0284 0.0383 0.0494 0.0613 |
| 4 | 0.0000 0.0001 0.0003 0.0007 0.0016 0.0030 0.0050 0.0077 0.0111 0.0153 |
| 5 | 0.0000 0.0000 0.0000 0.0001 0.0002 0.0004 0.0007 0.0012 0.0020 0.0031 |
| 6 | 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0001 0.0002 0.0003 0.0005 |
| 7 | 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0001 |

|  |  |
| --- | --- |
| λ | |
| **X** | **1.1 1.2 1.3 1.4 1.5 1.6 1.7 1.8 1.9 2.0** |
| 0 | 0.3329 0.3012 0.2725 0.2466 0.2231 0.2019 0.1827 0.1653 0.1496 0.1353 |
| 1 | 0.3662 0.3614 0.3543 0.3452 0.3347 0.3230 0.3106 0.2975 0.2842 0.2707 |
| 2 | 0.2014 0.2169 0.2303 0.2417 0.2510 0.2584 0.2640 0.2678 0.2700 0.2707 |
| 3 | 0.0738 0.0867 0.0998 0.1128 0.1255 0.1378 0.1496 0.1607 0.1710 0.1804 |
| 4 | 0.0203 0.0260 0.0324 0.0395 0.0471 0.0551 0.0636 0.0723 0.0812 0.0902 |
| 5 | 0.0045 0.0062 0.0084 0.0111 0.0141 0.0176 0.0216 0.0260 0.0309 0.0361 |
| 6 | 0.0008 0.0012 0.0018 0.0026 0.0035 0.0047 0.0061 0.0078 0.0098 0.0120 |
| 7 | 0.0001 0.0002 0.0003 0.0005 0.0008 0.0011 0.0015 0.0020 0.0027 0.0034 |
| 8 | 0.0000 0.0000 0.0001 0.0001 0.0001 0.0002 0.0003 0.0005 0.0006 0.0009 |
| 9 | 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0001 0.0001 0.0001 0.0002 |

|  |  |
| --- | --- |
| **λ** | |
| **X** | **2.1 2.2 2.3 2.4 2.5 2.6 2.7 2.8 2.9 3.0** |
| 0 | 0.1225 0.1108 0.1003 0.0907 0.0821 0.0743 0.0672 0.0608 0.0550 0.0498 |
| 1 | 0.2572 0.2438 0.2306 0.2177 0.2052 0.1931 0.1815 0.1703 0.1596 0.1494 |
| 2 | 0.2700 0.2681 0.2652 0.2613 0.2565 0.2510 0.2450 0.2384 0.2314 0.2240 |
| 3 | 0.1890 0.1966 0.2033 0.2090 0.2138 0.2176 0.2205 0.2225 0.2237 0.2240 |
| 4 | 0.0992 0.1082 0.1169 0.1254 0.1336 0.1414 0.1488 0.1557 0.1622 0.1680 |
| 5 | 0.0417 0.0476 0.0538 0.0602 0.0668 0.0735 0.0804 0.0872 0.0940 0.1008 |
| 6 | 0.0146 0.0174 0.0206 0.0241 0.0278 0.0319 0.0362 0.0407 0.0455 0.0504 |
| 7 | 0.0044 0.0055 0.0068 0.0083 0.0099 0.0118 0.0139 0.0163 0.0188 0.0216 |
| 8 | 0.0011 0.0015 0.0019 0.0025 0.0031 0.0038 0.0047 0.0057 0.0068 0.0081 |
| 9 | 0.0003 0.0004 0.0005 0.0007 0.0009 0.0011 0.0014 0.0018 0.0022 0.0027 |
| 10 | 0.0001 0.0001 0.0001 0.0002 0.0002 0.0003 0.0004 0.0005 0.0006 0.0008 |
| 11 | 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0001 0.0001 0.0001 0.0002 0.0002 |
| 12 | 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0001 |

|  |  |
| --- | --- |
| λ | |
| **X** | **3.1 3.2 3.3 3.4 3.5 3.6 3.7 3.8 3.9 4.0** |
| 0 | 0.0450 0.0408 0.0369 0.0334 0.0302 0.0273 0.0247 0.0224 0.0202 0.0183 |
| 1 | 0.1397 0.1340 0.1217 0.1135 0.1057 0.0984 0.0915 0.0850 0.0789 0.0733 |
| 2 | 0.2165 0.2087 0.2008 0.1929 0.1850 0.1771 0.1692 0.1615 0.1539 0.1465 |
| 3 | 0.2237 0.2226 0.2209 0.2186 0.2158 0.2125 0.2087 0.2046 0.2001 0.1954 |
| 4 | 0.1734 0.1781 0.1823 0.1858 0.1888 0.1912 0.1931 0.1944 0.1951 0.1954 |
| 5 | 0.1075 0.1140 0.1203 0.1264 0.1322 0.1377 0.1429 0.1477 0.1522 0.1563 |
| 6 | 0.0555 0.0608 0.0662 0.0716 0.0771 0.0826 0.0881 0.0936 0.0989 0.1042 |
| 7 | 0.0246 0.0278 0.0312 0.0348 0.0385 0.0425 0.0466 0.0508 0.0551 0.0595 |
| 8 | 0.0095 0.0111 0.0129 0.0148 0.0169 0.0191 0.0215 0.0241 0.0269 0.0298 |
| 9 | 0.0033 0.0040 0.0047 0.0056 0.0066 0.0076 0.0089 0.0102 0.0116 0.0132 |
| 10 | 0.0010 0.0013 0.0016 0.0019 0.0023 0.0028 0.0033 0.0039 0.0045 0.0053 |
| 11 | 0.0003 0.0004 0.0005 0.0006 0.0007 0.0009 0.0011 0.0013 0.0016 0.0019 |
| 12 | 0.0001 0.0001 0.0001 0.0002 0.0002 0.0003 0.0003 0.0004 0.0005 0.0006 |
| 13 | 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0001 0.0001 0.0001 0.0001 0.0002 0.0002 |
| 14 | 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0001 |

|  |  |
| --- | --- |
| λ | |
| **X** | **4.1 4.2 4.3 4.4 4.5 4.6 4.7 4.8 4.9 5.0** |
| 0 | 0.0166 0.0150 0.0136 0.0123 0.0111 0.0101 0.0091 0.0082 0.0074 0.0067 |
| 1 | 0.0679 0.0630 0.0583 0.0540 0.0500 0.0462 0.0427 0.0395 0.0365 0.0337 |
| 2 | 0.1393 0.1323 0.1254 0.1188 0.1125 0.1063 0.1005 0.0948 0.0894 0.0842 |
| 3 | 0.1904 0.1852 0.1798 0.1743 0.1687 0.1631 0.1574 0.1517 0.1460 0.1404 |
| 4 | 0.1951 0.1944 0.1933 0.1917 0.1898 0.1875 0.1849 0.1820 0.1789 0.1755 |
| 5 | 0.1600 0.1633 0.1662 0.1687 0.1708 0.1725 0.1738 0.1747 0.1753 0.1755 |
| 6 | 0.1093 0.1143 0.1191 0.1237 0.1281 0.1323 0.1362 0.1398 0.1432 0.1462 |
| 7 | 0.0640 0.0686 0.0732 0.0778 0.0824 0.0869 0.0914 0.0959 0.1002 0.1044 |
| 8 | 0.0328 0.0360 0.0393 0.0428 0.0463 0.0500 0.0537 0.0575 0.0614 0.0653 |
| 9 | 0.0150 0.0168 0.0188 0.0209 0.0232 0.0255 0.0280 0.0307 0.0334 0.0363 |
| 10 | 0.0061 0.0071 0.0081 0.0092 0.0104 0.0118 0.0132 0.0147 0.0164 0.0181 |
| 11 | 0.0023 0.0027 0.0032 0.0037 0.0043 0.0049 0.0056 0.0064 0.0073 0.0082 |
| 12 | 0.0008 0.0009 0.0011 0.0014 0.0016 0.0019 0.0022 0.0026 0.0030 0.0034 |
| 13 | 0.0002 0.0003 0.0004 0.0005 0.0006 0.0007 0.0008 0.0009 0.0011 0.0013 |
| 14 | 0.0001 0.0001 0.0001 0.0001 0.0002 0.0002 0.0003 0.0003 0.0004 0.0005 |
| 15 | 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0001 0.0001 0.0001 0.0001 0.0001 0.0002 |

|  |  |
| --- | --- |
| **λ** | |
| **X** | **5.1 5.2 5.3 5.4 5.5 5.6 5.7 5.8 5.9 6.0** |
| 0 | 0.0061 0.0055 0.0050 0.0045 0.0041 0.0037 0.0033 0.0030 0.0027 0.0025 |
| 1 | 0.0311 0.0287 0.0265 0.0244 0.0225 0.0207 0.0191 0.0176 0.0162 0.0149 |
| 2 | 0.0793 0.0746 0.0701 0.0659 0.0618 0.0580 0.0544 0.0509 0.0477 0.0446 |
| 3 | 0.1348 0.1293 0.1239 0.1185 0.1133 0.1082 0.1033 0.0985 0.0938 0.0892 |
| 4 | 0.1719 0.1681 0.1641 0.1600 0.1558 0.1515 0.1472 0.1428 0.1383 0.1339 |
| 5 | 0.1753 0.1748 0.1740 0.1728 0.1714 0.1697 0.1678 0.1656 0.1632 0.1606 |
| 6 | 0.1490 0.1515 0.1537 0.1555 0.1571 0.1584 0.1594 0.1601 0.1605 0.1606 |
| 7 | 0.1086 0.1125 0.1163 0.1200 0.1234 0.1267 0.1298 0.1326 0.1353 0.1377 |
| 8 | 0.0692 0.0731 0.0771 0.0810 0.0849 0.0887 0.0925 0.0962 0.0998 0.1033 |
| 9 | 0.0392 0.0423 0.0454 0.0486 0.0519 0.0552 0.0586 0.0620 0.0654 0.0688 |
| 10 | 0.0200 0.0220 0.0241 0.0262 0.0285 0.0309 0.0334 0.0359 0.0386 0.0413 |
| 11 | 0.0093 0.0104 0.0116 0.0129 0.0143 0.0157 0.0173 0.0190 0.0207 0.0225 |
| 12 | 0.0039 0.0045 0.0051 0.0058 0.0065 0.0073 0.0082 0.0092 0.0102 0.0113 |
| 13 | 0.0015 0.0018 0.0021 0.0024 0.0028 0.0032 0.0036 0.0041 0.0046 0.0052 |
| 14 | 0.0006 0.0007 0.0008 0.0009 0.0011 0.0013 0.0015 0.0017 0.0019 0.0022 |
| 15 | 0.0002 0.0002 0.0003 0.0003 0.0004 0.0005 0.0006 0.0007 0.0008 0.0009 |
| 16 | 0.0001 0.0001 0.0001 0.0001 0.0001 0.0002 0.0002 0.0002 0.0003 0.0003 |
| 17 | 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0001 0.0001 0.0001 0.0001 |

|  |  |
| --- | --- |
| λ | |
| **X** | **6.1 6.2 6.3 6.4 6.5 6.6 6.7 6.8 6.9 7.0** |
| 0 | 0.0022 0.0020 0.0018 0.0017 0.0015 0.0014 0.0012 0.0011 0.0010 0.0009 |
| 1 | 0.0137 0.0126 0.0116 0.0106 0.0098 0.0090 0.0082 0.0076 0.0070 0.0064 |
| 2 | 0.0417 0.0390 0.0364 0.0340 0.0318 0.0296 0.0276 0.0258 0.0240 0.0223 |
| 3 | 0.0848 0.0806 0.0765 0.0726 0.0688 0.0652 0.0617 0.0584 0.0552 0.0521 |
| 4 | 0.1294 0.1249 0.1205 0.1162 0.1118 0.1076 0.1034 0.0992 0.0952 0.0912 |
| 5 | 0.1579 0.1549 0.1519 0.1487 0.1454 0.1420 0.1385 0.1349 0.1314 0.1277 |
| 6 | 0.1605 0.1601 0.1595 0.1586 0.1575 0.1562 0.1546 0.1529 0.1511 0.1490 |
| 7 | 0.1399 0.1418 0.1435 0.1450 0.1462 0.1472 0.1480 0.1486 0.1489 0.1490 |
| 8 | 0.1066 0.1099 0.1130 0.1160 0.1188 0.1215 0.1240 0.1263 0.1284 0.1304 |
| 9 | 0.0723 0.0757 0.0791 0.0825 0.0858 0.0891 0.0923 0.0954 0.0985 0.1014 |
| 10 | 0.0441 0.0469 0.0498 0.0528 0.0558 0.0588 0.0618 0.0649 0.0679 0.0710 |
| 11 | 0.0245 0.0265 0.0285 0.0307 0.0330 0.0353 0.0377 0.0401 0.0426 0.0452 |
| 12 | 0.0124 0.0137 0.0150 0.0164 0.0179 0.0194 0.0210 0.0277 0.0245 0.0264 |
| 13 | 0.0058 0.0065 0.0073 0.0081 0.0089 0.0098 0.0108 0.0119 0.0130 0.0142 |
| 14 | 0.0025 0.0029 0.0033 0.0037 0.0041 0.0046 0.0052 0.0058 0.0064 0.0071 |

|  |  |
| --- | --- |
| λ | |
| **X** | **6.1 6.2 6.3 6.4 6.5 6.6 6.7 6.8 6.9 7.0** |
| 15 | 0.0010 0.0012 0.0014 0.0016 0.0018 0.0020 0.0023 0.0026 0.0029 0.0033 |
| 16 | 0.0004 0.0005 0.0005 0.0006 0.0007 0.0008 0.0010 0.0011 0.0013 0.0014 |
| 17 | 0.0001 0.0002 0.0002 0.0002 0.0003 0.0003 0.0004 0.0004 0.0005 0.0006 |
| 18 | 0.0000 0.0001 0.0001 0.0001 0.0001 0.0001 0.0001 0.0002 0.0002 0.0002 |
| 19 | 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0001 0.0001 0.0001 |

|  |  |
| --- | --- |
| λ | |
| **X** | **7.1 7.2 7.3 7.4 7.5 7.6 7.7 7.8 7.9 8.0** |
| 0 | 0.0008 0.0007 0.0007 0.0006 0.0006 0.0005 0.0005 0.0004 0.0004 0.0003 |
| 1 | 0.0059 0.0054 0.0049 0.0045 0.0041 0.0038 0.0035 0.0032 0.0029 0.0027 |
| 2 | 0.0208 0.0194 0.0180 0.0167 0.0156 0.0145 0.0134 0.0125 0.0116 0.0107 |
| 3 | 0.0492 0.0464 0.0438 0.0413 0.0389 0.0366 0.0345 0.0324 0.0305 0.0286 |
| 4 | 0.0874 0.0836 0.0799 0.0764 0.0729 0.0696 0.0663 0.0632 0.0602 0.0573 |
| 5 | 0.1241 0.1204 0.1167 0.1130 0.1094 0.1057 0.1021 0.0986 0.0951 0.0916 |
| 6 | 0.1468 0.1445 0.1420 0.1394 0.1367 0.1339 0.1311 0.1282 0.1252 0.1221 |
| 7 | 0.1489 0.1486 0.1481 0.1474 0.1465 0.1454 0.1442 0.1428 0.1413 0.1396 |
| 8 | 0.1321 0.1337 0.1351 0.1363 0.1373 0.1382 0.1388 0.1392 0.1395 0.1396 |
| 9 | 0.1042 0.1070 0.1096 0.1121 0.1144 0.1167 0.1187 0.1207 0.1224 0.1241 |
| 10 | 0.0740 0.0770 0.0800 0.0829 0.0858 0.0887 0.0914 0.0941 0.0967 0.0993 |
| 11 | 0.0478 0.0504 0.0531 0.0558 0.0585 0.0613 0.0640 0.0667 0.0695 0.0722 |
| 12 | 0.0283 0.0303 0.0323 0.0344 0.0366 0.0388 0.0411 0.0434 0.0457 0.0481 |
| 13 | 0.0154 0.0168 0.0181 0.0196 0.0211 0.0227 0.0243 0.0260 0.0278 0.0296 |
| 14 | 0.0078 0.0086 0.0095 0.0104 0.0113 0.0123 0.0134 0.0145 0.0157 0.0169 |
| 15 | 0.0037 0.0041 0.0046 0.0051 0.0057 0.0062 0.0069 0.0075 0.0083 0.0090 |
| λ | |
| **X** | **7.1 7.2 7.3 7.4 7.5 7.6 7.7 7.8 7.9 8.0** |
| 16 | 0.0016 0.0019 0.0021 0.0024 0.0026 0.0030 0.0033 0.0037 0.0041 0.0045 |
| 17 | 0.0007 0.0008 0.0009 0.0010 0.0012 0.0013 0.0015 0.0017 0.0019 0.0021 |
| 18 | 0.0003 0.0003 0.0004 0.0004 0.0005 0.0006 0.0006 0.0007 0.0008 0.0009 |
| 19 | 0.0001 0.0001 0.0001 0.0002 0.0002 0.0002 0.0003 0.0003 0.0003 0.0004 |
| 20 | 0.0000 0.0000 0.0001 0.0001 0.0001 0.0001 0.0001 0.0001 0.0001 0.0002 |
| 21 | 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0001 0.0001 |

|  |  |
| --- | --- |
| λ | |
| **X** | **8.1 8.2 8.3 8.4 8.5 8.6 8.7 8.8 8.9 9.0** |
| 0 | 0.0003 0.0003 0.0002 0.0002 0.0002 0.0002 0.0002 0.0002 0.0001 0.0001 |
| 1 | 0.0025 0.0023 0.0021 0.0019 0.0017 0.0016 0.0014 0.0013 0.0012 0.0011 |
| 2 | 0.0100 0.0092 0.0086 0.0079 0.0074 0.0068 0.0063 0.0058 0.0054 0.0050 |
| 3 | 0.0269 0.0252 0.0237 0.0222 0.0208 0.0195 0.0183 0.0171 0.0160 0.0150 |
| 4 | 0.0544 0.0517 0.0491 0.0466 0.0443 0.0420 0.0398 0.0377 0.0357 0.0337 |
| 5 | 0.0882 0.0849 0.0816 0.0784 0.0752 0.0722 0.0692 0.0663 0.0635 0.0607 |
| 6 | 0.1191 0.1160 0.1128 0.1097 0.1066 0.1034 0.1003 0.0972 0.0941 0.0911 |
| 7 | 0.1378 0.1358 0.1338 0.1317 0.1294 0.1271 0.1247 0.1222 0.1197 0.1171 |
| 8 | 0.1395 0.1392 0.1388 0.1382 0.1375 0.1366 0.1356 0.1344 0.1332 0.1318 |
| 9 | 0.1256 0.1269 0.1280 0.1290 0.1299 0.1306 0.1311 0.1315 0.1317 0.1318 |
| 10 | 0.1017 0.1040 0.1063 0.1084 0.1104 0.1123 0.1140 0.1157 0.1172 0.1186 |
| 11 | 0.0749 0.0776 0.0802 0.0828 0.0853 0.0878 0.0902 0.0925 0.0948 0.0970 |
| 12 | 0.0505 0.0530 0.0555 0.0579 0.0604 0.0629 0.0654 0.0679 0.0703 0.0728 |
| 13 | 0.0315 0.0334 0.0354 0.0374 0.0395 0.0416 0.0438 0.0459 0.0481 0.0504 |
| 14 | 0.0182 0.0196 0.0210 0.0225 0.0240 0.0256 0.0272 0.0289 0.0306 0.0324 |
| λ | |
| **X** | **8.1 8.2 8.3 8.4 8.5 8.6 8.7 8.8 8.9 9.0** |
| 15 | 0.0098 0.0107 0.0116 0.0126 0.0136 0.0147 0.0158 0.0169 0.0182 0.0194 |
| 16 | 0.0050 0.0055 0.0060 0.0066 0.0072 0.0079 0.0086 0.0093 0.0101 0.0109 |
| 17 | 0.0024 0.0026 0.0029 0.0033 0.0036 0.0040 0.0044 0.0048 0.0053 0.0058 |
| 18 | 0.0011 0.0012 0.0014 0.0015 0.0017 0.0019 0.0021 0.0024 0.0026 0.0029 |
| 19 | 0.0005 0.0005 0.0006 0.0007 0.0008 0.0009 0.0010 0.0011 0.0012 0.0014 |
| 20 | 0.0002 0.0002 0.0002 0.0003 0.0003 0.0004 0.0004 0.0005 0.0005 0.0006 |
| 21 | 0.0001 0.0001 0.0001 0.0001 0.0001 0.0002 0.0002 0.0002 0.0002 0.0003 |
| 22 | 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0001 0.0001 0.0001 0.0001 0.0001 0.0001 |

|  |
| --- |
| λ |
| **X 9.1 9.2 9.3 9.4 9.5 9.6 9.7 9.8 9.9 10** |
| 0 0.0001 0.0001 0.0001 0.0001 0.0001 0.0001 0.0001 0.0001 0.0001 0.0000 |
| 1 0.0010 0.0009 0.0009 0.0008 0.0007 0.0007 0.0006 0.0005 0.0005 0.0005 |
| 2 0.0046 0.0043 0.0040 0.0037 0.0034 0.0031 0.0029 0.0027 0.0025 0.0023 |
| 3 0.0140 0.0131 0.0123 0.0115 0.0107 0.0100 0.0093 0.0087 0.0081 0.0076 |
| 4 0.0319 0.0302 0.0285 0.0269 0.0254 0.0240 0.0226 0.0213 0.0201 0.0189 |
| 5 0.0581 0.0555 0.0530 0.0506 0.0483 0.0460 0.0439 0.0418 0.0398 0.0378 |
| 6 0.0881 0.0851 0.0822 0.0793 0.0764 0.0736 0.0709 0.0682 0.0656 0.0631 |
| 7 0.1145 0.1118 0.1091 0.1064 0.1037 0.1010 0.0982 0.0955 0.0928 0.0901 |
| 8 0.1302 0.1286 0.1269 0.1251 0.1232 0.1212 0.1191 0.1170 0.1148 0.1126 |
| 9 0.1317 0.1315 0.1311 0.1306 0.1300 0.1293 0.1284 0.1274 0.1263 0.1251 |
| 10 0.1198 0.1210 0.1219 0.1228 0.1235 0.1241 0.1245 0.1249 0.1250 0.1251 |
| 11 0.0991 0.1012 0.1031 0.1049 0.1067 0.1083 0.1098 0.1112 0.1125 0.1137 |
| 12 0.0752 0.0776 0.0799 0.0822 0.0844 0.0866 0.0888 0.0908 0.0928 0.0948 |
| λ |
| **X 9.1 9.2 9.3 9.4 9.5 9.6 9.7 9.8 9.9 10** |
| 13 0.0526 0.0549 0.0572 0.0594 0.0617 0.0640 0.0662 0.0685 0.0707 0.0729 |
| 14 0.0342 0.0361 0.0380 0.0399 0.0419 0.0439 0.0459 0.0479 0.0500 0.0521 |
| 15 0.0208 0.0221 0.0235 0.0250 0.0265 0.0281 0.0297 0.0313 0.0330 0.0347 |
| 16 0.0118 0.0127 0.0137 0.0147 0.0157 0.0168 0.0180 0.0192 0.0204 0.0217 |
| 17 0.0063 0.0069 0.0075 0.0081 0.0088 0.0095 0.0103 0.0111 0.0119 0.0128 |
| 18 0.0032 0.0035 0.0039 0.0042 0.0046 0.0051 0.0055 0.0060 0.0065 0.0071 |
| 19 0.0015 0.0017 0.0019 0.0021 0.0023 0.0026 0.0028 0.0031 0.0034 0.0037 |
| 20 0.0007 0.0008 0.0009 0.0010 0.0011 0.0012 0.0014 0.0015 0.0017 0.0019 |
| 21 0.0003 0.0003 0.0004 0.0004 0.0005 0.0006 0.0006 0.0007 0.0008 0.0009 |
| 22 0.0001 0.0001 0.0002 0.0002 0.0002 0.0002 0.0003 0.0003 0.0004 0.0004 |
| 23 0.0000 0.0001 0.0001 0.0001 0.0001 0.0001 0.0001 0.0001 0.0002 0.0002 |
| 24 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0001 0.0001 0.0 |

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **X** | **λ= 20** | **X** | **λ= 20** | **X** | **λ= 20** | **X** | **λ= 20** |
| 0 | 0.0000 | 10 | 0.0058 | 20 | 0.0888 | 30 | 0.0083 |
| 1 | 0.0000 | 11 | 0.0106 | 21 | 0.0846 | 31 | 0.0054 |
| 2 | 0.0000 | 12 | 0.0176 | 22 | 0.0769 | 32 | 0.0034 |
| 3 | 0.0000 | 13 | 0.0271 | 23 | 0.0669 | 33 | 0.0020 |
| 4 | 0.0000 | 14 | 0.0387 | 24 | 0.0557 | 34 | 0.0012 |
| 5 | 0.0001 | 15 | 0.0516 | 25 | 0.0446 | 35 | 0.0007 |
| 6 | 0.0002 | 16 | 0.0646 | 26 | 0.0343 | 36 | 0.0004 |
| 7 | 0.0005 | 17 | 0.0760 | 27 | 0.0254 | 37 | 0.0002 |
| 8 | 0.0013 | 18 | 0.0844 | 28 | 0.0181 | 38 | 0.0001 |
| 9 | 0.0029 | 19 | 0.0888 | 29 | 0.0125 | 39 | 0.0001 |