



เสถียรภาพของระบบไฟฟ้ากำลัง

Power System Stability

(Part 1)

เสถียรภาพของระบบไฟฟ้ากำลัง คือ อะไร ???

- ระบบไฟฟ้ามีความสมดุลระหว่างกำลังงานที่โหลดต้องการ กับความสามารถในการผลิตของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าทุกเครื่องในระบบรวมกัน (ทำงาน Synchronized กัน)
- หากมีเหตุการณ์ที่ทำให้เกิดความไม่สมดุลขึ้น หากระบบยังกลับเข้ามาสู่ภาวะสมดุลได้ เรียกว่า “ระบบยังมีเสถียรภาพอยู่”
- ตัววัดเสถียรภาพของระบบ คือ **ความถี่** และ **แรงดันของระบบ**

ประเภทของการศึกษาเสถียรภาพของระบบไฟฟ้า

แบ่งการศึกษาเสถียรภาพของระบบไฟฟ้าตามชนิดและขนาดของสิ่งรบกวน (disturbance) เป็น 3 กรณี คือ

1. เสถียรภาพชั่วคราว (Transient Stability)
2. เสถียรภาพคงตัว (Steady State Stability)
3. เสถียรภาพพลวัต (Dynamic Stability)

Transient Stability

- สิ่งรบกวนมีขนาดใหญ่ และเกิดขึ้นอย่างรวดเร็ว, นับพัน - เกิดลัดวงจร - มีการปลดโหลดขนาดใหญ่ออกจากระบบ - การเปลี่ยนแปลงของโหลดขนาดใหญ่
- จะศึกษาว่า ในช่วงเวลาสั้น (วินาที) หลังจากเกิดเหตุการณ์ขึ้น ระบบจะยังคงกลับเข้าสู่เสถียรภาพได้หรือไม่

Steady State Stability

- สิ่งรบกวนมีขนาดเล็กๆ และเกิดขึ้นอย่างช้าๆ
 - การเพิ่มหรือลดของโหลดไฟฟ้าในระบบ
- จะศึกษาว่า หลังจากเกิดเหตุการณ์ขึ้น ระบบจะยังคงกลับเข้าสู่เสถียรภาพได้หรือไม่
- การศึกษา จะเหมือนกับการหาจุดทำงานใหม่ของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าหลังจากเกิดสิ่งรบกวนขึ้น

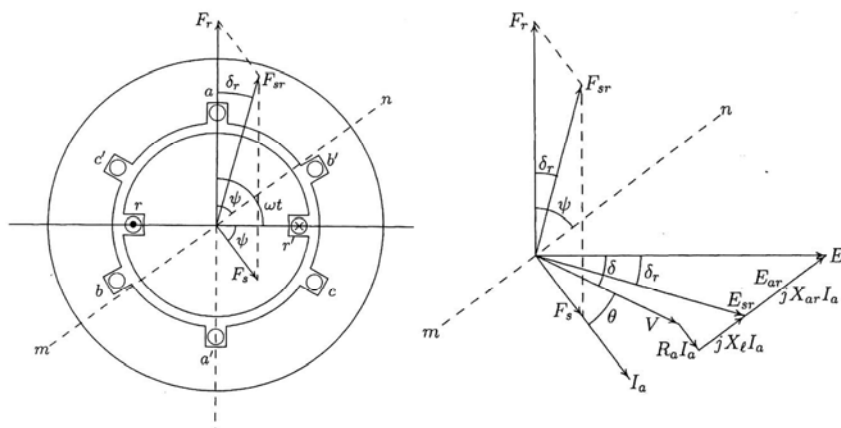
5

Dynamic Stability

- สิ่งรบกวนมีขนาดเล็กๆ และเกิดขึ้นอย่างช้าๆ จะทำให้เกิดการแกว่ง (Oscillation) ซึ่งมีผลต่อการควบคุมเครื่องกำเนิดไฟฟ้า
 - การเพิ่มหรือลดของโหลดไฟฟ้าในระบบ
- ในการวิเคราะห์ มีการรวมอุปกรณ์ควบคุมแบบอัตโนมัติ (Automatic Control Device) เช่น FACT, HVDC
- จะศึกษาว่า หลังจากเกิดเหตุการณ์ขึ้น ระบบจะยังคงกลับเข้าสู่เสถียรภาพได้หรือไม่

6

พลวัตของโรเตอร์ (Rotor Dynamic)



Normal Operating Condition

→ Power Angle คงที่

7

เมื่อมีสิ่งรบกวนเกิดขึ้นในระบบ พบว่า ;

- โรเตอร์อาจจะหมุนเร็วขึ้น หรือ ช้าลง ซึ่งจะส่งผลกระทบต่อ Synchronously rotating air gap mmf
- ส่งผลให้เครื่องกำเนิดไฟฟ้าเกิดการเร่ง และมีการเคลื่อนที่แบบพลวัต (Dynamic Motion) เกิดขึ้น
- เรียกสมการที่ทำให้เกิดการเคลื่อนที่แบบพลวัตนี้ว่า “สมการการแกว่ง (Swing Equation)”

8

พิจารณาที่สภาวะคงตัว Steady State Condition

- เมื่อเครื่องกำเนิดไฟฟ้าเคลื่อนที่ที่ **ความเร็วเชิงโคจร** (ω_{sm}) พบว่า

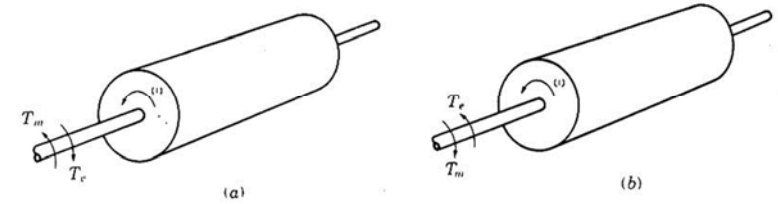
$$T_m = T_e$$

เมื่อ T_e – ทอร์กทางไฟฟ้า (electrical torque) [N-m]

T_m – ทอร์กทางกล (Mechanical torque) [N-m]

9

ทิศทางของแรงบิดทางกลและทางไฟฟ้า



กรณี Generator

กรณี Motor

10

พิจารณาเมื่อสิ่งรบกวนในระบบ (Disturbance)

- พบว่า $T_e \neq T_m$ ขึ้นอยู่กับลักษณะสิ่งรบกวนที่เกิดขึ้น
- มี ทอร์กอัตราเร่ง (accelerating torque, T_a) เกิดขึ้นบนโรเตอร์ แบ่งเป็น
 - Accelerating ($T_m > T_e$)
 - Decelerating ($T_m < T_e$)

เขียนสมการ เป็น : $T_a = T_m - T_e$

11

สามารถเขียนสมการในรูปโมเมนต์ความเฉื่อย (Moment of Inertia) ได้เป็น

$$J \frac{d^2\theta_m}{dt^2} = T_a = T_m - T_e$$

- เมื่อ J – โมเมนต์ความเฉื่อยของ prime mover และ generator
- θ_m – มุมการเคลื่อนที่ของโรเตอร์ โดยเทียบกับแกนอ้างอิงของสเตเตอร์

ปริมาณทางกล₁₂

- ความเร็วโรเตอร์สัมพันธ์กับความเร็วสเตเตอร์
- การวัดตำแหน่งมุมโรเตอร์ จะใช้การเทียบกับแกนอ้างอิงโดยหมุนที่ความเร็วเชิงโคโรนัส เขียนความสัมพันธ์เป็น

$$\theta_m = \omega_{sm} t + \delta_m$$

- เมื่อ ω_{sm} — ความเร็วเชิงโคโรนัสของเครื่องจักรกล [rad/s]
 δ_m — มุมการเคลื่อนที่ (angular displacement) ของโรเตอร์ เทียบกับแกนอ้างอิง ก่อนเกิดการรบกวน ($t = 0$)

ปริมาณทางกล₁₃

- ความเร็วเชิงมุมของโรเตอร์ (rotor angular velocity) หาจาก

$$\omega_m = \frac{d\theta_m}{dt} = \omega_{ms} + \frac{d\delta_m}{dt}$$

- อัตราเร่งของโรเตอร์ (rotor acceleration) หาจาก

$$\frac{d^2\theta_m}{dt^2} = \frac{d^2\delta_m}{dt^2}$$

- จาก $J \frac{d^2\theta_m}{dt^2} = T_a = T_m - T_e$ จะได้

$$J \frac{d^2\delta_m}{dt^2} = T_m - T_e$$

- คูณด้วย ω_m ทั้ง 2 ข้างสมการ โดยที่ $\omega_m = \frac{d\theta_m}{dt}$

$$J \omega_m \frac{d^2\delta_m}{dt^2} = \omega_m T_m - \omega_m T_e$$

$$= P_m - P_e$$

- เรียกสมการนี้ว่า “สมการการแกว่ง (Swing Equation)”

- โดยที่ $J \omega_m$ เรียกว่า ค่าคงที่ความเฉื่อย (Inertia Constant, M)

$$J \omega_m \frac{d^2\delta_m}{dt^2} = M \frac{d^2\delta_m}{dt^2} = P_m - P_e$$

- โดย M มีความสัมพันธ์กับค่าพลังงานจลน์สะสมของการหมุน (W_k) (kinetic energy of the rotating masses)

$$W_k = \frac{1}{2} J \omega_m^2 = \frac{1}{2} M \omega_m^2$$

หรือ $M = \frac{2W_k}{\omega_m^2}$

- ค่า M จะไม่คงที่จริง ถ้าความเร็วโรเตอร์ (ω_m) เบี่ยงออกความเร็วซิงโครนัส (ω_{sm})
- ในทางปฏิบัติ ค่า ω_m จะไม่ต่างจาก ω_{sm} มากนัก เมื่อเครื่องจักรทำงานที่สภาวะคงตัว ก่อนที่จะสูญเสียเสถียรภาพ
- สามารถสมมติให้ $\omega_m = \omega_{sm}$ ได้ จะได้สมการเป็น

$$M = \frac{2W_k}{\omega_{sm}}$$

17

(มุมโรเตอร์)

- สามารถเขียนสมการการแกว่ง ในเทอมของ ค่ามุมกำลังไฟฟ้า (electrical power angle, δ) โดยใช้ความสัมพันธ์ดังนี้

$$\delta = \frac{P}{2} \delta_m \quad \text{และ} \quad \omega = \frac{P}{2} \omega_m$$

โดยที่ p - จำนวนขั้วแม่เหล็กไฟฟ้าของเครื่องจักร

- เขียนสมการการแกว่งใหม่ ได้เป็น

$$M \frac{d^2 \delta_m}{dt^2} = P_m - P_e \quad \longrightarrow \quad \frac{2}{p} M \frac{d^2 \delta}{dt^2} = P_m - P_e$$

18

- สามารถเขียนสมการการแกว่งในรูป p.u. ได้เป็น

$$\frac{2}{p} \frac{M}{S_B} \frac{d^2 \delta}{dt^2} = \frac{P_m}{S_B} - \frac{P_e}{S_B}$$

หรือ

$$\frac{2}{p} \frac{2W_k}{\omega_{sm} S_B} \frac{d^2 \delta}{dt^2} = \frac{P_m}{S_B} - \frac{P_e}{S_B}$$

เมื่อ

S_B - ค่ากำลังไฟฟ้าฐานของระบบ

19

ในทางปฏิบัติ จะบอกค่าคงที่เป็นค่าคงที่ H ซึ่งมีนิยามว่า

$$H = \frac{\text{kinetic energy in MJ at rated speed}}{\text{machine rating in MVA}} = \frac{W_K}{S_B}$$

- ค่า H มีหน่วยเป็นวินาที อยู่ระหว่าง 1 - 10 วินาที
- ค่า H จะมากหรือน้อย ขึ้นอยู่กับชนิดและขนาดของเครื่องจักร

20

ตารางค่า H

Table 14.1 Typical inertia constants of synchronous machines†

Type of machine	Inertia constant H‡ MJ/MVA
Turbine generator:	
Condensing, 1800 r/min	9-6
3600 r/min	7-4
Noncondensing, 3600 r/min	4-3
Waterwheel generator:	
Slow-speed, < 200 r/min	2-3
High-speed, > 200 r/min	2-4
Synchronous condenser:§	
Large	1.25
Small	1.00
Synchronous motor with load varies from 1.0 to 5.0 and higher for heavy flywheels	2.00

† Reprinted by permission of the Westinghouse Electric Corporation from "Electrical Transmission and Distribution Reference Book."

‡ Where range is given, the first figure applies to machines of smaller megavoltampere rating.

§ Hydrogen-cooled, 25% less.

เขียนสมการการแกว่งในเทอมของค่า H ได้เป็น

$$\frac{2}{p} \frac{2W_k}{\omega_{sm} S_B} \frac{d^2 \delta}{dt^2} = \frac{2}{p} \frac{2H}{\omega_{sm}} \frac{d^2 \delta}{dt^2} = P_{m(pu)} - P_{e(pu)}$$

แทนค่า $\omega_{sm} = \frac{2}{p} \omega_s$ จะได้

$$\frac{2H}{\omega_s} \frac{d^2 \delta}{dt^2} = P_{m(pu)} - P_{e(pu)}$$

เมื่อ ω_s - electrical angular velocity

สามารถใช้ความสัมพันธ์ระหว่าง ω_s กับ ความถี่ f_0 สามารถเขียนสมการการแกว่ง ได้เป็น

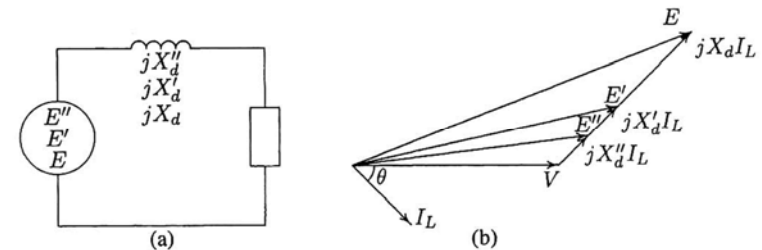
$$\frac{2H}{\omega_s} \frac{d^2 \delta}{dt^2} = \frac{H}{\pi f_0} \frac{d^2 \delta}{dt^2} = P_{m(pu)} - P_{e(pu)}$$

ถ้าวิเคราะห์ δ ในรูปขององศาทางไฟฟ้า จะเขียนสมการ เป็น

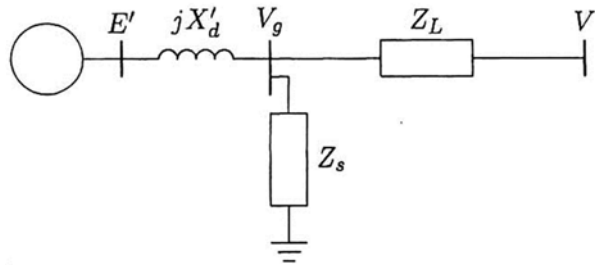
$$\frac{H}{180 f_0} \frac{d^2 \delta}{dt^2} = P_{m(pu)} - P_{e(pu)}$$

แบบจำลองเครื่องจักรไฟฟ้าสำหรับการวิเคราะห์เสถียรภาพ

ในการศึกษาเสถียรภาพจะใช้แบบจำลองเครื่องจักรไฟฟ้า ที่ประกอบด้วยแหล่งจ่าย E' กับค่า X_d'' , X_d' , X_d แล้วแต่สถานะที่ใช้ในการวิเคราะห์



- สามารถเขียนแบบจำลองระบบที่มีการเชื่อมต่อกับระบบภายนอกขนาดใหญ่ผ่านสายส่ง ได้เป็น

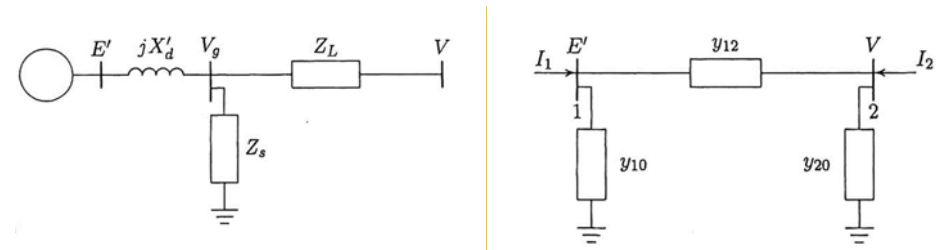


(บัสอนันต์)

- บัส V เรียกว่า **Infinite Bus** โดยมี **ขนาดแรงดัน** และ **ความถี่** คงที่
- บัส V อาจเป็นบัสที่เชื่อมต่อภายนอกที่มีขนาดใหญ่ (very large system)

25

- สามารถวิเคราะห์ห้วงจรแบบ Y ให้เป็นวงจรแบบ Δ



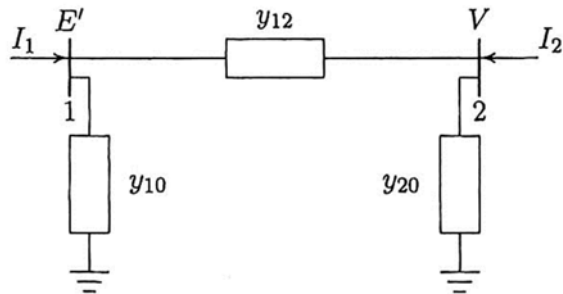
พบว่า :

$$y_{10} = \frac{Z_L}{jX_d'Z_s + jX_d'Z_L + Z_LZ_s}$$

$$y_{20} = \frac{jX_d'}{jX_d'Z_s + jX_d'Z_L + Z_LZ_s}$$

$$y_{12} = \frac{Z_s}{jX_d'Z_s + jX_d'Z_L + Z_LZ_s}$$

26



KCL :

$$I_1 = (y_{10} + y_{12})E' - y_{12}V$$

$$I_2 = y_{12}E' - (y_{20} + y_{12})V$$

27

เขียนสมการ โนด ให้อยู่ในรูปเมตริก เป็น

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E' \\ V \end{bmatrix}$$

complex

โดยที่

$$Y_{11} = y_{10} + y_{12}$$

$$Y_{22} = y_{20} + y_{12}$$

$$Y_{12} = Y_{21} = -y_{12}$$

หรือ

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} |Y_{11}| \angle \theta_{11} & |Y_{12}| \angle \theta_{12} \\ |Y_{21}| \angle \theta_{21} & |Y_{22}| \angle \theta_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} |E'| \angle \delta \\ |V| \angle 0^\circ \end{bmatrix}$$

polar

28

จาก $\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E' \\ V \end{bmatrix}$ หากำลังไฟฟ้าจริงที่ โหนด 1 จาก

$$P_e = \text{Re}[E' I_1^*]$$

$$= \text{Re}[|E'| \angle \delta (|Y_{11}| \angle -\theta_{11} |E'| \angle -\delta + |Y_{12}| \angle -\theta_{12} |V| \angle 0)]$$

หรือ

$$P_e = |E'|^2 |Y_{11}| \cos \theta_{11} + |E'| |V| |Y_{12}| \cos(\delta - \theta_{12})$$

สมการ power flow

ระบบส่วนใหญ่ ค่า Z_L และ Z_s จะพบว่า $X \gg R$ (ตัดค่า R ทิ้งได้)

$$\text{พบว่า } \theta_{11} = \theta_{12} = 90^\circ \quad \text{และ} \quad Y_{12} = B_{12} = \frac{1}{X_{12}}$$

จะได้สมการการไหลของกำลังไฟฟ้า เป็น

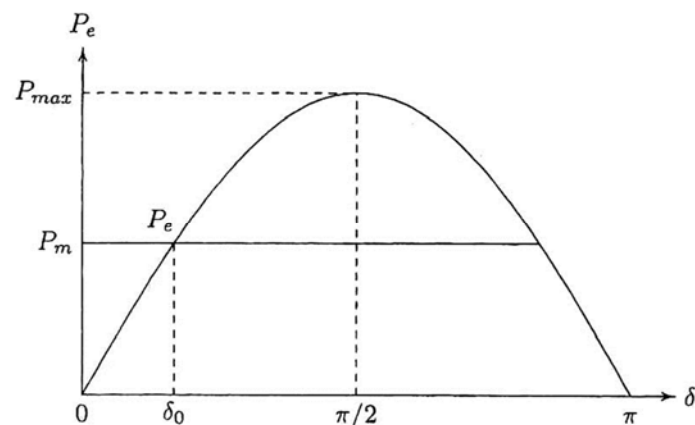
$$P_e = |E'|^2 |Y_{11}| \cos \theta_{11} + |E'| |V| |Y_{12}| \cos(\delta - \theta_{12})$$

$$= |E'|^2 |Y_{11}| \cos 90^\circ + |E'| |V| \left| \frac{1}{X_{12}} \right| \cos(\delta - 90^\circ)$$

$$= |E'| |V| \left| \frac{1}{X_{12}} \right| \sin \delta$$

Simple form of the power flow eqn.

• สามารถพล็อตกราฟความสัมพันธ์ระหว่าง P_e กับ δ ได้เป็น



เรียกว่า “Power Angle Curve”

- สามารถจ่ายกำลังไฟฟ้าได้จนถึงค่า P_{max} (maximum power transferred)
- ค่า P_{max} ถือเป็นขีดจำกัดของเสถียรภาพในสภาวะคงตัว (Steady State Stability Limit)
- ค่า P_{max} เกิดขึ้นที่ค่า $\delta = 90^\circ$ จะมีขนาดเป็น

$$P_{max} = \frac{|E'| |V|}{X_{12}}$$

❖ สามารถเขียนสมการการไหลของกำลังไฟฟ้าได้เป็น

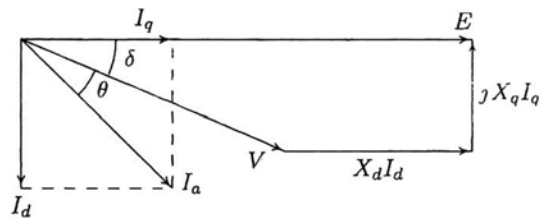
$$P_e = P_{max} \sin \delta$$

- เมื่อเกิดลัดวงจร กระแสในช่วงทรานเซียนต์จะถูกจำกัดโดยค่า X_d'
- สามารถหาสถานะก่อนเกิดฟอลต์ (pre-fault) ในสถานะคงตัว เพื่อการวิเคราะห์ช่วงทรานเซียนต์ได้จาก

$$E' = V_g + jX_d' I_a$$

- จะสามารถค่าแรงดันไฟฟ้าภายใน (E') ในสถานะเริ่มต้น (initial condition) เพื่อนำมาใช้วิเคราะห์ในช่วงทรานเซียนต์ต่อไป
- กราฟ power angle ในสถานะทรานเซียนต์ จะมีลักษณะเช่นเดียวกับในสถานะคงตัว (แต่กราฟจะมีขนาดค่าสูงสุด (peak) จะสูงกว่าสถานะคงตัว)

33



- ขนาดแรงดันไฟฟ้าภายใน (ไม่มีโหลด) เท่ากับ

$$|E| = |V| \cos \delta + X_d I_d$$

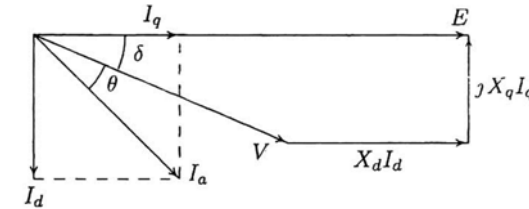
หรือ
$$|E| = |V| \cos \delta + X_d |I_a| \sin(\delta + \theta)$$

ต้องรู้ค่า δ ก่อน !!

35

กรณีเครื่องจักรไฟฟ้า แบบขั้วแม่เหล็กยื่น (Salient)

- คิดผลจากแกน d และ แกน q
- สามารถเขียนไดอะแกรมเฟสเซอร์ ได้เป็น

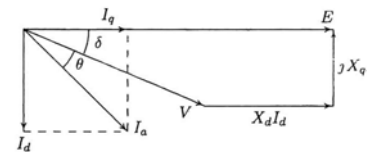


- เขียนสมการ power angle (p.u.) ได้ดังเป็น

$$P_e = \frac{|E||V|}{X_d} \sin \delta + |V|^2 \frac{X_d - X_q}{2X_d X_q} \sin 2\delta$$

34

หาขนาดมุม δ



$$|V| \sin \delta = X_q I_q$$

$$= X_q |I_a| \cos(\delta + \theta)$$

$$= X_q |I_a| (\cos \delta \cos \theta - \sin \delta \sin \theta)$$

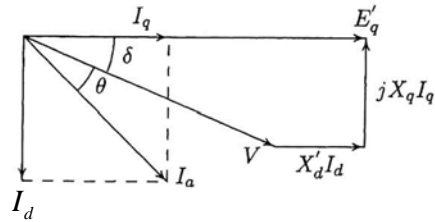
สามารถหาค่ามุม δ ได้เท่ากับ

$$\delta = \tan^{-1} \frac{X_q |I_a| \cos \theta}{|V| + X_q |I_a| \sin \theta}$$

36

การวิเคราะห์ช่วงทรานเซียนต์สำหรับเครื่องจักร Salient

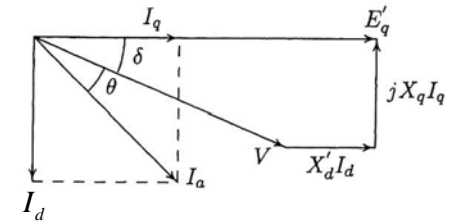
- ใช้ค่ารีแอกแตนซ์แกน d ใช้ X_d' ส่วนแกน q ใช้ X_q
- สามารถเขียนไดอะแกรมเฟสเซอร์ได้เป็น



- เขียนสมการ power angle (p.u.) ได้ดังนี้

$$P_e = \frac{|E_q'| |V|}{X_d'} \sin \delta + |V|^2 \frac{X_d' - X_q}{2X_d' X_q} \sin 2\delta$$

37



- ขนาดแรงดันไฟฟ้าภายในช่วงทรานเซียนต์ เท่ากับ

$$|E_q'| = |V| \cos \delta + X_d' I_d$$

หรือ $|E_q'| = |V| \cos \delta + X_d' |I_a| \sin(\delta + \theta)$

↑
มาจากสถานะคงตัว

38

- จากสถานะคงตัว $|E| = |V| \cos \delta + X_d |I_a| \sin(\delta + \theta)$

จะได้ $|I_a| \sin(\delta + \theta) = \frac{|E| - |V| \cos \delta}{X_d}$

- เขียนสมการแรงดันไฟฟ้าภายในช่วงทรานเซียนต์ได้เป็น

จาก $|E_q'| = |V| \cos \delta + X_d' |I_a| \sin(\delta + \theta)$

จะได้ $|E_q'| = \frac{X_d' |E| + (X_d - X_d') |V| \cos \delta}{X_d}$

- ค่า E และ มุม δ หาได้จากสมการในสถานะคงตัว ช่วง Pre Fault

39

ตัวอย่างที่ 1

เครื่องจักรซิงโครไนส์ มีพารามิเตอร์ต่างๆ ดังนี้

$$X_d = 1.0, X_q = 0.5, X_d' = 0.3$$

กำหนดให้

- ไม่ผลิตผลความต้านทานอาร์เมเจอร์
- เครื่องจักรต่อเข้ากับบัสอนันต์ที่มีแรงดัน 1.0 p.u.
- เครื่องกำเนิดไฟฟ้าจ่ายกำลังไฟฟ้าจริง 0.5 p.u. ที่ pf 0.8 lagging

40

จงหา 1. แรงดันหลังค่าทรานเซียนต์รีแอกแตนซ์ (E_q')

2. สมการ Transient Power Angle

โดยวิเคราะห์ในกรณีต่างๆ ดังต่อไปนี้

1. Neglecting the Saliency Effect

2. Including the Effect of Saliency

41

➤ จากค่าพารามิเตอร์ที่ให้มา พบว่า

$$\theta = \cos^{-1} 0.8 = 36.87^\circ$$

$$S = \frac{P}{\cos \theta} = \frac{0.5}{0.8} \angle 36.8^\circ = 0.625 \angle 36.87^\circ$$

➤ Pre - fault Steady State Current

$$I_a = \frac{S^*}{V^*} = 0.625 \angle -36.87^\circ$$

42

1. กรณีไม่คิดผล Saliency

➤ ค่าแรงดันหลังทรานเซียนต์รีแอกแตนซ์ เท่ากับ

$$E' = V_g + jX_d' I_a$$

$$= 1.0 + (j0.3)(0.625 \angle -36.87^\circ)$$

$$= 1.1226 \angle 7.679^\circ$$

43

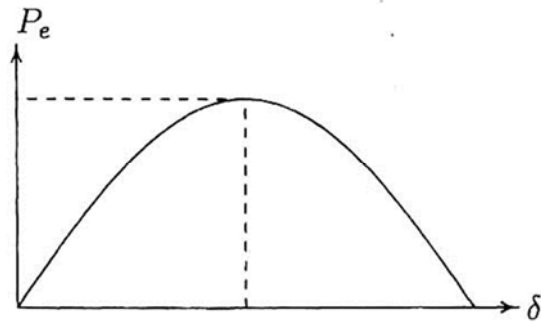
➤ สมการ Transient Power Angle

$$P_e = \frac{|E'| |V|}{X_{12}} \sin \delta = \frac{(1.1226)(1)}{0.3} \sin \delta$$

$$= 3.7419 \sin \delta$$

44

The Transient Power — Angle Curve (กรณี ที่ 1)



$$P_{\max} = 3.7419 \quad \text{ที่มุม } \delta = 90^\circ$$

45

2. กรณีที่คิดผลความเป็น Saliency

➤ ค่าเริ่มต้นของมุม power angle เท่ากับ

$$\delta = \tan^{-1} \frac{X_q |I_a| \cos \theta}{|V| + X_q |I_a| \sin \theta} = \tan^{-1} \frac{(0.6)(0.625)(0.8)}{1.0 + (0.6)(0.625)(0.6)} = 13.7608^\circ$$

➤ The Steady State Excitation Voltage, E

$$\begin{aligned} |E| &= |V| \cos \delta + X_d |I_a| \sin(\delta + \theta) \\ &= (1.0) \cos(13.7608^\circ) + (1.0)(0.625) \sin(13.7608^\circ + 36.87^\circ) \\ &= 1.4545 \end{aligned}$$

46

➤ ค่าแรงดันหลังทรานเซียนต์รีแอกแตนซ์ เท่ากับ

$$\begin{aligned} |E_q'| &= \frac{X_d |E| + (X_d - X_d') |V| \cos \delta}{X_d} \\ &= \frac{(0.3)(1.4545) + (1.0 - 0.3)(1.0)(\cos 13.7608^\circ)}{1.0} \\ &= 1.1162 \end{aligned}$$

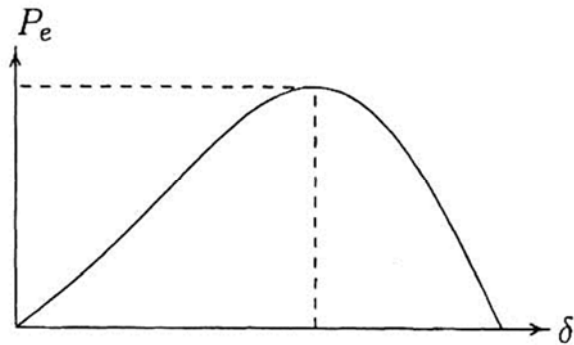
47

➤ สมการ Transient Power Angle

$$\begin{aligned} P_e &= \frac{|E_q'| |V|}{X_d'} \sin \delta + |V|^2 \frac{X_d' - X_q}{2X_d' X_q} \sin 2\delta \\ &= \frac{(1.1162)(1)}{0.3} \sin \delta + (1.0)^2 \frac{(0.3 - 0.6)}{2(0.3)(0.6)} \sin 2\delta \\ &= 3.7208 \sin \delta - 0.833 \sin 2\delta \end{aligned}$$

48

The Transient Power — Angle Curve (กรณีที่ 2)

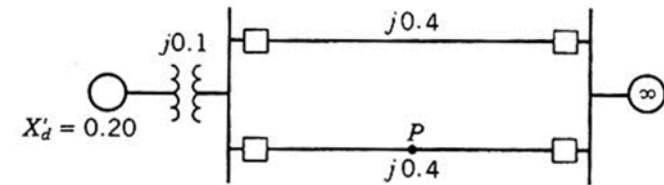


$P_{\max} = 4.032$ ที่มุม $\delta = 110.01^\circ$

49

ตัวอย่างที่ 2

ระบบไฟฟ้าความถี่ 50 Hz ดังรูป มีเครื่องกำเนิดไฟฟ้าต่อกับบัสอนันต์ ด้วยสายส่งคู่ขนาน โดยขณะจ่ายโหลด 1.0 pu. แรงดันที่ขั้วและแรงดันที่บัสอนันต์ เท่ากับ 1.0



สมมติ เครื่องจักรไม่คิดผลของ Saliency และมีค่า $H = 5$ MJ/MVA 50

- จงหา**
1. สมการ กำลัง — มุม ของระบบ (Power — Angle Equation)
 2. สมการการแกว่ง (Swing Equation)

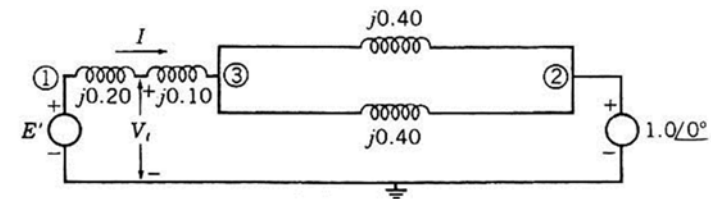
❖ โดยวิเคราะห์ในกรณีต่างๆ ดังนี้

1. ภาวะคงตัวปกติ (ช่วงก่อนเกิดฟอลต์)
2. ขณะเกิดฟอลต์ 3 เฟส ที่จุด P (กึ่งกลางสายส่ง)
3. ภายหลังเคลียร์ฟอลต์ที่จุด P โดยเปิดวงจรสายส่ง (CB เปิดวงจรหัวและท้ายของสายส่ง)

51

1. ช่วง Pre - Fault Steady State

- เขียนแผนภาพรีแอกเตนซ์ได้เป็น



- ค่ารีแอกเตนซ์ระหว่างแรงดันที่ขั้วกับบัสอนันต์ คือ

$$X = 0.1 + \frac{0.4}{2} = 0.3$$

52

- ค่ากำลังไฟฟ้าที่จ่ายออกมา 1.0 p.u. ของเครื่องกำเนิดไฟฟ้า เขียนในรูปสมการการไหลของกำลังไฟฟ้า ได้เป็น

$$\frac{|V_t||V|}{X} \sin \alpha = 1.0$$

- โดยที่
- V_t - แรงดันที่ขั้วของเครื่องกำเนิดไฟฟ้า
 - V - แรงดันที่บัสอนันต์ (ปกติมีค่า $1.0 \angle 0^\circ$)
 - α - มุมของบัส V_t ที่สัมพันธ์กับบัส V

53

➤ แทนค่าต่างๆ จะได้

$$\frac{(1.0)(1.0)}{0.3} \sin \alpha = 1.0 \rightarrow \alpha = \sin^{-1} 0.3 = 17.458^\circ$$

➤ แรงดันที่ขั้วของเครื่องกำเนิดไฟฟ้า เท่ากับ

$$V_t = 1.0 \angle 17.458^\circ = 0.954 + j0.300$$

54

➤ ค่ากระแสที่ไหลออกมาจากเครื่องกำเนิดไฟฟ้า

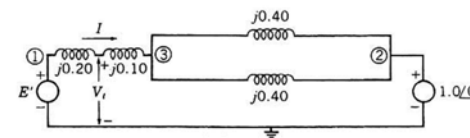
$$I = \frac{V_t - V}{X} = \frac{1.0 \angle 17.458^\circ - 1.0 \angle 0^\circ}{j0.3} = 1.0 + j0.1535 = 1.012 \angle 8.729^\circ$$

➤ แรงดันทรานเซียนภายใน เท่ากับ

$$E' = V_t + IX_d' = (0.954 + j0.3) + j(0.2)(1.0 + j0.1535) = 0.923 + j0.5 = 1.050 \angle 28.44^\circ$$

55

- สมการ power – angle จะสัมพันธ์ระหว่างค่า E' และ V
- ผลรวมค่ารีแอกแตนซ์ระหว่างค่า E' และ V เท่ากับ



$$X = 0.2 + 0.1 + \frac{0.4}{2} = 0.5$$

➤ สมการ power – angle เขียนได้เป็น

$$P_e = \frac{|E'||V|}{X_{12}} \sin \delta = \frac{(1.050)(1)}{0.5} \sin \delta = 2.10 \sin \delta$$

เมื่อ δ - มุมกำลังของเครื่องจักร โดยเทียบกับบัสอนันต์

56

เขียน กราฟ Power – Angle ได้เป็น

- ในสภาวะคงตัว สามารถหามุมทำงานของระบบ ที่ค่ากำลังไฟฟ้าทางกลคงที่ค่าหนึ่งๆ ได้ (ใช้หามุมกำลังเริ่มต้นของระบบ)
- จากกราฟ พบว่า ที่ $P_m = 1.0 \rightarrow \delta_0 = 28.44^\circ \rightarrow P_e = 2.1 \sin 28.44^\circ = 1$

➤ สมการการแกว่ง (Swing Equation) หาได้จาก

$$\frac{H}{180f} \frac{d^2\delta}{dt^2} = P_m - P_e$$

- โดยที่
- H - MJ/MVA
 - f - Electrical Frequency
 - δ - Electrical degree

- ในสภาวะคงตัว (จ่ายโหลด 1.0) $\rightarrow P_m$ จะมีค่า 1.0 (จะมีขนาดเท่ากับ P_e)

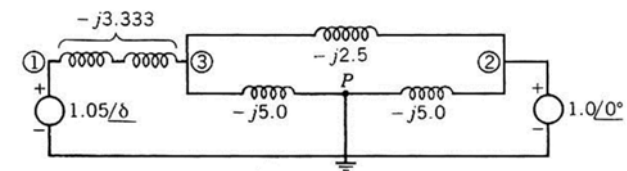
➤ เขียน สมการการแกว่ง (Swing Equation) ได้เป็น

$$\frac{H}{180f} \frac{d^2\delta}{dt^2} = 1.0 - 2.10 \sin \delta$$

* แทนค่า $H = 5$ และ $f = 50$ *

2. เมื่อเกิดลัดวงจร 3 เฟส ที่จุด P

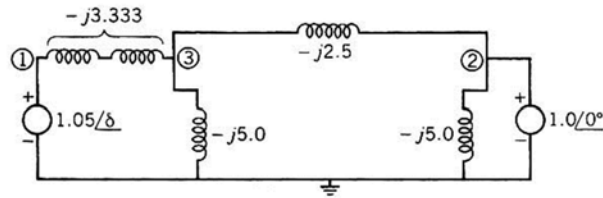
- เขียนแผนภาพแอดมิตแดนซ์ได้เป็น



- แรงดันทรานเซียนต์ภายในเครื่องกำเนิดไฟฟ้า เท่ากับ

$$E' = 1.05 \angle 28.44^\circ$$

เขียนแผนภาพแอดมิตแตนซ์ใหม่ได้เป็น



จะได้เมตริกแอดมิตแตนซ์ เป็น

$$[Y] = j \begin{bmatrix} -3.333 & 0 & 3.333 \\ 0 & -7.50 & 2.50 \\ 3.333 & 2.50 & -10.833 \end{bmatrix}$$

เนื่องจากบัส 3 ไม่มีแหล่งจ่าย สามารถจัดได้ด้วยวิธี korn

$$Y_{kj(new)} = Y_{kj(original)} - \frac{Y_{kn} Y_{nj}}{Y_{nn}} \quad n = 3$$

เมตริกจะลดลงเหลือ

$$\begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{bmatrix} = j \begin{bmatrix} -2.308 & 0.769 \\ 0.769 & -6.923 \end{bmatrix}$$

แอดมิตแตนซ์ถ่ายโอนระหว่างบัสที่ขั้วกับบัสอนันต์ คือ

$$Y_{12} = 0.769$$

กำลังไฟฟ้าจริงสูงสุด

$$P_{max} = |E_1| |E_2| |Y_{12}| = |E| |V| |Y_{12}| = (1.05)(1.0)(0.768) = 0.808$$

สมการ power - angle เขียนได้เป็น

$$P_e = \frac{|E| |V|}{X_{12}} \sin \delta = P_{max} \sin \delta = 0.808 \sin \delta$$

เขียน สมการการแกว่ง (Swing Equation) ได้เป็น

$$\frac{H}{180f} \frac{d^2 \delta}{dt^2} = 1.0 - 0.808 \sin \delta$$

เนื่องจากความเฉื่อย ทำให้โรเตอร์ไม่สามารถเปลี่ยนตำแหน่งทันทีที่เกิดฟลัด \rightarrow มุม δ เริ่มที่ 28.44°

ค่ากำลังไฟฟ้าเอาต์พุต (P_e) เท่ากับ

$$P_e = 0.808 \sin 28.44^\circ = 0.385$$

➢ ค่าเริ่มต้นของกำลังเร่ง (accelerating power) เท่ากับ

$$P_a = P_m - P_e = 1.0 - 0.385 = 0.615$$

➢ ค่าเริ่มต้นของอัตราเร่ง(เชิงมุม)ของโรเตอร์ มีค่าเป็นบวก เท่ากับ

$$\frac{H}{180f} \frac{d^2\delta}{dt^2} = 0.615$$

$$\frac{d^2\delta}{dt^2} = \frac{180f}{H} 0.615$$

65

➢ แทนค่า H และ f ($H = 5 \text{ MJ/MVA}$, $f = 50 \text{ Hz}$)

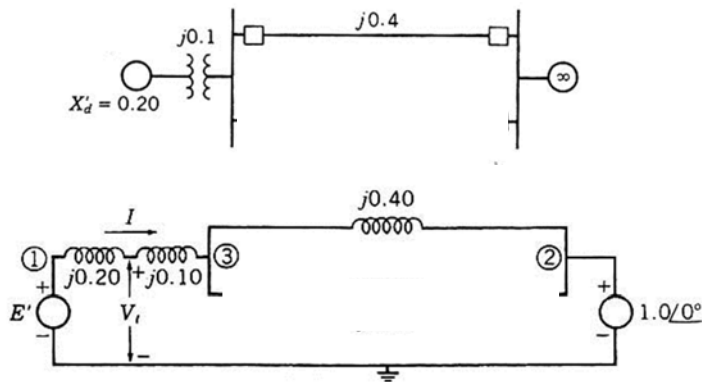
$$\frac{d^2\delta}{dt^2} = \frac{180f}{H} 0.615 = \frac{180(50)}{5} 0.615$$

$$= 1,107 \text{ [องศาไฟฟ้า / วินาที}^2\text{]}$$

66

3. ภายหลังเคลียร์ฟอลต์ที่จุด P โดยเปิดวงจรสายส่ง (CB เปิดวงจรที่ปลายแต่ละด้านของสายส่ง)

• เขียนแผนภาพเส้นเดียวและแผนภาพรีแอกแตนซ์ได้เป็น



67

• หาเมตริกแอดมิตแตนซ์ได้เป็น

$$X_{12} = j0.2 + j0.1 + j0.4 = j0.7$$

➢ สมการ power – angle เขียนได้เป็น

$$P_e = \frac{|E'| |V|}{|X_{12}|} \sin \delta = \frac{(1.05)(1.0)}{0.7} \sin \delta = 1.500 \sin \delta$$

จุดทำงานของระบบเปลี่ยนแปลง (มุม δ เปลี่ยนไป)

68

เขียน สมการการแกว่ง (Swing Equation) ได้เป็น

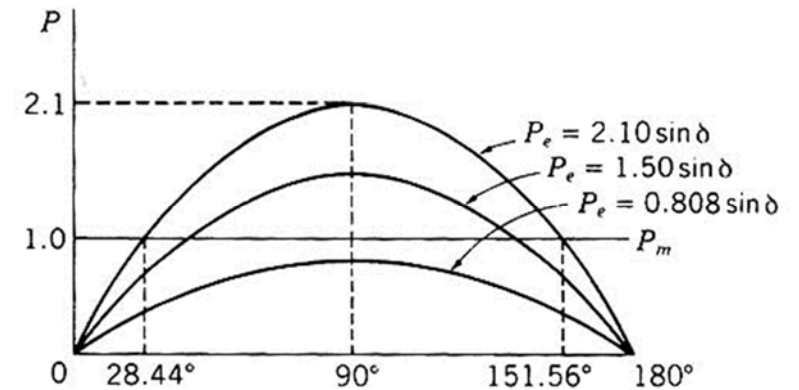
$$\frac{H}{180f} \frac{d^2\delta}{dt^2} = 1.0 - 1.500 \sin \delta$$

* แทนค่า $H=5$ และ $f=50$ *

- ค่าอัตราเร่งเชิงมุม

69

เส้นโค้ง Power – Angle ในแต่ละกรณี

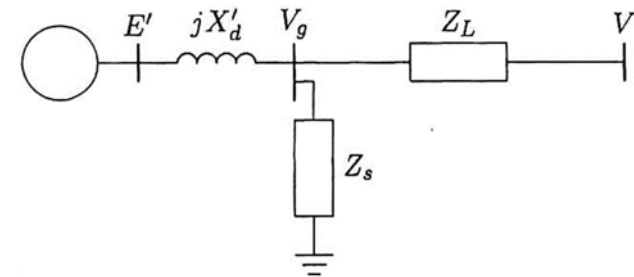


70

Steady – State Stability – Small Disturbances

- เครื่องกำเนิดไฟฟ้าจะต้องไม่สูญเสียการซิงโครไนซึมเมื่อเกิดการเปลี่ยนแปลงเล็กน้อย (Small Disturbance) เกิดขึ้นในกำลังไฟฟ้าเอาต์พุตจากเครื่องจักร
- เครื่องกำเนิดไฟฟ้าจะต้องกลับมาทำงานที่จุดทำงานเดิม หรือ ที่จุดทำงานใหม่ได้ โดยไม่สูญเสียเสถียรภาพ

71



สมการการแกว่ง (Swing Equation)

$$\frac{H}{\pi f_0} \frac{d^2\delta}{dt^2} = P_m - P_{\max} \sin \delta$$

สมการ non - lineer

- เมื่อเกิด small disturbance จะส่งผลสมการการแกว่งเกิดการเปลี่ยนแปลงด้วย
- สามารถวิเคราะห์โดยใช้การวิเคราะห์เชิงเส้น (linearized)
- เมื่อเกิด small disturbance พบว่า มุมกำลัง (power angle) เปลี่ยนเป็น

$$\delta = \delta_0 + \Delta\delta$$

เมื่อ δ_0 - มุมกำลังที่จุดทำงานเริ่มต้น

$\Delta\delta$ - การเปลี่ยนแปลงขนาดเล็ๆ ของมุมกำลัง

73

➢ เขียนสมการการแกว่งใหม่ ได้เป็น

$$\frac{H}{\pi f_0} \frac{d^2(\delta_0 + \Delta\delta)}{dt^2} = P_m - P_{\max} \sin(\delta_0 + \Delta\delta)$$

$$\frac{H}{\pi f_0} \frac{d^2\delta_0}{dt^2} + \frac{H}{\pi f_0} \frac{d^2\Delta\delta}{dt^2} = P_m - P_{\max} (\sin \delta_0 \cos \Delta\delta + \cos \delta_0 \sin \Delta\delta)$$

➢ เมื่อ $\Delta\delta$ มีค่าน้อยมาก $\cos \Delta\delta \cong 1$ และ $\sin \Delta\delta \cong \Delta\delta$ จะได้

$$\frac{H}{\pi f_0} \frac{d^2\delta_0}{dt^2} + \frac{H}{\pi f_0} \frac{d^2\Delta\delta}{dt^2} = P_m - P_{\max} \sin \delta_0 - P_{\max} \cos \delta_0 \Delta\delta$$

74

❖ จากสมการการแกว่งที่สถานะทำงานเริ่มต้น

$$\frac{H}{\pi f_0} \frac{d^2\delta_0}{dt^2} = P_m - P_{\max} \sin \delta_0$$

❖ เปรียบเทียบสมการการแกว่งจากการที่มี Small Disturbance

$$\frac{H}{\pi f_0} \frac{d^2\delta_0}{dt^2} + \frac{H}{\pi f_0} \frac{d^2\Delta\delta}{dt^2} = P_m - P_{\max} \sin \delta_0 - P_{\max} \cos \delta_0 \Delta\delta$$

❖ เทอมที่แสดงการเปลี่ยนแปลงเพิ่มขึ้นของมุมกำลัง คือ

$$\frac{H}{\pi f_0} \frac{d^2\Delta\delta}{dt^2} + P_{\max} \cos \delta_0 \Delta\delta = 0$$

75

The Linearized swing equation

• พบว่า ปริมาณ $P_{\max} \cos \delta_0$ คือ ความชันของกราฟ Power – Angle ที่จุด δ_0

$$P_s = \text{Slope} = \left. \frac{dP}{d\delta} \right|_{\delta_0} = \left. \frac{dP_{\max} \sin \delta}{d\delta} \right|_{\delta_0} = P_{\max} \cos \delta_0$$

โดยที่ P_s คือ Synchronizing power coefficient
(หนังสือบางเล่ม ใช้ตัวแปร S_p)

➢ ส.ป.ส. P_s เป็นส่วนสำคัญที่ใช้ในการพิจารณาเสถียรภาพของระบบ

76

➢ สามารถเขียนสมการ $\frac{H}{\pi f_0} \frac{d^2 \Delta \delta}{dt^2} + P_{\max} \cos \delta_0 \Delta \delta = 0$ ได้ใหม่เป็น

$$\frac{H}{\pi f_0} \frac{d^2 \Delta \delta}{dt^2} + P_s \Delta \delta = 0$$

➢ สามารถหาราก (root) ของสมการกำลังสองนี้ ได้เป็น

$$s^2 = -\frac{\pi f_0}{H} P_s$$

พบว่า P_s เป็น ลบ → รากอยู่ฝั่งขวาของ s - plane → Unstable

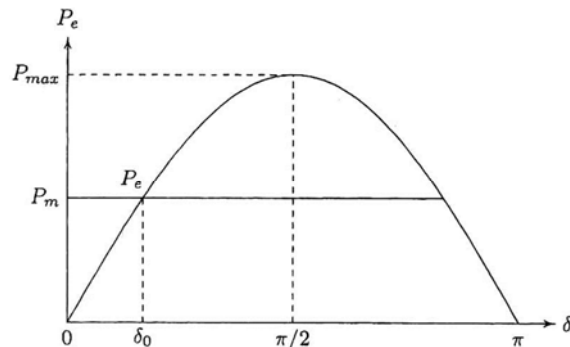
P_s เป็น บวก → รากอยู่ฝั่งซ้ายของ s - plane → Stable₇₇

• จากสมการ $s^2 = -\frac{\pi f_0}{H} P_s$ ระบบมีค่าความถี่ธรรมชาติของการแกว่ง (natural frequency of oscillation) เท่ากับ

$$\omega_n = \sqrt{\frac{\pi f_0}{H} P_s}$$

$$f_n = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\pi f_0}{H} P_s}$$

78



ระบบจะมีเสถียรภาพ จะมีช่วงของค่า P_s (slope dP/dt) ที่เป็น บวก

- ช่วงของมุมจะอยู่ระหว่าง 0 ถึง 90 องศา
- มีค่ามากที่สุดที่สถานะไม่มีโหลด (no load, $\delta_0 = 0$)

79

➢ จากการที่ $\omega_{sm} \neq \omega_m$ ส่งผลให้เกิดแรงบิดต้านความแตกต่างระหว่างความเร็วเชิงมุมทั้ง 2 ชั้น (ให้เกิดความแตกต่างกันน้อยที่สุด)

➢ เรียกแรงบิดนี้ว่า Damping Torque สามารถหาค่าล้นหน่วย (Damping power) ได้จาก

$$P_d = D \frac{d\delta}{dt}$$

โดยที่ D เป็นค่าคงที่ หาได้จาก design data หรือการทดสอบ

ไม่จำเป็นต้องใช้ Damping Torque ถ้า P_s เป็นค่าบวก อยู่แล้ว

80

จาก $\frac{H}{\pi f_0} \frac{d^2 \Delta \delta}{dt^2} + P_s \Delta \delta = 0$ เมื่อคิด Damping Torque จะได้

$$\frac{H}{\pi f_0} \frac{d^2 \Delta \delta}{dt^2} + D \frac{d \Delta \delta}{dt} + P_s \Delta \delta = 0$$

หรือ $\frac{d^2 \Delta \delta}{dt^2} + \frac{\pi f_0}{H} D \frac{d \Delta \delta}{dt} + \frac{\pi f_0}{H} P_s \Delta \delta = 0$

➢ เปรียบเทียบกับรูปทั่วไปของสมการอนุพันธ์อันดับสอง

$$\frac{d^2 \Delta \delta}{dt^2} + 2\zeta \omega_n \frac{d \Delta \delta}{dt} + \omega_n^2 \Delta \delta = 0$$

จาก $\frac{d^2 \Delta \delta}{dt^2} + \frac{\pi f_0}{H} D \frac{d \Delta \delta}{dt} + \frac{\pi f_0}{H} P_s \Delta \delta = 0$

และ $\frac{d^2 \Delta \delta}{dt^2} + 2\zeta \omega_n \frac{d \Delta \delta}{dt} + \omega_n^2 \Delta \delta = 0$

- ω_n - the natural frequency of oscillation

$$\omega_n = \sqrt{\frac{\pi f_0}{H P_s}}$$

- ζ - the dimensionless damping ratio มีค่าเป็น

$$\zeta = \frac{D}{2} \sqrt{\frac{\pi f_0}{H P_s}}$$

ภาวะปกติ มีค่าน้อยกว่า 1

จากสมการคุณลักษณะ (Characteristic Equation)

$$s^2 + 2\zeta \omega_n s + \omega_n^2 = 0$$

สามารถหาราก (root) ของสมการคุณลักษณะ ได้เป็น

$$s_1, s_2 = -\zeta \omega_n \pm j \omega_n \sqrt{1 - \zeta^2}$$

$$= -\zeta \omega_n \pm j \omega_d$$

เมื่อ ω_d คือ the damped frequency of oscillation

❖ ในกรณีที่ระบบมีเครื่องจักรหลายตัว (Multi Machine) สามารถวิเคราะห์เสถียรภาพจากรูปแบบตัวแปรสถานะ (State Variable form) ได้

จาก $\frac{d^2 \Delta \delta}{dt^2} + 2\zeta \omega_n \frac{d \Delta \delta}{dt} + \omega_n^2 \Delta \delta = 0$ zero input equation

กำหนดให้ $x_1 = \Delta \delta$ และ $x_2 = \Delta \dot{\delta}$

จะได้ $\dot{x}_1 = x_2$ และ $\dot{x}_2 = -\omega_n^2 x_1 - 2\zeta \omega_n x_2$

- เขียนสมการสถานะในรูปเมตริกได้เป็น

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\omega_n^2 & -2\zeta\omega_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \quad \dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t)$$

- พบว่า เป็นสมการ homogeneous state equation (unforce state variable equation)

- สามารถหาเวกเตอร์เอาต์พุต $y(t)$ ได้

$$y(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \quad y(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}(t)$$

85

แปลงลาปลาซสมการ $\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t)$ จะได้

$$s\mathbf{X}(s) - \mathbf{x}(0) = \mathbf{A}\mathbf{X}(s)$$

$$\mathbf{X}(s) = (s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1} \mathbf{x}(0)$$

เมื่อ $(s\mathbf{I} - \mathbf{A}) = \begin{bmatrix} s & -1 \\ \omega_n^2 & s + 2\zeta\omega_n \end{bmatrix}$ จะได้

$$\star \mathbf{X}(s) = \frac{\begin{bmatrix} s + 2\zeta\omega_n & 1 \\ -\omega_n^2 & s \end{bmatrix} \mathbf{x}(0)}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} \star$$

86

เนื่องจากเป็นการวิเคราะห์ Small Disturbance ซึ่งเป็นการเปลี่ยนแปลงเล็กน้อยในระบบ \rightarrow โรเตอร์ถูกรบกวนเล็กน้อย ด้วย มุมขนาดเล็กๆ $\Delta\delta_0$

สามารถหาค่า $\mathbf{x}(0)$ ได้เป็น $x_1 = \Delta\delta_0$
 $x_2 = \Delta\omega_0 = 0$

$$\mathbf{X}(s) = \frac{\begin{bmatrix} s + 2\zeta\omega_n & 1 \\ -\omega_n^2 & s \end{bmatrix} \mathbf{x}(0)}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} \quad \leftarrow \text{แทนค่า}$$

87

จะได้คำตอบในรูปสมการลาปลาซ เป็น

$$\Delta\delta(s) = \frac{(s + 2\zeta\omega_n)\Delta\delta_0}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} \quad \text{และ} \quad \Delta\omega(s) = -\frac{\omega_n^2\Delta\delta_0}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$$

แก้สมการลาปลาซ จะได้ผลตอบสนอง เป็น

$$\Delta\delta = \frac{\Delta\delta_0}{\sqrt{1-\zeta^2}} e^{-\zeta\omega_n t} \sin(\omega_d t + \theta)$$

$$\Delta\omega = \frac{\omega_n\Delta\delta_0}{\sqrt{1-\zeta^2}} e^{-\zeta\omega_n t} \sin\omega_d t$$

เมื่อ $\omega_d = \omega_n \sqrt{1-\zeta^2}$

$\theta = \cos^{-1} \zeta$

88

❖ สมการการเปลี่ยนแปลงของมุมกำลัง (power angle) โรเตอร์เนื่องจาก Small Disturbance เป็นดังนี้

$$\delta = \delta_0 + \frac{\Delta\delta_0}{\sqrt{1-\zeta^2}} e^{-\zeta\omega_n t} \sin(\omega_d t + \theta)$$

❖ สมการการเปลี่ยนแปลงของความเร็วเชิงมุมของโรเตอร์ เนื่องจาก Small Disturbance เป็นดังนี้

$$\omega = \omega_0 - \frac{\omega_n \Delta\delta_0}{\sqrt{1-\zeta^2}} e^{-\zeta\omega_n t} \sin \omega_d t$$

➢ ค่า Response Time Constant เท่ากับ

$$\tau = \frac{1}{\zeta\omega_n} = \frac{2H}{\pi f_0 D}$$

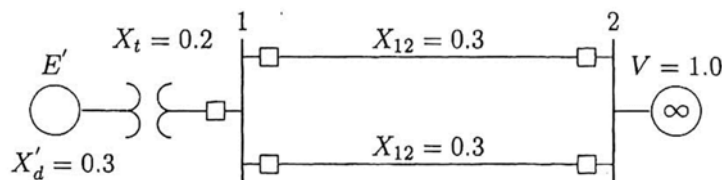
➢ ผลตอบสนองที่เกิดขึ้น จะเข้าสู่ค่าคงที่ ที่เวลาประมาณ

$$t_s \cong 4\tau$$

Settling Time

ตัวอย่างที่ 3

เครื่องกำเนิดไฟฟ้าซิงโครนัส 60 Hz มีค่า $H = 9.94 \text{ MJ/MVA}$ และมีการต่อกับระบบดังรูป และมีค่าพารามิเตอร์ต่างๆ ขึ้นกับค่าฐานของระบบ โดยที่เครื่องกำเนิดไฟฟ้าจ่ายกำลังไฟฟ้าจริง 0.6 pu. ที่ 0.8 pf lagging และแรงดันที่บัสอนันต์มีขนาด $V = 1.0 \text{ pu}$.

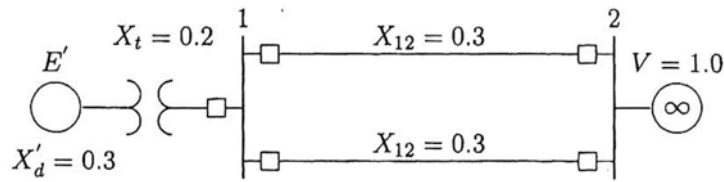


กำหนดให้ เครื่องจักรมีค่า ส.ป.ส. การหน่วง $D = 0.138$

พิจารณาการเปลี่ยนแปลงขึ้นที่เครื่องกำเนิดไฟฟ้า เมื่อระบบเกิด small disturbance ขนาด $\Delta\delta = 10^\circ = 0.1745 \text{ rad}$ ซึ่งมีสาเหตุมาจากการที่เซอร์กิตเบรกเกอร์เปิดและปิดวงจรอย่างรวดเร็ว

โดยพิจารณาปริมาณต่างๆ ดังต่อไปนี้

- สมการการเปลี่ยนแปลงของ δ และ ω
- กราฟการเปลี่ยนแปลงที่เกิดขึ้นกับ δ และ ω



ค่ารีแอกแตนซ์ระหว่างแรงดันภายในเครื่องกำเนิดไฟฟ้ากับบัสอนันต์

$$X = 0.3 + 0.2 + \frac{0.3}{2} = 0.65$$

กำลังไฟฟ้าปรากฏ เท่ากับ

$$S = \frac{P}{\cos \theta} \angle \theta = \frac{0.6}{0.8} \angle \cos^{-1} 0.8 = 0.75 \angle 36.87^\circ$$

93

กระแสที่ไหลออกจากเครื่องกำเนิดไฟฟ้า เท่ากับ

$$I = \frac{S^*}{V^*} = \frac{0.75 \angle -36.87^\circ}{1.0 \angle 0^\circ} = 0.75 \angle -36.87^\circ$$

แรงดันไฟฟ้าภายในเครื่องกำเนิดไฟฟ้า เท่ากับ

$$E' = V + jXI = 1.0 \angle 0^\circ + (j0.65)(0.75 \angle -36.87^\circ)$$

$$= 1.35 \angle 16.79^\circ$$

δ_0

94

➤ The Synchronizing Power Coefficient ของสถานะเริ่มต้น

$$P_s = P_{\max} \cos \delta_0 = \frac{|E'| |V|}{X} \cos \delta_0 = \frac{(1.35)(1)}{0.65} \cos 16.79^\circ = 1.9884$$

➤ หา ω_n และ ζ ได้จาก

$$\omega_n = \sqrt{\frac{\pi f_0 P_s}{H}} = \sqrt{\frac{(\pi)(60)}{9.94} 1.9884} = 6.1405 \text{ rad/s}$$

$$\zeta = \frac{D}{2} \sqrt{\frac{\pi f_0}{HP_s}} = \frac{0.138}{2} \sqrt{\frac{(\pi)(60)}{(9.94)(1.9884)}} = 0.2131$$

95

➤ สมการการเปลี่ยนแปลงของ $\Delta \delta$ เขียนได้เป็น

$$\frac{d^2 \Delta \delta}{dt^2} + 2\zeta \omega_n \frac{d\Delta \delta}{dt} + \omega_n^2 \Delta \delta = 0 \rightarrow \frac{d^2 \Delta \delta}{dt^2} + 2.62 \frac{d\Delta \delta}{dt} + 37.7 \Delta \delta = 0$$

➤ Damped angular frequency of Oscillation

$$\omega_d = \omega_n \sqrt{1 - \zeta^2} = 6.1405 \sqrt{1 - (0.2131)^2} = 6.0 \text{ rad/s}$$

➤ Damped Oscillation Frequency

$$f_d = \frac{\omega_d}{2\pi} = \frac{6.0}{2\pi} = 0.9549 \text{ Hz}$$

96

จากสมการ

$$\delta = \delta_0 + \frac{\Delta\delta_0}{\sqrt{1-\zeta^2}} e^{-\zeta\omega_n t} \sin(\omega_d t + \theta)$$

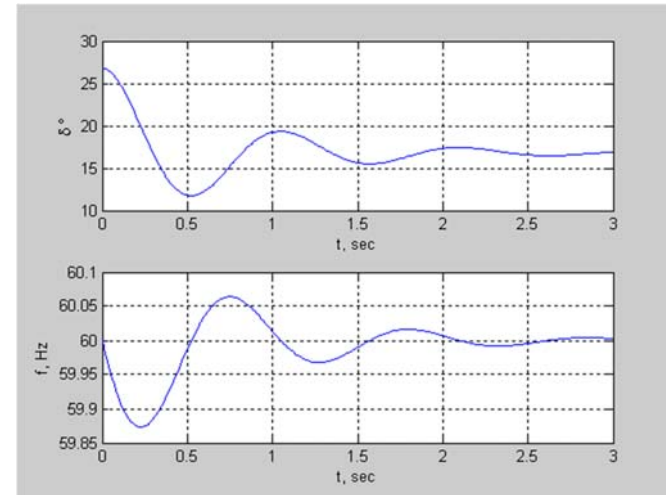
$$\omega = \omega_0 - \frac{\omega_n \Delta\delta_0}{\sqrt{1-\zeta^2}} e^{-\zeta\omega_n t} \sin \omega_d t$$

จะได้

$$\delta = 16.79^\circ + 10.234e^{-1.3t} \sin(6.0t + 77.6966)$$

$$\omega = 60 - 0.1746e^{-1.3t} \sin 6.0t$$

กราฟการเปลี่ยนแปลงที่ได้



$$t_s \cong 4\tau = 4(1/1.3) \cong 3.1$$

กรณีที่เกิด small disturbance เนื่องจากเครื่องกำเนิดไฟฟ้ามีการเปลี่ยนแปลงค่ากำลังไฟฟ้าที่จ่ายออกมา

- กำหนดให้กำลังไฟฟ้าที่เปลี่ยนแปลง คือ ΔP
- เขียนสมการ linearized swing equation ได้เป็น

$$\frac{H}{\pi f_0} \frac{d^2\Delta\delta}{dt^2} + D \frac{d\Delta\delta}{dt} + P_s \Delta\delta = \Delta P$$

หรือ

$$\frac{d^2\Delta\delta}{dt^2} + \frac{\pi f_0}{H} D \frac{d\Delta\delta}{dt} + \frac{\pi f_0}{H} P_s \Delta\delta = \frac{\pi f_0}{H} \Delta P$$

❖ ในกรณีที่ระบบมีเครื่องจักรหลายตัว (Multi Machine) สามารถวิเคราะห์เสถียรภาพจากรูปแบบตัวแปรสถานะ (State Variable form) ได้

จาก
$$\frac{d^2\Delta\delta}{dt^2} + 2\zeta\omega_n \frac{d\Delta\delta}{dt} + \omega_n^2 \Delta\delta = \Delta u$$
 zero state equation

เมื่อ
$$\Delta u = \frac{\pi f_0}{H} \Delta P$$

กำหนดให้ $x_1 = \Delta\delta$ และ $x_2 = \Delta\omega = \dot{\Delta\delta}$

จะได้ $\dot{x}_1 = x_2$ และ $\dot{x}_2 = -\omega_n^2 x_1 - 2\zeta\omega_n x_2$

- เขียนสมการสถานะในรูปเมตริกได้เป็น

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\omega_n^2 & -2\zeta\omega_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \Delta u \quad \dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{Ax}(t) + \mathbf{B}\Delta u(t)$$

- พบว่า เป็นสมการ homogeneous state equation (unforce state variable equation)

- สามารถหาเวกเตอร์เอาต์พุต $y(t)$ ได้

$$y(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \quad y(t) = \mathbf{Cx}(t)$$

101

➢ แปลงลาปลาซสมการ $\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{Ax}(t)$ จะได้

$$s\mathbf{X}(s) = \mathbf{AX}(s) + \mathbf{B}\Delta U(s)$$

$$\mathbf{X}(s) = (s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1} \mathbf{B}\Delta U(s)$$

เมื่อ $\Delta U(s) = \frac{\Delta u}{s}$ จะได้

$$\mathbf{X}(s) = \frac{\begin{bmatrix} s + 2\zeta\omega_n & 1 \\ -\omega_n^2 & s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \frac{\Delta u}{s}}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$$

102

- จะได้คำตอบในรูปสมการลาปลาซ เป็น

$$\Delta\delta(s) = \frac{\Delta u}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} \quad \text{และ} \quad \Delta\omega(s) = \frac{\Delta u}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$$

- แก้สมการลาปลาซ จะได้ผลตอบสนอง เป็น

$$\Delta\delta = \frac{\Delta u}{\omega_n^2} \left[1 - \frac{1}{\sqrt{1-\zeta^2}} e^{-\zeta\omega_n t} \sin(\omega_d t + \theta) \right]$$

$$\Delta\omega = \frac{\Delta u}{\omega_n \sqrt{1-\zeta^2}} e^{-\zeta\omega_n t} \sin \omega_d t$$

$$\text{เมื่อ } \omega_d = \omega_n \sqrt{1-\zeta^2}$$

$$\theta = \cos^{-1} \zeta$$

103

- สมการการเปลี่ยนแปลงของมุมกำลัง (power angle) โรเตอร์เนื่องจาก Small Disturbance เป็นดังนี้

$$\delta = \delta_0 + \frac{\pi f_0 \Delta P}{H \omega_n^2} \left[1 - \frac{1}{\sqrt{1-\zeta^2}} e^{-\zeta\omega_n t} \sin(\omega_d t + \theta) \right]$$

- สมการการเปลี่ยนแปลงของความถี่เชิงมุมของโรเตอร์ เนื่องจาก Small Disturbance เป็นดังนี้

$$\omega = \omega_0 + \frac{\pi f_0 \Delta P}{H \omega_n \sqrt{1-\zeta^2}} e^{-\zeta\omega_n t} \sin \omega_d t$$

จุดทำงานจะเปลี่ยนไป

104

ตัวอย่างที่ 4

จากตัวอย่างที่ 3 ถ้าเครื่องกำเนิดไฟฟ้ามีการเปลี่ยนแปลงกำลังไฟฟ้า
ขนาด $\Delta P = 0.2$

จงหา การเปลี่ยนแปลงของมุมกำลังและความถี่

105

❖ สมการการเปลี่ยนแปลงของมุมกำลัง (power angle) โรเตอร์

$$\delta = \delta_0 + \frac{\pi f_0 \Delta P}{H \omega_n^2} \left[1 - \frac{1}{\sqrt{1-\zeta^2}} e^{-\zeta \omega_n t} \sin(\omega_d t + \theta) \right]$$

$$= 16.79^\circ + \frac{(180)(60)(0.2)}{(9.94)(6.1405)^2} \left[1 - \frac{1}{\sqrt{1-(0.2131)^2}} e^{-1.3t} \sin(6t + 77.6966^\circ) \right]$$

$$= 16.79^\circ + 5.7631 [1 - 1.0235 e^{-1.3t} \sin(6t + 77.6966^\circ)]$$

106

❖ สมการการเปลี่ยนแปลงของความถี่ (Hz)

$$\omega = \omega_0 + \frac{\pi f_0 \Delta P}{H \omega_n \sqrt{1-\zeta^2}} e^{-\zeta \omega_n t} \sin \omega_d t$$

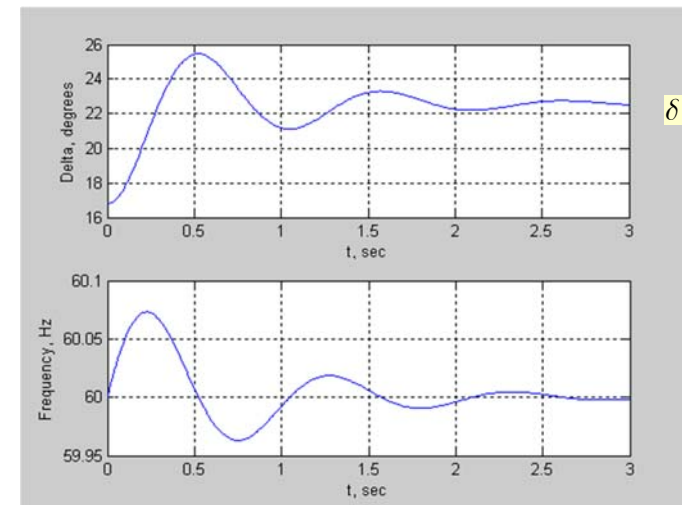
$$f = \frac{\omega_0}{2\pi} + \frac{1}{2\pi} \frac{\pi f_0 \Delta P}{H \omega_n \sqrt{1-\zeta^2}} e^{-\zeta \omega_n t} \sin \omega_d t$$

$$= 60 + \frac{(60)(0.2)}{2(9.94)(6.1405)\sqrt{1-(0.2131)^2}} e^{-1.3t} \sin 6t$$

$$= 60 + 0.1 e^{-1.3t} \sin 6t$$

107

กราฟการเปลี่ยนแปลงที่ได้



จุดทำงานเปลี่ยนแปลง

108