CHAPTER 7
GAME THEORY

Aj.Pitipat Nittayakamolphun

Topics

- 1. เกมการแข่งขัน 2 ฝ่าย ผลรวมเป็นศูนย์
- 2. การใช้หลักเกณฑ์แมกซิมินในการตัดสินใจ
- 3. ค่าของเกม
- 4. กลยุทธ์เด่น
- 5. การหาดุลยภาพของเกม

1. Zero-sum Game

คือปัญหาการตัดสินใจในสภาวการณ์การแข่งขันที่มีคู่แข่งขัน 2 ฝ่าย เมื่อฝ่ายหนึ่งเป็นฝ่ายได้ อีกฝ่ายหนึ่งจะเป็นฝ่ายเสีย ซึ่งผลรวมจะมีค่าเป็นศูนย์

1. Zero-sum Game

ตัวอย่าง 9.1 ตารางผลตอบแทนของบริษัทเมฆา จำกัด (ค่า pay off)

Strategy Mayka	Strategy Pasuta		
	1	2	3
1	8%	10%	-10%
2	-12%	15%	-8%

ตารางผลตอบแทนของบริษัทพสุธา จำกัด (ค่า pay off)

Strategy Mayka	Strategy Pasuta		
	1	2	3
1	-8%	-10%	10%
2	12%	-15%	8%

1. Zero-sum Game

ตัวอย่าง 9.1 แสดงค่า pay off อยู่ในลักษณะคู่อันดับ โดยที่ตัวเลขแรกเป็น pay off ของบริษัทเมฆา จำกัด และตัวที่สองเป็น pay off ของบริษัทพสุธา จำกัด (%)

Strategy Mayka	Strategy Pasuta		
	1	2	3
1	(8,-8)	(10,-10)	(-10,10)
2	(-12,12)	(15,-15)	(-8,8)

2. Maximin Criterion

การตัดสินใจปัญหานี้มีสมมติฐานว่าแต่ละบริษัทจะเชื่อว่าอีกฝ่ายจะใช้กลยุทธ์ที่ดีที่สุด ดังนั้นต้องใช้ความระมัดระวัง (conservative) ในการตัดสินใจ

จากตัวอย่าง 9.1 ใช้เกณฑ์แมกซิมินของบริษัทเมฆา จำกัด

Strategy Mayka	Strategy Pasuta			Maximin
	1	2	3	
1	8%	10%	-10%	-10%
2	-12%	15%	-8%	-12%

2. Maximin Criterion

จากตัวอย่าง 9.1 ใช้เกณฑ์แมกซิมินของบริษัทพสุธา จำกัด

Strategy Mayka	Strategy Pasuta		
	1	2	3
1	-8%	-10%	10%
2	12%	-15%	8%
Maximin	-8%	-15%	8%

ดังนั้นถ้าใช้เกณฑ์แมกซิมิน บริษัทเมฆา จำกัดจะเลือกกลยุทธ์ที่ 1 และบริษัทพสุธา จำกัด จะเลือกกลยุทธ์ที่ 3

3. Value of Game

ในการแข่งขันหลายๆ ครั้ง ทุกครั้งจะมีกลยุทธ์ในการแข่งขัน ดังนั้น จึงต้องหาผลได้ผลเสียโดยเฉลี่ยจากการแข่งขันหลายๆ ครั้ง เรียกว่า ค่าของเกม ซึ่งแบ่งเป็น 2 กลยุทธ์

3.1 กลยุทธ์แท้ (pure strategy)

3.2 กลยุทธ์ผสม (mixed strategy)

3.1 Pure Strategy

การแข่งขันถึงแม้ว่าจะมีหลายกลยุทธ์ แต่เนื่องเป็น zero-sum game จึงใช้ค่า pay off ของผู้เล่น 1 คน ซึ่งถ้าค่าเป็นบวกแสดงว่าผู้เล่นคนนั้นได้เปรียบในทางตรงกันข้ามหากเป็นค่าลบแสดงว่าผู้เล่นคนนั้นเสียเปรียบ

สำหรับผลตอบแทนของกลยุทธ์ที่เลือกจะเป็นทั้ง maximin ของฝ่ายหนึ่ง และเป็น minimax ของอีกฝ่ายหนึ่ง

3.1 Pure Strategy

ตัวอย่าง 9.2 ค่า pay off ของนภา (ลบ.)

Strategy Napa	Strategy Varin		Maximin
	1	2	
1	5	-5	-5
2	4	-3	-3
3	6	7	6
Minimax	6	7	

จากค่า pay off จะเห็นว่า maximin ของนภา = minimax ของวาริน คือ 6 ลบ. โดยที่นภาจะเลือกกลยุทธ์ 3 เสมอและวารินจะเลือกกลยุทธ์ 1 ทุกครั้ง ซึ่ง value of game = 6

3.2 Mixed Strategy

การแข่งขันคู่แข่งอาจจะไม่ได้เลือกกลยุทธ์ใดกลยุทธ์หนึ่งในการแข่งขันทุกครั้ง แต่จะเปลี่ยนไปใช้กลยุทธ์อื่น

ตัวอย่าง 9.3 ค่า pay off ของห้างฯหลินฮุ่ย (บาท)

Strategy Lin Hui	Strategy Lin Ping		Maximin
	1 (sale clothing)	2 (sale furniture)	
1 (sale clothing)	-4,000	3,000	-4,000
2 (sale furniture)	2,000	-3,000	-3,000
Minimax	2,000	3,000	

3.2 Mixed Strategy

จะเห็นได้ว่า ห้างฯหลินปิงจะเลือกกลยุทธ์ 1 และห้างฯหลินฮุ่ยจะเลือกกลยุทธ์ 2 แสดงว่าทั้ง 2 ห้างฯ ไม่ได้ใช้กลยุทธ์แท้ ดังนั้นจึงต้องคำนวณหาการตัดสินใจของทั้ง 2 ห้างฯ และค่าของเกม ดังนี้

1. การตัดสินใจของห้างฯหลินฮุ่ย
2. การตัดสินใจของห้างฯหลินปิง
3. ค่าของเกม

3.2 Mixed Strategy

ตัวอย่าง 9.3 ตาราง Mixed strategy

Strategy Lin Hui	Strategy Lin Ping		Expected benefit
	1 (P) (sale clothing)	2 (1-P) (sale furniture)	
1 (Q) (sale clothing)	-4,000	3,000	-4,000P+3,000(1-P)
2 (1-Q) (sale furniture)	2,000	-3,000	2,000P - 3,000(1-P)
Expected loss	-4,000Q+2,000(1-Q)	3,000Q – 3,000(1-Q)	

3.2 Mixed Strategy

1. การตัดสินใจของห้างฯหลินฮุ่ย

Expected benefit (Lin Ping choose strategy 1)

= -4,000Q + 2,000(1-Q)

= 2,000 – 6,000Q บาท

Expected benefit (Lin Ping choose strategy 2)

= 3,000Q – 3,000(1-Q)

= -3,000 + 6,000Q บาท

แก้สมการหาค่า Q จะได้ Q = 5/12 ดังนั้น 1-Q = 7/12

3.2 Mixed Strategy

2. การตัดสินใจของห้างฯหลินปิง

Expected benefit (Lin Hui choose strategy 1)

= -4,000P + 3,000(1-P)

= 3,000 – 7,000P บาท

Expected benefit (Lin Hui choose strategy 2)

= 2,000P – 3,000(1-P)

= -3,000 + 5,000P บาท

แก้สมการหาค่า P จะได้ P = 1/2 ดังนั้น 1-P = 1/2

3.2 Mixed Strategy

3. Value of game

Value of game = Expected benefit Lin Hui

$$= \frac{1}{2}\left[-4{,}000\left(\frac{5}{12}\right) + 2{,}000\left(\frac{7}{12}\right)\right] + \frac{1}{2}\left[3{,}000\left(\frac{5}{12}\right) - 3{,}000\left(\frac{7}{12}\right)\right] = -500$$

Value of game = Expected loss Lin Ping

$$= \frac{5}{12}\left[-4{,}000\left(\frac{1}{2}\right) + 3{,}000\left(\frac{1}{2}\right)\right] + \frac{7}{12}\left[2{,}000\left(\frac{1}{2}\right) - 3{,}000\left(\frac{1}{2}\right)\right] = -500$$

3.2 Mixed Strategy

3. Value of game จากการคำนวณ = -500 หมายความว่า ห้างฯหลินฮุ่ยจะสูญเสียรายได้ให้กับห้างฯหลินปิง โดยเฉลี่ย 500 บาท

4. Dominant Strategy

ในการแข่งขันแต่ละครั้งมีหลายกลยุทธ์ แต่บางกลยุทธ์ก็ไม่ได้เลือกมาใช้ ดังนั้นเพื่อจำกัดขนาดของปัญหาให้เล็กลง เราจะตัดกลยุทธ์ที่ไม่ถูกเลือกอย่างแน่นอนออก และพิจารณาเฉพาะกลยุทธ์ที่น่าสนใจเท่านั้น ทำให้แก้ปัญหาได้ง่ายขึ้น

จากตัวอย่าง 9.2 พบว่าบริษัทพสุธา จำกัด จะไม่เลือกกลยุทธ์ที่ 2 เลย ดังตาราง pay off ของบริษัทเมฆา จำกัด (%)

Strategy Mayka	Strategy Pasuta	
	1 (P)	3 (1-P)
1 (Q)	8	-10
2 (1-Q)	-12	-8

4. Dominant Strategy

Strategy Mayka	Strategy Pasuta		Expected
	1 (P)	3 (1-P)	
1 (Q)	8	-10	8P - 10(1-P)
2 (1-Q)	-12	-8	-12P - 8(1-P)
Expected	8Q – 12(1-Q)	-10Q – 8(1-Q)	

หาค่า Q : Q = 4/22, 1-Q = 18/22

หาค่า P : P = 2/22, 1-P = 20/22

4. Dominant Strategy

$$\text{Value of game} = \frac{4}{22}\left[8\left(\frac{2}{22}\right) - 10\left(\frac{20}{22}\right)\right] + \frac{18}{22}\left[-12\left(\frac{2}{22}\right) - 8\left(\frac{20}{22}\right)\right]$$

$$= -8.36$$

5. Game Equilibrium

สถานการณ์ที่ผู้เล่นแต่ละคน ไม่มีแรงจูงใจในการเปลี่ยนกลยุทธ์ ซึ่งสามารถหาดุลยภาพได้ ดังนี้

5.1 Elimination of dominant strategy (หัวข้อที่ 4)

5.2 Maximin equilibrium (หัวข้อที่ 2)

5.3 Nash equilibrium

5.1 Elimination of Dominant Strategy

Ex(1) กรณีที่ไม่ใช่ zero-sum game ตาราง pay off ของบริษัท A และ B

		บริษัท B	
		โฆษณา	~~ไม่โฆษณา~~
บริษัท A	โฆษณา	10, 5	~~15, 0~~
	~~ไม่โฆษณา~~	~~6, 8~~	~~10, 2~~

กลยุทธ์เด่นของ A คือโฆษณาไม่ว่า B จะเลือกกลยุทธ์ใดก็ตาม A จะเลือกโฆษณา

กลยุทธ์เด่นของ B คือโฆษณาเช่นเดียวกัน

5.1 Elimination of Dominant Strategy

Ex(2) ตาราง pay off ของผู้เล่น A และ B

		ผู้เล่น B	
		ซ้าย	ขวา
ผู้เล่น A	บน	4, 1	5, 3
	กลาง	1, 4	6, 3
	ล่าง	3, 5	7, 6

กรณีนี้ไม่มีกลยุทธ์เด่น

5.2 Maximin Equilibrium

Ex(3) ตาราง pay off ของผู้เล่น A และ B

		ผู้เล่น B		
		left	right	Maximin
ผู้เล่น A	On	2, 1	2, 2	2
	below	-1,000, 1	3, 2	-1,000
	Maximin B	1	2	

Maximin equilibrium คือ (2,2) หมายความว่า ผู้เล่น A เลือก On และผู้เล่น B เลือก Right

5.3 Nash Equilibrium

Ex(1) กรณีที่ไม่ใช่ zero-sum game ตาราง pay off ของบริษัท A และ B

		บริษัท B	
		โฆษณา	ไม่โฆษณา
บริษัท A	โฆษณา	10,5	15,0
	ไม่โฆษณา	6,8	10,2

Nash equilibrium คือ (10,5) หมายความว่า บริษัท A และบริษัท B จะเลือกโฆษณาทั้งคู่

5.3 Nash Equilibrium

Ex(3) ตาราง pay off ของผู้เล่น A และ B

		ผู้เล่น B		
		left	right	Maximin
ผู้เล่น A	On	2, 1	2, 2	2
	below	-1,000, 1	3, 2	-1,000
	Maximin B	1	2	

Nash equilibrium คือ (3,2) หมายความว่า ผู้เล่น A เลือก Below และผู้เล่น B เลือก Right

5.3 Nash Equilibrium

Ex(4) ตาราง pay off ของบริษัท 1 และ 2

		บริษัท 2	
		q=30	q=45
บริษัท 1	q=30	900, 900	450, 675
	q=45	675, 450	0, 0

Nash equilibrium คือ (900,900) หมายความว่า บริษัท 1 และบริษัท 2 จะเลือกผลิต 30 ชิ้น