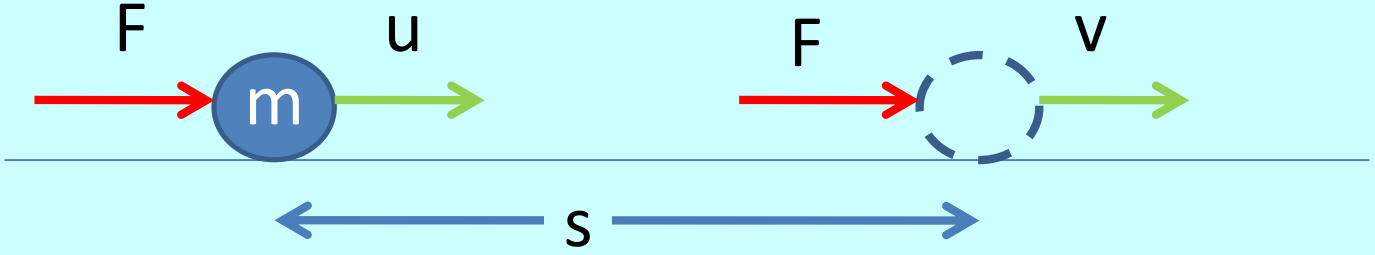
Chapter 4 Work Energy and Momentum



Physics 1

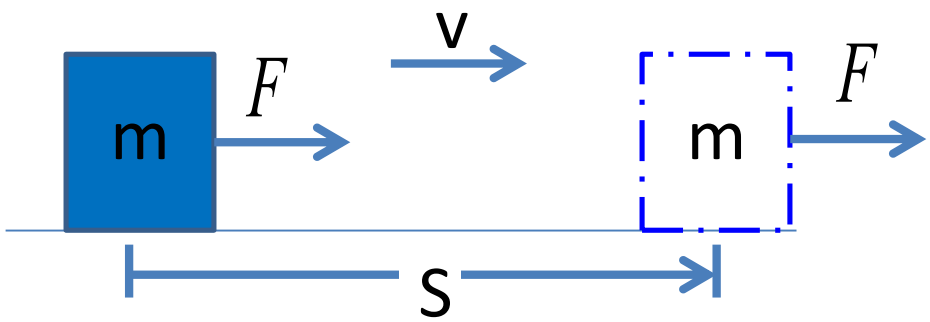
By

Miss Rattanaporn Somrit

Major Physics Faculty of Science

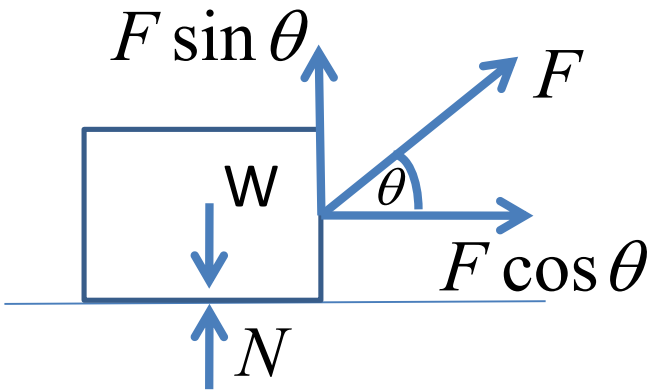
งาน

งาน (Work) คือ “ ผลการออกแรงกระทำต่อวัตถุหรืออนุภาคใดๆ แล้ววัตถุหรืออนุภาคนั้นเกิดการย้ายตำแหน่งหรือมีการขจัดในแนวเดียวกับแรงที่กระทำ” มีหน่วยเป็น N.m หรือจูล (J)



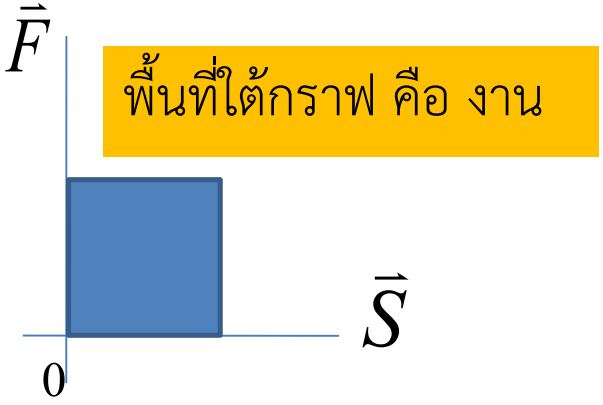
$$W = \vec{F} \cdot \vec{s}$$

F กับ s มีทิศเดียวกัน งานเป็น + “ได้งาน”

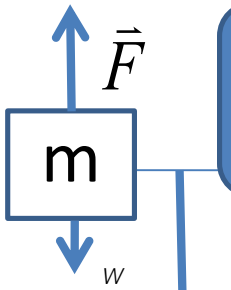


$$W = F\cos\theta \cdot S$$

$$dW = F \cdot dr = Fdr\cos\theta$$



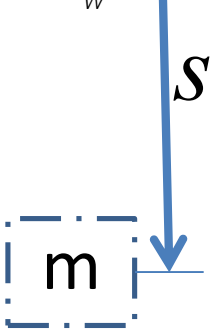
$$W = \int dW = \int_A^B F \cdot dr$$

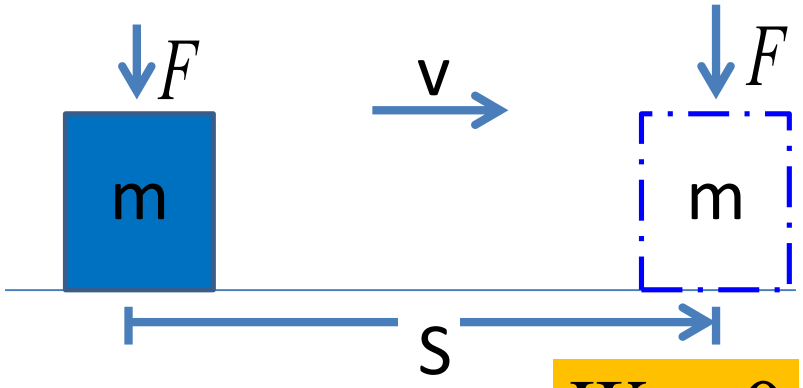


F กับ s มีทิศตรงข้าม งานเป็น - “เสียงาน”

$$w = -\vec{f}_s \cdot \vec{S}$$

$$w = -\vec{F} \cdot \vec{S}$$





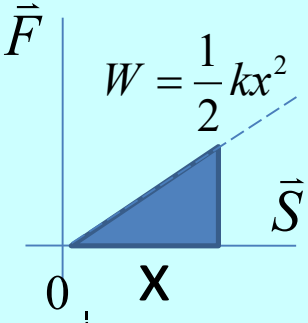
$$W = 0$$

F กับ s มีทิศตั้งฉากกัน งานเป็น 0 “**ไม่เกิดงาน**”

- แรงที่ขนาดไม่คงที่แต่ทิศคงที่ เช่นงานของการออกแรงดึงวัตถุติดสปริง $w = \left(\frac{F_1 + F_2}{2}\right)x$

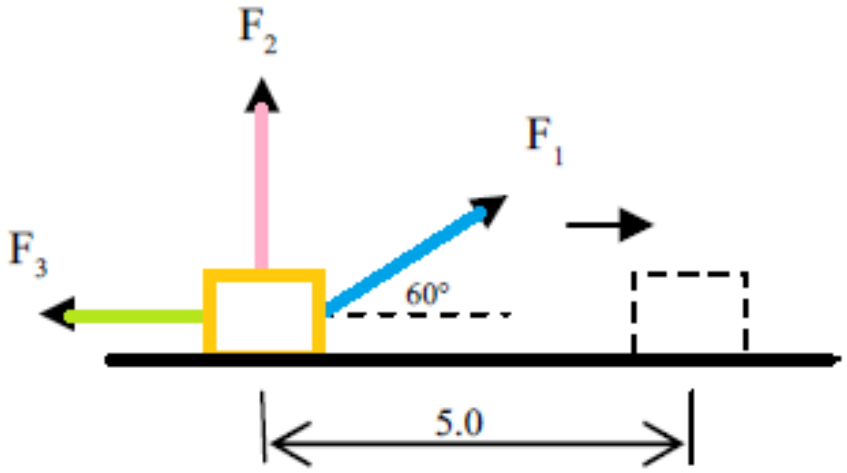
$$W = \int_{x_1}^{x_2} F\,dx = \int_{x_1}^{x_2} kx\,dx$$

$$W = \frac{1}{2}kx_2^2 - \frac{1}{2}kx_1^2$$



- แรงที่ขนาดคงที่ แต่ทิศไม่คงที่ เช่น การเคลื่อนที่ของอนุภาคเป็นวงกลมด้วย ω คงที่
- งานรวมของวัตถุจะหาจากงานของแรงแต่ละแรงรวมกัน (คิดเครื่องหมาย +,-) หรือหาได้จากงานของแรงลัพธ์ $W=F_{\text{ลัพธ์}}S$

ตัวอย่าง ออกแรง 3 แรง กระทำกับวัตถุดังรูป ถ้า $F_1 = 20$ N , $F_2 = 5$ N และ $F_3 = 6$ N ทำให้วัตถุเคลื่อนที่ไปได้ระยะทาง 5 m ในแนวระดับ จงหา



ก) งานของแรง F_1, F_2 และ F_3

$$W_1 = F_1 cos60° \, s_1$$
$$= 20(1/2)5 = 50\,J$$
$$W_2 = 0\,J$$
$$W_3 = F_3 cos180° \, s_3$$
$$= -F_3 s_3 \quad = -30J$$

ข) งานรวมของแรงที่กระทำกับวัตถุ

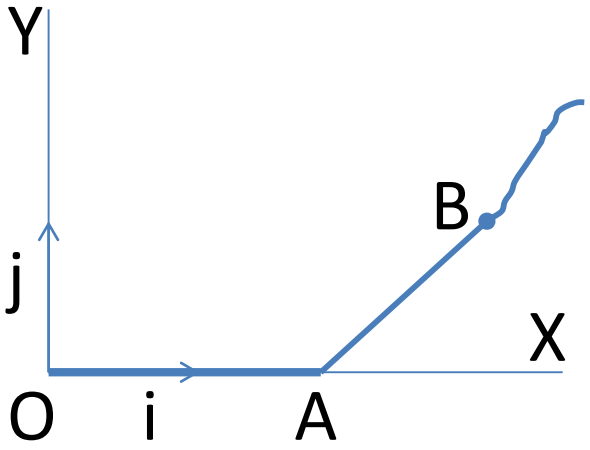
$$W_{total} = W_1 + W_2 + W_3 = 50 + 0 + (-30)$$
$$= 20J$$

หรือ $W_{total} = F_{\text{ลัพธ์}} s = (F_1 cos60° - F_3)s$

$$= \left(20\left(\frac{1}{2}\right) - 6\right)5$$
$$= 20J$$

ตัวอย่าง คำแก้วแบกถุงผัก 5 kg ไปยังเขาลูกหนึ่ง ซึ่งมีเชิงห่างออกไป 100 m แล้วจึงปีนขึ้นไปตามแนวลาดอีก 50 m ถ้าเขาลูกนั้นมีความชัน $\tan\theta = \frac{3}{4}$ จงหางานของแรงที่คำแก้วแบกถุงผักทั้งหมด (OAB เป็นเส้นทางเดินและ $g = 9.8 m/s^2$)

วิธีทำ คำแก้วออกแรงคงที่ แต่ออกแรงต้านแรงโน้มถ่วง $F = -F_g = mgj$



$$W = F.(r_B - r_O) = F.(r_B - r_A) + F(r_A - r_O)$$

$$W = mgj.(r_B - r_A)$$

$$W = mgj.(x_B i + y_B j + z_B k - x_A i - y_A j - z_A k)$$

$$W = mgy_B - mgy_A$$

$$W = mg(y_B - y_A)$$

ซึ่ง $m = 5kg, y_A = 0m, y_B = 50\sin\theta = 30m$

$$W = 5(9.8)30 = 1{,}470J$$

กำลัง

กำลัง (Power) คือ “ อัตราการทำงาน หรืองานที่ทำได้ใน 1 หน่วยเวลา ”
มีหน่วยเป็น จูลต่อวินาที (J/s) หรือ วัตต์ (W)

ให้ P เป็นกำลังในขณะใดขณะหนึ่งหรือกำลังบัดดล

$$P = \frac{dW}{dt} = \frac{F.dr}{dt} = F.\frac{dr}{dt}$$

$$P = \vec{F} \cdot \vec{v} = Fv\cos\theta$$

$$P_{av} = \frac{W}{t} = \vec{F} \cdot \vec{v}_{av}$$

$$W = P_{av}t \qquad (kW.h)$$

1 กำลังม้า (HP) = 746 วัตต์

1kW.h หมายถึงปริมาณงานที่ได้จากเครื่องกลใดๆซึ่งมีกำลังเฉลี่ย 1kW ทำงานในเวลา 1h

<u>ตัวอย่าง</u> ชายคนหนึ่งมีมวล 75.2 kg เดินขึ้นบันไดสูง 12.6 m ในเวลา 28.0 s จงหากำลังของชายคนนี้ ($g = 9.8 m/s^2$)

$$P_{av} = \frac{W}{t} = \frac{Fs}{t} = \frac{mgy}{t}$$

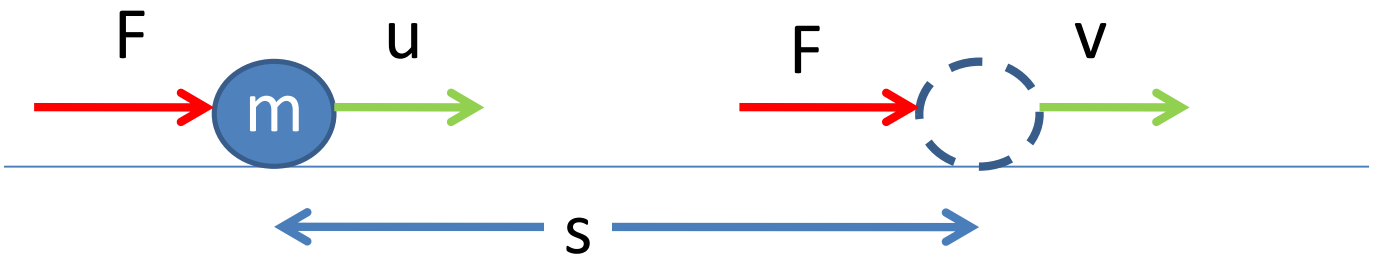
$$P_{av} = \frac{(75.2kg)(9.8m/s^2)(12.6m)}{28.0s}$$

$$P_{av} = 332W$$

พลังงาน (Energy)

- พลังงานจลน์ (E_k)เป็นพลังงานที่สะสมขณะที่วัตถุเคลื่อนที่
- สมมติออกแรง F ดึงวัตถุมวล m เคลื่อนที่ได้ ระยะทาง s

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2$$



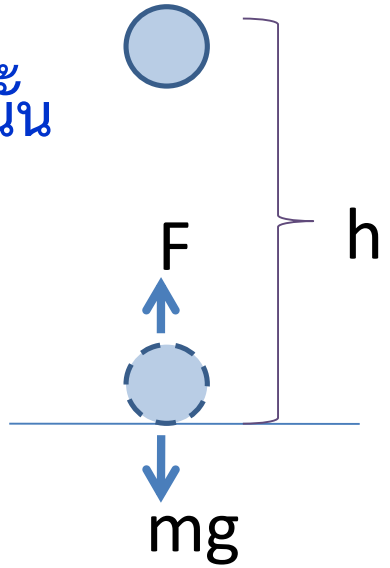
เมื่อออกแรง F ดึงวัตถุมวล m เคลื่อนที่ได้ ระยะทาง s

พลังงาน

- **พลังงานศักย์** (E_p) ในการออกแรงเคลื่อนย้ายวัตถุจากจุดหนึ่งไปยังอีกจุดหนึ่ง เช่น ยกวัตถุขึ้นที่สูง หรือยืดสปริงให้ยาวขึ้น เราต้องทำงานหรือใช้พลังงานจำนวนหนึ่ง พลังงานนี้ไม่ได้สูญหายไปไหน แต่ถูกเก็บไว้ในรูปของพลังงานศักย์ เมื่อปล่อยมือวัตถุจะตก หรือสปริงจะคืนตัว แสดงว่าพลังงานศักย์ถูกปล่อยออกมาในรูปของการทำงาน
- **พลังงานที่ได้ เป็นฟังก์ชันกับระยะทางตามแกน y เท่านั้น ไม่ขึ้นกับเส้นทางการเคลื่อนที่**

$$E_p = mgh$$

- สูงกว่าระดับอ้างอิงเป็นบวก
- อยู่ที่ระดับอ้างอิงเป็นศูนย์
- ต่ำกว่าระดับอ้างอิงเป็นลบ



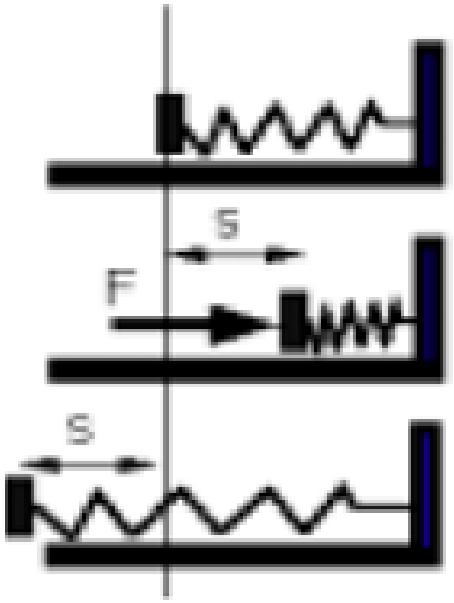
วัตถุตกด้วยแรงโน้มถ่วง

พลังงานศักย์ยืดหยุ่น E_{ps}

เป็นพลังงานที่สะสมอยู่ในสปริงเมื่อมีการหดเข้าหรือยืดออก

$$E_{ps} = \frac{1}{2}kS^2 = \frac{1}{2}FS$$

จุดสมดุล



เมื่อ k คือค่านิจสปริง มีหน่วย N/m

s คือระยะห่างจากจุดสมดุล มีหน่วย m

$$k = \frac{F}{s}$$

การอนุรักษ์พลังงาน

พลังงานไม่มีวันสูญหายมีแต่การเปลี่ยนรูปร่าง

$$\sum E = E_k + E_p$$

1.ถ้าไม่มีแรงภายนอกมากระทำ

$$\sum E_1 = \sum E_2$$

2.ถ้ามีแรงภายนอกมากระทำ

$$\sum E_2 = \sum E_1 + W_{1-2}$$

$$W = \Delta E$$

โมเมนตัม (Momentum)

- แรงสามารถทำให้วัตถุที่หยุดนิ่งเคลื่อนที่ หรือทำให้วัตถุเคลื่อนที่หยุดนิ่งได้ การเปลี่ยนสภาพการเคลื่อนที่ของวัตถุด้วยแรงนี้ขึ้นอยู่กับมวลและความเร็วของวัตถุ

  จาก $$\sum \vec{F} = m\vec{a} = m\frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = m\frac{d\vec{v}}{dt} = d\left(\frac{m\vec{v}}{dt}\right)$$

- ผลคูณระหว่างมวลกับความเร็วของวัตถุ เรียกว่า โมเมนตัม $\vec{P}$

ซึ่งเป็นปริมาณที่กำหนดสภาพการเคลื่อนที่ของวัตถุ มีหน่วยเป็น (kg.m/s) มีทิศเดียวกับความเร็ว $\vec{v}$

นั้นคือ $\vec{P} = m\vec{v}$ มีความเร็วมีโมเมนตัม และมีโมเมนตัมก็จะมีพลังงานจลน์

$$E_k = \frac{P^2}{2m}$$

การดล (Impulse)

- ในระบบแกนฉาก 3 มิติ เขียนองค์ประกอบของโมเมนตัมได้

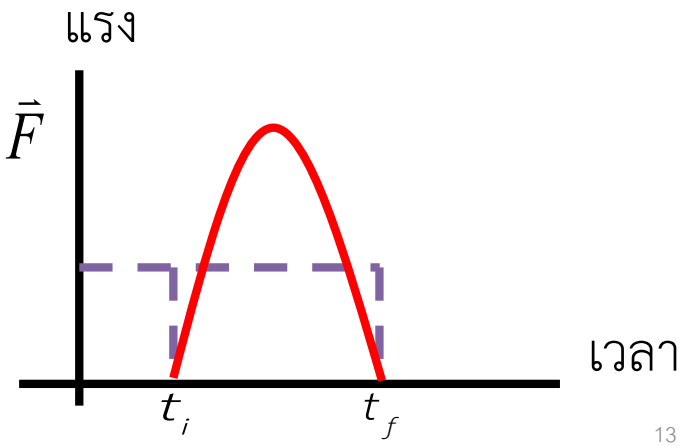
$$P_x = mv_x, P_y = mv_y, P_z = mv_z$$

$$\sum \vec{F} = \frac{d(m\vec{v})}{dt} = \frac{dP}{dt}$$

- จะได้ว่าแรงในกฎข้อที่สองของนิวตัน คือ “อัตราการเปลี่ยนโมเมนตัมของวัตถุ” การดล $\vec{I}$ มีค่าเท่ากับการเปลี่ยนโมเมนตัม มีทิศเดียวกับแรงลัพธ์ที่กระทำ หน่วย kg.m/s หรือ N.s
- แรงที่ทำให้เกิดการเปลี่ยนโมเมนตัมในช่วงเวลาสั้นๆ เรียกว่า “แรงดล” ซึ่งเป็น แรงเฉลี่ย

$$\vec{F} = \frac{\vec{P}_f - \vec{P}_i}{\Delta t} = \frac{m\vec{v}_f - m\vec{v}_i}{\Delta t}$$

$$\vec{I} = \sum \vec{F}.t = \Delta\vec{P} = m\vec{v} - m\vec{u}$$



ตัวอย่าง แรง F กระทำต่อวัตถุมวล 50 kg นาน 2.0 s เดิมวัตถุอยู่นิ่ง เมื่อถูกแรงนี้กระทำจึงมีความเร็ว 0.50 m/s จงหาแรงดลและความดล(การดล)บนวัตถุนี้

แรงดล F=ma

หา a จาก $v = u+at$

$0.50 = 0+a(2.0)$

$a = 0.25\ m/s^2$

จะได้ แรงดล $F = ma = 50(0.25) = 12.5\ N$ #

ความดล(การดล) $I = Ft = 12.5(2.0) = 25\ N.s$ #

การอนุรักษ์โมเมนตัม

- ถ้าไม่มีแรงลัพธ์ภายนอกมากระทำต่อระบบแล้วโมเมนตัมของระบบจะมีค่าคงตัว เรียกว่า “กฎการอนุรักษ์โมเมนตัม”

$$\vec{F}_1 = -\vec{F}_2$$

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = 0$$

$$\left(\vec{P}_{1f} - \vec{P}_{1i}\right) + \left(\vec{P}_{2f} - \vec{P}_{2i}\right) = 0$$

$$\left(\vec{P}_{1i} + \vec{P}_{2i}\right) = \left(\vec{P}_{1f} + \vec{P}_{2f}\right)$$

$$\left(m_1\vec{u}_1 + m_2\vec{u}_2\right)_i = \left(m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2\right)_f$$

- เมื่อ $\vec{P}_{1i}$ และ $\vec{P}_{2i}$ เป็นโมเมนตัมก่อนชนของมวลทั้งสอง
- $\vec{P}_{1f}$ และ $\vec{P}_{2f}$ เป็นโมเมนตัมหลังชนของมวลทั้งสอง
- $\vec{u}$ เป็นความเร็วก่อนชน
- $\vec{v}$ เป็นความเร็วหลังชน

การชนแบบยืดหยุ่น

1.ผลรวมของโมเมนตัมก่อนชน = ผลรวมของโมเมนตัมหลังชน (ตามกฎการอนุรักษ์โมเมนตัม)

$$\sum P_i = \sum P_f$$

2.ผลรวมของพลังงานจลน์ก่อนชน=ผลรวมของพลังงานจลน์หลังชน

$$\sum E_{k_i} = \sum E_{k_f}$$

การชนแบบไม่ยืดหยุ่น

1.ผลรวมของโมเมนตัมก่อนชน = ผลรวมของโมเมนตัมหลังชน (ตามกฎการอนุรักษ์โมเมนตัม)

$$\sum P_i = \sum P_f$$

2.ผลรวมของพลังงานจลน์ก่อนชน $\neq$ ผลรวมของพลังงานจลน์หลังชน

$$\sum E_{k_i} \neq \sum E_{k_f}$$

การอนุรักษ์โมเมนตัม

ตัวอย่าง วัตถุมวล 1 kg วิ่งด้วยความเร็ว 10 m/s เข้าชนวัตถุมวล 2 kg ซึ่งกำลังเคลื่อนที่ด้วยความเร็ว 5 m/s ในทิศทางเดียวกัน ถ้าการชนเป็นแบบยืดหยุ่น จงหาความเร็วของวัตถุทั้งสองหลังการชน

การอนุรักษ์โมเมนตัม

ตัวอย่าง มวล m_1 = 2 kg วิ่งด้วยความเร็ว 12 m/s เข้าชนมวล m_2 = 4 kg ซึ่งอยู่นิ่ง หลังการชนกันแล้วมวลทั้งสองเคลื่อนที่ติดไปด้วยกัน อยากทราบว่าพลังงานจลน์ของระบบเปลี่ยนไปเท่าใด และเป็นการชนแบบยืดหยุ่นหรือไม่

การอนุรักษ์โมเมนตัม

ตัวอย่างโยนส้มโอมวล 1 kg ด้วยความเร็ว 2 m/s ทำมุม 60 องศากับแนวระดับ เข้าไปในรถรางมวล 4 kg ที่วิ่งสวนทางมาในแนวระดับด้วยความเร็ว 1 m/s อยากทราบความเร็วของรถราง หลังส้มโอตกลงสู่รถราง

ตัวอย่าง

ตัวอย่าง ขว้างลูกบอลมวล 50 g ในแนวระดับเข้าชนกำแพงเรียบ ด้วยอัตราเร็ว 10 m/s แล้วสะท้อนกลับด้วยอัตราเร็วเท่าเดิม ลูกบอลกระทบกำแพงนาน 10 มิลลิวินาที จงหา

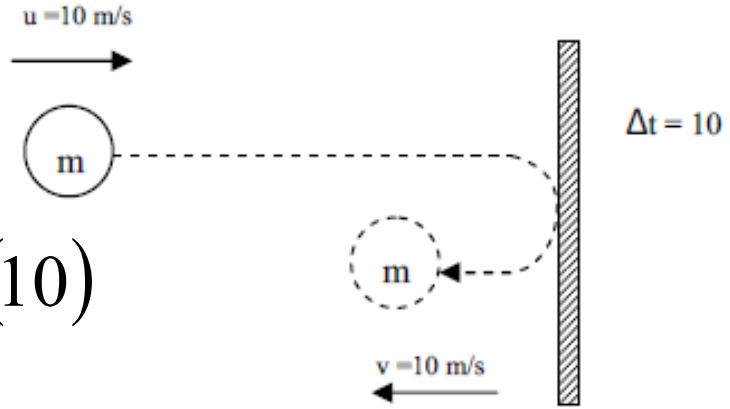
(ก) การดล และ

(ข) แรงเฉลี่ยที่ผนังกระทำกับลูกบอล

ตัวอย่าง วัตถุมวล 10 kg วางอยู่บนพื้นซึ่งมี สัมประสิทธิ์ความเสียดทานจลน์เป็น 0.2 เมื่อมีแรง 50 N มากระทำ ทำให้วัตถุเคลื่อนที่ไปในแนวราบ จงหาความเร็วของวัตถุ เมื่อเวลา 10 s

เฉลยตัวอย่าง

ตัวอย่าง ขว้างลูกบอลมวล 50 g ในแนวระดับเข้าชนกำแพงเรียบ ด้วยอัตราเร็ว 10 m/s แล้วสะท้อนกลับด้วยอัตราเร็วเท่าเดิม ลูกบอลกระทบกำแพงนาน 10 มิลลิวินาที จงหา



(ก) การดล $\Delta P = mv - mu$

$$\Delta P = 0.05(-10) - (0.05)(10)$$

$$\Delta P = -1.0 kgm/s$$

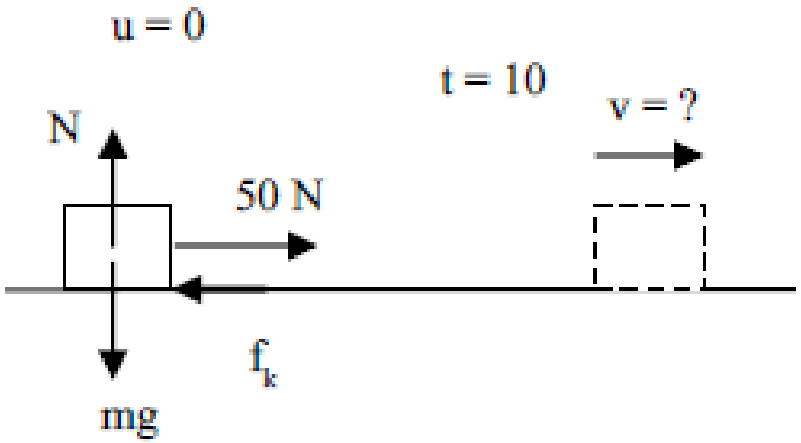
(ข) แรงเฉลี่ยที่ผนังกระทำกับลูกบอล

$$F\Delta t = \Delta P$$

$$F = \frac{\Delta P}{\Delta t} = \frac{-1}{10 \times 10^{-3}}$$

$$F = -100N$$

ตัวอย่าง วัตถุมวล 10 kg วางอยู่บนพื้นซึ่งมี สัมประสิทธิ์ความเสียดทานจลน์เป็น 0.2 เมื่อมีแรง 50 N มากระทำ ทำให้วัตถุเคลื่อนที่ไปในแนวราบ จงหาความเร็วของวัตถุ เมื่อเวลา 10 s



$$F\Delta t = mv - mu$$

$$(50 - f_k)10 = 10(v - 0)$$

$$(50 - \mu mg)10 = 10v$$

$$(50 - 0.2(10)(10))10 = 10v$$

$$v = 30 m/s$$