

ความรู้พื้นฐานในการคำนวณเกี่ยวกับระบบไฟฟ้ากำลัง

Basic Concept of Power System Engineering

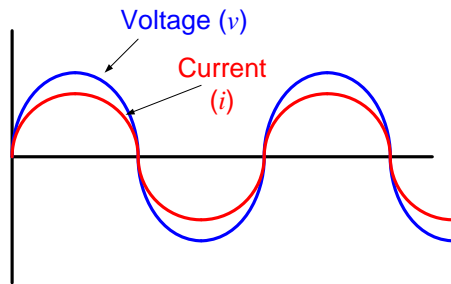
เฟสเซอร์ (Phasor)

ในระบบไฟฟ้ากำลัง ถ้ากำหนดให้แรงดันและกระแส เป็น

- รูปคลื่นแบบไซน์ (Sinusoidal Wave form)
- ความถี่คงที่ (Constant Frequency)

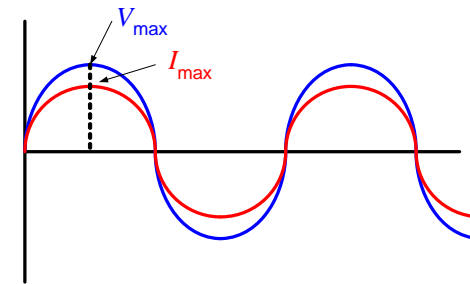
สามารถแทนสัญญาณทั้งสองในรูปเฟสเซอร์ได้

ขนาด \angle มุมเฟส



สัญลักษณ์

- v, i แทน แรงดันและกระแสที่เป็นคลื่นรูปไซน์
- V, I แทน เฟสเซอร์ของแรงดันและกระแส
- $|V|, |I|$ แทน เฟสเซอร์ของแรงดันและกระแส มีหน่วยเป็นค่า RMS



โดยที่

$$v = V_{\max} \cos(\omega t + \theta_v)$$

$$i = I_{\max} \cos(\omega t + \theta_i)$$

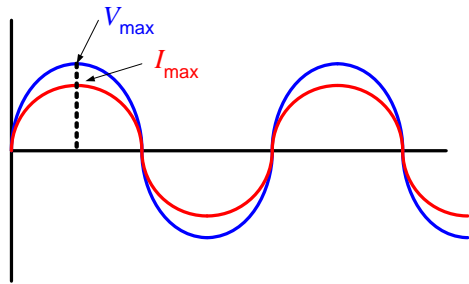
เฟสเซอร์

$$V = |V| \angle \theta_v$$

$$I = |I| \angle \theta_i$$

RMS

ค่า RMS (Root – Mean – Square)



V_{\max} , I_{\max} คือ แรงดันและกระแสสูงสุด

จะได้

$$|V| = \frac{V_{\max}}{\sqrt{2}}$$

และ

$$|I| = \frac{I_{\max}}{\sqrt{2}}$$

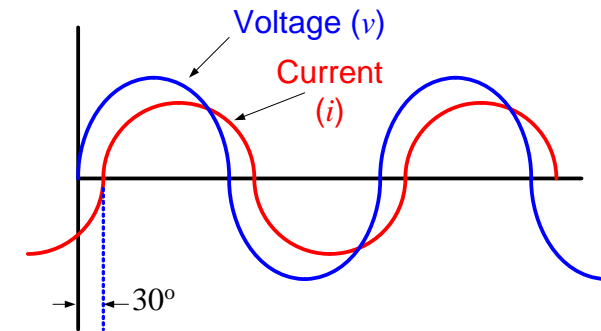
5

ตัวอย่าง 1

ระบบไฟฟ้า มีแรงดันและกระแส เป็นฟังก์ชันเวลา ดังนี้

$$v = 141.4 \cos(\omega t + 30^\circ)$$

$$i = 7.07 \cos(\omega t)$$



6

จาก $v = 141.4 \cos(\omega t + 30^\circ)$

$$i = 7.07 \cos(\omega t)$$

จะได้ $V_{\max} = 141.4 \text{ V}$

$$I_{\max} = 7.07 \text{ A}$$

$$\rightarrow |V| = \frac{V_{\max}}{\sqrt{2}} = \frac{141.4}{\sqrt{2}} = 100 \text{ V}$$

$$|I| = \frac{I_{\max}}{\sqrt{2}} = \frac{7.07}{\sqrt{2}} = 5 \text{ V}$$

7

จะสามารถเขียนในรูปเฟสเซอร์ ได้เป็น

$$V = |V| \angle \theta_v$$

$$I = |I| \angle \theta_i$$

โดยที่

$$\theta_v = 30^\circ \quad \text{และ} \quad \theta_i = 0^\circ$$

จะได้

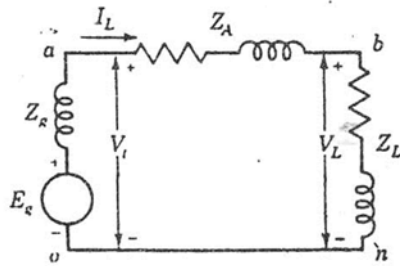
$$V = 100 \angle 30^\circ = 86.6 + j50 \text{ V.}$$

$$I = 5 \angle 0^\circ = 5 + j0 \text{ A.}$$

8

ดัชนีล่าง (Subscript Notation)

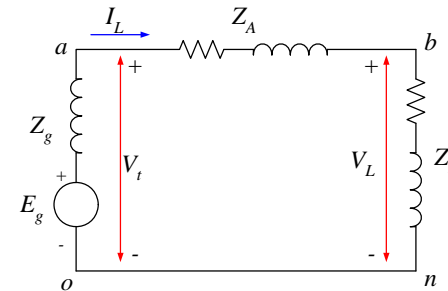
- ตัวอักษรที่กำกับตรงปริมาณทางไฟฟ้า
- ใช้กำหนดส่วนต่างๆ ของวงจร
- ใช้เพื่อใช้สะดวกในการคำนวณ



9

ดัชนีล่างตัวเดียว (Single Subscript Notation)

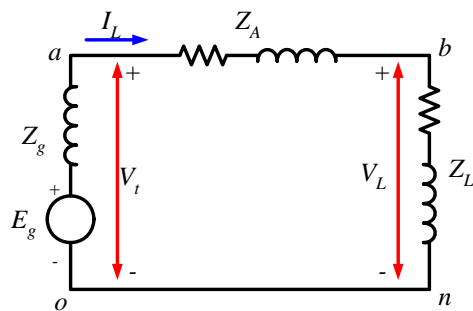
- เหมาะกับการใช้ในวงจร 1 เฟส
- ใช้ตัวอักษร, สัญลักษณ์ เป็นดัชนีล่าง เพียง 1 ตัว
- ทราบทิศทางจากเครื่องหมาย บวกและลบ (+/-)



ดัชนีล่างตัวเดียว

E_g, V_t, V_L
 Z_g, Z_A, Z_L
 I_L

10



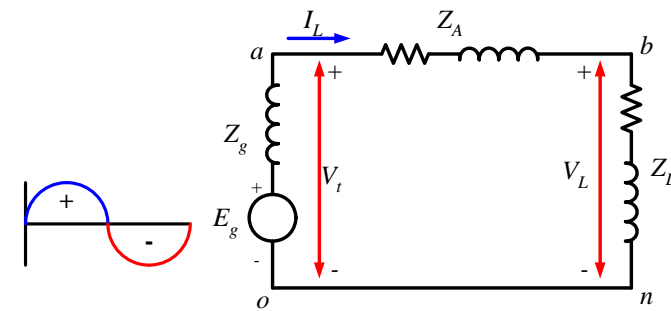
เมื่อ จุด o จุดอ้างอิงแรงดัน

$$V_t = V_a$$

$$V_L = V_b$$

- E_g คือ แหล่งจ่ายไฟ
- V_t คือ แรงดันระหว่างจุด a และ o
- I_L คือ กระแสในวงจร
- V_L คือ แรงดันคร่อมอิมพีแดนซ์ Z_L

11



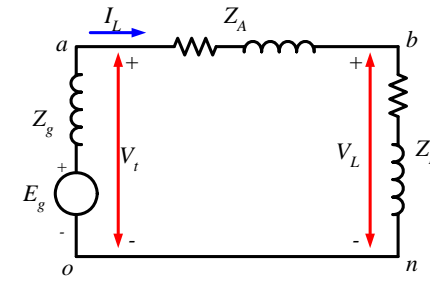
- เครื่องหมาย บวก, ลบ จะใช้แสดงทิศทางแรงดัน
- ลูกศรจะแสดงทิศทางของกระแส
- เครื่องหมายและทิศทางลูกศร จะมีลักษณะดังรูป เป็นเวลาครึ่งไซเคิล
- ครึ่งไซเคิลต่อมา เครื่องหมายและทิศทางลูกศร จะตรงข้ามกับในรูปทั้งหมด

12

ดัชนีล่างสองตัว (Double Subscript Notation)

- จำเป็นสำหรับวงจรระบบไฟฟ้า 3 เฟส
- ทำให้ทราบทิศทางของกระแสและแรงดัน
- ทำให้ทราบตำแหน่ง 2 จุด ที่แรงดันหรือกระแสเกี่ยวข้อง

13



• I_L เป็นกระแสบวก เมื่อ ไหลจาก a ไป b

สามารถเขียน I_L ได้เป็น

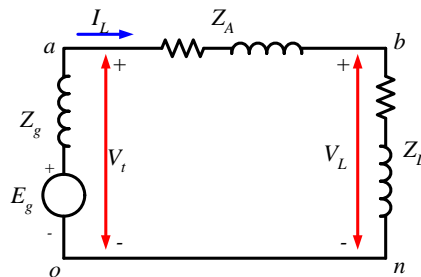
$$I_{ab}$$

หรือ

$$-I_{ba}$$

$$I_{ba} \angle 180^\circ$$

14



- V_{ab} เป็น แรงดันที่คร่อม อิมพีแดนซ์ Z_A
แรงดันที่คร่อมจาก โหนด a และ โหนด b

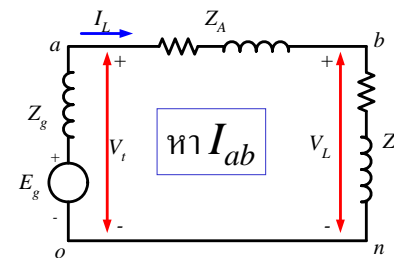
จากรูป จะได้

$$V_{ab} = I_{ab} Z_A$$

$$\rightarrow V_{ab} = V_{ba} \angle 180^\circ = -V_{ba}$$

15

ความสัมพันธ์ของดัชนีล่างหนึ่งตัว กับ ดัชนีล่างสองตัว



$$I_L = I_{ab}$$

$$V_t = V_a = V_{ao}$$

$$V_L = V_b = V_{bo}$$

จาก KVL จะได้

$$V_{oa} + V_{ab} + V_{bn} = 0$$

$$-V_{ao} + I_{ab} Z_A + V_{bn} = 0$$

$$I_{ab} = \frac{V_{ao} - V_{bn}}{Z_A}$$

16

กำลังไฟฟ้าของวงจรไฟฟ้ากระแสสลับ 1 เฟส

- กำลังไฟฟ้า คือ การเปลี่ยนแปลงของพลังงานไฟฟ้าต่อเวลา

$$p(t) = \frac{dw(t)}{dt}$$

พลังงาน
เวลา

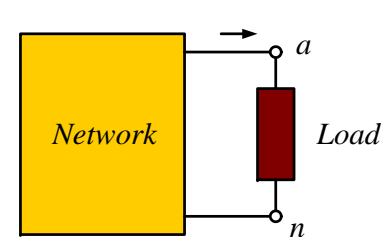
- กำลังไฟฟ้าขณะใดขณะหนึ่ง เป็น
“ผลคูณของแรงดันกับกระแสของโหลดในขณะนั้น”

17

กำหนดให้

- โหลดมีปลายเป็นขั้ว a และ n
- สมการของแรงดันคร่อมโหลด กับ กระแสผ่านโหลด เป็น

$$v_{an} = V_{\max} \cos(\omega t) \quad \text{และ} \quad i_{an} = I_{\max} \cos(\omega t - \theta)$$

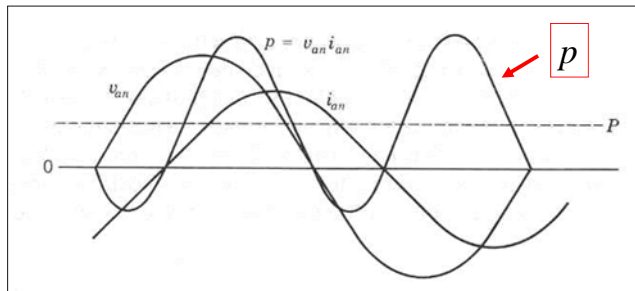


กำลังไฟฟ้าชั่วขณะจึงเป็น

$$p = v_{an} i_{an} \\ = V_{\max} I_{\max} \cos(\omega t) \cos(\omega t - \theta)$$

18

$$p = V_{\max} I_{\max} \cos(\omega t) \cos(\omega t - \theta)$$



- มุม θ มีค่าเป็นบวก (+) เมื่อ กระแส **ตามหลัง (lag)** แรงดัน
- มุม θ มีค่าเป็นลบ (-) เมื่อ กระแส **นำหน้า (lead)** แรงดัน

19

กำลังไฟฟ้าเป็น บวก(+)

- ค่ากระแสและแรงดัน **มีเครื่องหมายเหมือนกัน**
- กำลังไฟฟ้าจากระบบถูกดึงเข้าไปจ่ายยัง โหลด (โหนด a - n)

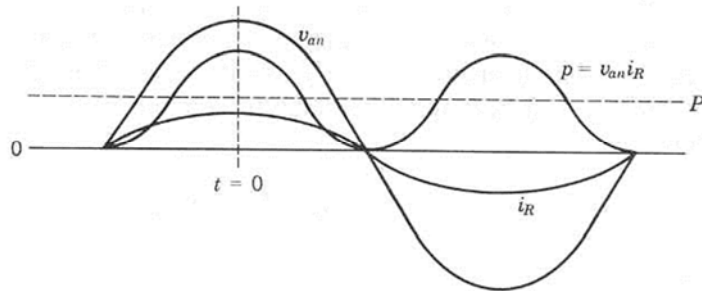
กำลังไฟฟ้าเป็น ลบ(-)

- ค่ากระแสและแรงดัน **มีเครื่องหมายต่างกัน**
- กำลังไฟฟ้าจ่ายจาก โหลด (โหนด a - n) เข้ามายังระบบ

20

• กรณี v_{an} กับ i_{an} เฟสตรงกัน $\leftarrow \theta = 0$

- โหลดระหว่าง a กับ n เป็น “ความต้านทานบริสุทธิ์”
- กำลังไฟฟ้ามีค่าเป็น บวก (+) เสมอ ตลอดเวลา



21

• กรณี v_{an} กับ i_{an} เฟสต่างกัน 90°

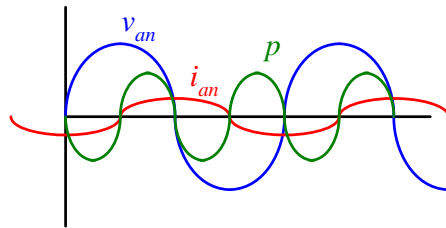
- โหลดระหว่าง a กับ n เป็น “ค่าเหนี่ยวนำบริสุทธิ์ (Pure Inductance)”

หรือ “ค่าเก็บประจุบริสุทธิ์ (Pure Capacitance)”

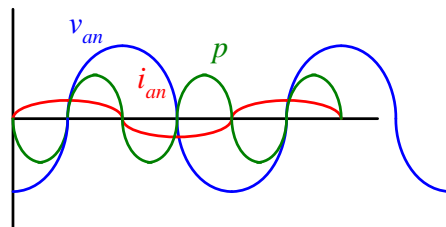
- กำลังไฟฟ้าที่มีค่าเป็น บวก (+) และ ลบ (-) จะมีค่าเท่ากัน
- กำลังไฟฟ้าเฉลี่ย มีค่าเป็นศูนย์ (0)

22

ค่าเหนี่ยวนำบริสุทธิ์ (Pure Inductance)



ค่าเก็บประจุบริสุทธิ์ (Pure Capacitance)



23

รูปทั่วไปของกำลังไฟฟ้า

$$p = V_{\max} I_{\max} \cos(\omega t) \cos(\omega t - \theta)$$

ใช้หลักทาง ตรีโกณ จะได้

$$p = \frac{V_{\max} I_{\max}}{2} \cos \theta (1 + \cos 2\omega t) + \frac{V_{\max} I_{\max}}{2} \sin \theta \sin 2\omega t$$

$$\begin{aligned} \text{เมื่อ } \frac{V_{\max} I_{\max}}{2} &= \frac{V_{\max}}{\sqrt{2}} \times \frac{I_{\max}}{\sqrt{2}} \\ &= |V_{an}| \cdot |I_{an}| \quad \text{หรือ} \quad |V| \cdot |I| \end{aligned}$$

24

กำลังไฟฟ้าจริง และ กำลังไฟฟ้ารีแอกทีฟ

• ในระบบที่มีทั้งโหลด เป็นลักษณะ RC และ RL หรือ RLC จะมีกำลังไฟฟ้าจริงและกำลังไฟฟ้ารีแอกทีฟอยู่ในโหลดนั้น

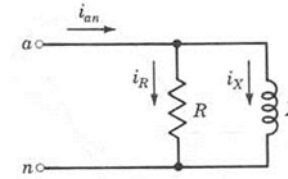
- กำลังไฟฟ้าจริง → Real Power, Active Power

• เกิดจากโหลดตัวต้านทาน

- กำลังไฟฟ้ารีแอกทีฟ → Reactive Power

• เกิดจากโหลดตัวเหนี่ยวนำ และ ตัวเก็บประจุ

25



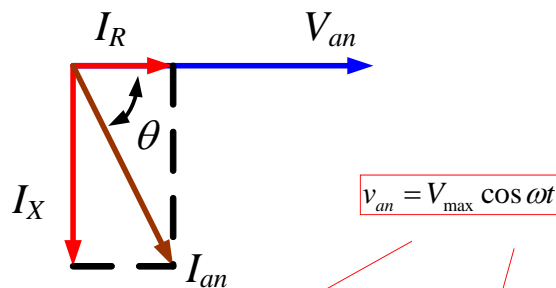
วงจรในรูป ระหว่างจุด a กับ n พบว่า R // L

กรณีโหลด R → แรงดัน v_{an} กับกระแส i_R มีเฟสตรงกัน

กรณีโหลด L → กระแส i_X มีมุมเฟสตามหลัง (lagging) แรงดัน อยู่ 90°

26

สามารถเขียนรูปแสดงเฟสเซอร์ กระแส และแรงดันได้เป็น



จะได้

$$|I_R| = |I_{an}| \cos \theta$$

$$i_R = \underbrace{I_{\max} \cos \theta}_{\max i_R} \cos \omega t$$

$$|I_X| = |I_{an}| \sin \theta$$

$$i_X = \underbrace{I_{\max} \sin \theta}_{\max i_X} \cos(\omega t - 90^\circ)$$

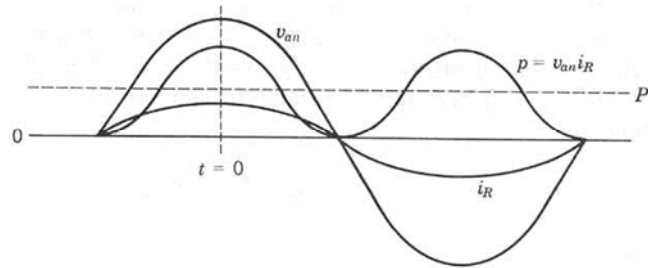
27

กำลังไฟฟ้าในตัวต้านทาน $p_R(t)$

$$\begin{aligned} p_R(t) &= v_{an}(t) i_R(t) \\ &= (V_{\max} \cos \omega t)(I_{\max} \cos \theta \cos \omega t) \\ &= V_{\max} I_{\max} \cos \theta \cos^2 \omega t \\ &= V_{\max} I_{\max} \cos \theta \frac{(1 + \cos 2\omega t)}{2} \\ &= \frac{V_{\max} I_{\max}}{2} \cos \theta (1 + \cos 2\omega t) \end{aligned}$$

28

$$p_R = \frac{V_{\max} I_{\max}}{2} \cos \theta (1 + \cos 2\omega t)$$



ค่า p_R มีค่าเป็นบวกเสมอ และมีค่าเฉลี่ยเป็น

$$p_{R,avr} = P = \frac{V_{\max} I_{\max}}{2} \cos \theta$$

$$P = |V| \cdot |I| \cos \theta \leftarrow \text{ค่า RMS}$$

29

P - กำลังไฟฟ้าเฉลี่ย ที่ได้จากโหลดตัวต้านทาน (R)

- เรียก “กำลังไฟฟ้าจริง (Real Power)” มีหน่วยเป็น Watt

$\cos \theta$ - ตัวประกอบกำลัง (power factor)

- มี 2 กรณี คือ

1. ตัวประกอบกำลังแบบตาม (lagging) - โหลดตัว L

- กระแสตามหลังแรงดัน

2. ตัวประกอบกำลังแบบนำ (leading) - โหลดตัว C

- กระแสนำหน้าแรงดัน

30

กำลังไฟฟ้าในตัวเหนี่ยวนำ $p_X(t)$

$$p_X(t) = v_{an}(t) i_X(t)$$

$$= (V_{\max} \cos \omega t) (I_{\max} \sin \theta \cos(\omega t - 90^\circ))$$

$$= (V_{\max} \cos \omega t) (I_{\max} \sin \theta \sin \omega t)$$

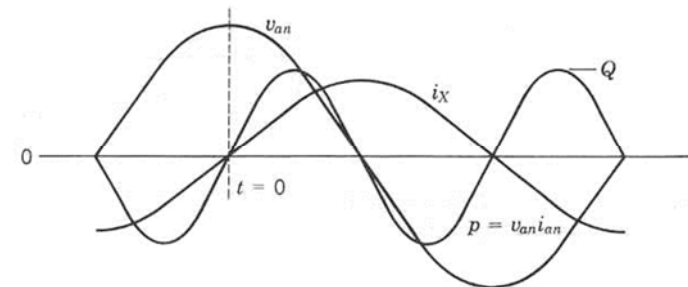
$$= V_{\max} I_{\max} \sin \theta \sin \omega t \cos \omega t$$

$$= V_{\max} I_{\max} \sin \theta \frac{\sin 2\omega t}{2}$$

$$= \frac{V_{\max} I_{\max}}{2} \sin \theta \sin 2\omega t$$

31

$$p_X(t) = \frac{V_{\max} I_{\max}}{2} \sin \theta \sin 2\omega t$$

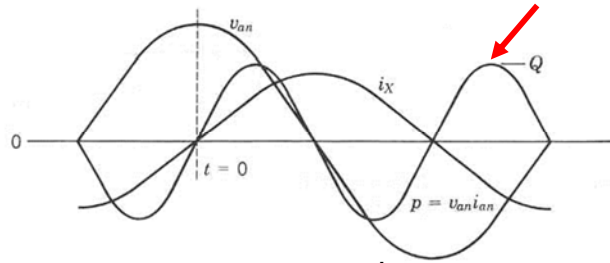


• กำลังไฟฟ้า p_X มีทั้งค่า บวก และ ลบ

• กำลังไฟฟ้าเฉลี่ย p_X มีค่าเท่ากับ ศูนย์ (0)

• กำลังไฟฟ้า p_X ช่วงขณะ เรียกว่า “กำลังไฟฟารีแอกทีฟชั่วขณะ”
(instantaneous reactive power)

$$p_x(t) = \frac{V_{\max} I_{\max}}{2} \sin \theta \sin 2\omega t$$



- ค่าสูงสุดของกำลังไฟฟัรแอกทีฟชั่วขณะ เรียกว่า “ค่ากำลังไฟฟัรแอกทีฟ (Reactive Power, Q)” หน่วย VAR

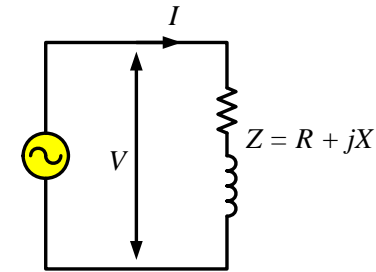
$$Q = \frac{V_{\max} I_{\max}}{2} \sin \theta$$

$$Q = |V| \cdot |I| \sin \theta \quad \leftarrow \text{ค่า RMS}$$

33

ตัวอย่างที่ 2

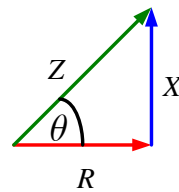
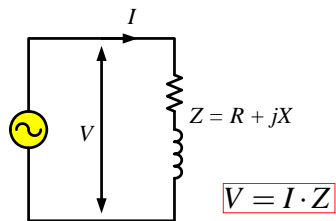
จากวงจรในรูป จงหา กำลังไฟฟ้าจริง และ กำลังไฟฟ้าปรากฏ



จากวงจร พบว่า

$$V = I \cdot Z$$

34



กำลังไฟฟ้าจริง

$$\begin{aligned} P &= |V||I| \cos \theta \\ &= (|I| \cdot |Z|) \cdot |I| \cos \theta \\ &= |I|^2 \cdot |Z| \cos \theta \\ &= |I|^2 R \end{aligned}$$

กำลังไฟฟัรแอกทีฟ

$$\begin{aligned} Q &= |V||I| \sin \theta \\ &= (|I| \cdot |Z|) \cdot |I| \sin \theta \\ &= |I|^2 \cdot |Z| \sin \theta \\ &= |I|^2 X \end{aligned}$$

35

กำลังไฟฟ้าเชิงซ้อน (Complex Power)

- เรียกอีกอย่างว่า “กำลังไฟฟ้าปรากฏ (Apparent Power)”
- หาค่าได้จาก

$$\begin{aligned} S &= \sqrt{P^2 + Q^2} \\ &= \sqrt{(|V||I| \cos \theta)^2 + (|V||I| \sin \theta)^2} \\ &= \sqrt{|V||I|^2 (\cos^2 \theta + \sin^2 \theta)} \\ &= |V| \cdot |I| \end{aligned}$$

36

จาก $P = |V||I|\cos\theta$

จะได้ $\cos\theta = \frac{P}{|V|\cdot|I|}$

$\cos\theta = \frac{P}{\sqrt{P^2 + Q^2}}$ ←

จาก $\frac{Q}{P} = \tan\theta$

จะได้

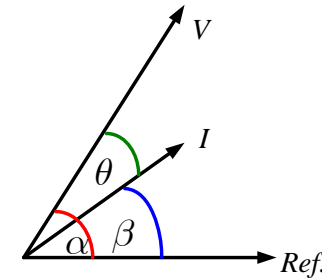
$\cos\theta = \cos\left(\tan^{-1}\frac{Q}{P}\right)$ ←

สมมติ แรงดันคร่อมโหลด $V = |V|\angle\alpha$

กระแสผ่านโหลด $I = |I|\angle\beta$

• ในกรณี โหลดเป็นชนิดเหนี่ยวนำ (PF.ตามหลัง)

- สามารถเขียน V, I ในรูปเฟสเซอร์ได้เป็น



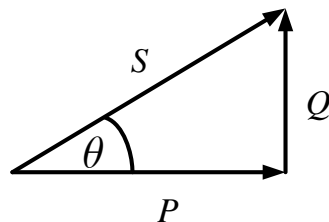
พบว่า $\theta = \alpha - \beta$

จะได้ $S = |V|\cdot|I|\angle\alpha - \beta$
 $= (V\angle\alpha) \times (I\angle -\beta)$
 $= VI^*$

จะได้ $S = |V|\cdot|I|\cos(\alpha - \beta) + j|V|\cdot|I|\sin(\alpha - \beta)$

→ $= P + jQ$

นำความสัมพันธ์ของ S, P และ Q มาเขียนเป็นสามเหลี่ยมกำลังไฟฟ้า (Power Triangle) ได้เป็น



จะพบว่า

• ค่า Q เป็น บวก เมื่อ ผลต่างมุม $(\alpha - \beta)$ มีค่าเป็น บวก

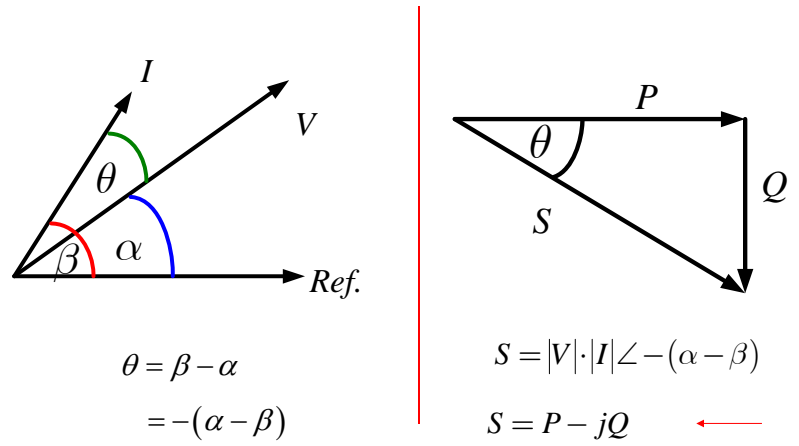
- ตัวประกอบกำลังเป็นแบบ ล้าหลัง
- กระแสตามหลังแรงดัน
- โหลดเป็นชนิดเหนี่ยวนำ

• ค่า Q เป็น ลบ เมื่อ ผลต่างมุม $(\alpha - \beta)$ มีค่าเป็น ลบ

- ตัวประกอบกำลังเป็นแบบ นำหน้า
- กระแสนำหน้าแรงดัน
- โหลดเป็นชนิดตัวเก็บประจุ

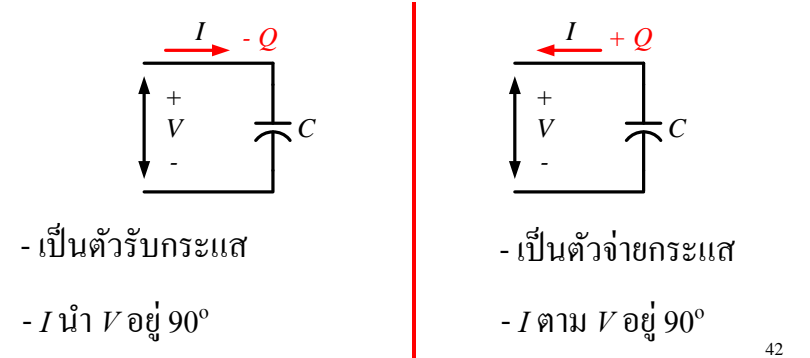
กรณีโหลดเป็นชนิดตัวเก็บประจุ

-เขียนแผนภาพเฟสเซอร์ และ สามเหลี่ยมกำลังไฟฟ้า ได้เป็น

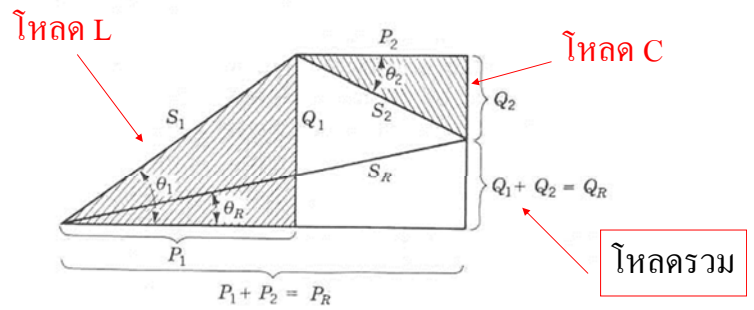


ในกรณีโหลดเป็นชนิดตัวเก็บประจุ พบว่า

- โหลดรับค่ากำลังไฟฟ้รีแอกทีฟที่มีค่าลบ (-Q) เข้าสู่ตัว
- โหลดจ่ายค่ากำลังไฟฟ้รีแอกทีฟที่มีค่าบวก (+Q) เข้าสู่ระบบ



• การต่อวงจร LC ขนานกัน ก็เป็นการลดค่า Q ที่เกิดขึ้นในระบบ

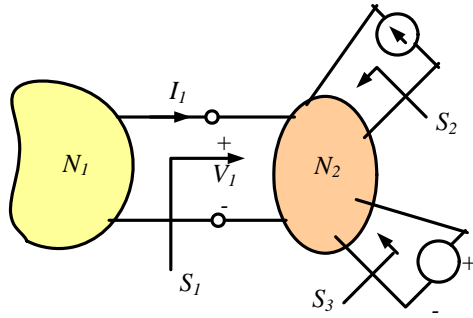


** ถ้าต้องการลดค่า Q อันเนื่องมาจากโหลดตัวเหนี่ยวนำในระบบไฟฟ้า (โหลดมอเตอร์ โหลดบัลลาสต์) ก็สามารถทำได้โดยนำตัวเก็บประจุมมาต่ออยู่ในระบบไฟฟ้า

การอนุรักษ์กำลังเชิงซ้อน

กำลังไฟฟ้าจริงที่จ่ายออกจากแหล่งจ่ายไฟฟ้า ย่อมมีค่าเท่ากับผลรวมของกำลังจริงที่ถูกนำไปใช้งานโดยโหลด

- ต้องมีความสมดุลของกำลังไฟฟ้รีแอกทีฟระหว่างแหล่งจ่ายและโหลดด้วย



กำลังไฟฟ้าเชิงซ้อนที่วงจร N_2 ได้รับ คือ

$$S_1 + S_2 + S_3 = \sum_i S_i$$

เครื่องหมายแสดงทิศทางการไหลของกำลังไฟฟ้า

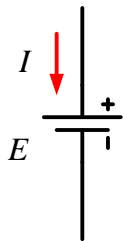
การไหลของกำลังไฟฟ้า คือ

- การที่กำลังไฟฟ้าถูกผลิตขึ้นมา หรือ ถูกดึงเข้ามา เมื่อแรงดันและกระแสไฟฟ้า ได้กำหนดไว้ ณ จุดที่กำลังพิจารณาการไหลนั้น

• กรณีระบบกระแสตรง

I เป็นบวก (+)

- เป็นการ Charging
- กำลังไฟฟ้าไหลเข้า



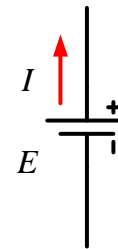
I เป็นลบ (-)

- เป็นการ Discharging
- กำลังไฟฟ้าไหลออก

• กรณีระบบกระแสตรง (2)

I เป็นบวก (+)

- เป็นการ Discharging
- กำลังไฟฟ้าไหลออก



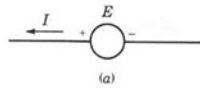
I เป็นลบ (-)

- เป็นการ Charging
- กำลังไฟฟ้าไหลเข้า

• กรณีระบบกระแสสลับ

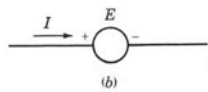
- กรณีเครื่องกำเนิดไฟฟ้า

- กำลังไฟฟ้าจริง ไหลออกจากตัวเครื่องกลจักร (machine)



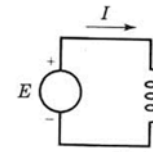
- กรณีเครื่องมอเตอร์ไฟฟ้า

- กำลังไฟฟ้าจริง ไหลเข้ามาในตัวเครื่องกลจักร (machine)

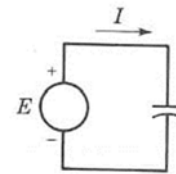


** พิจารณาเฉพาะค่า กำลังไฟฟ้าจริง (Real Power)

• กรณีระบบกระแสสลับ



- ค่า Q เป็นบวก ขนาด $|I|^2 X$
- ค่า Q ค่าบวก จ่ายให้กับตัวเหนี่ยวนำ
- I ตามหลัง V อยู่ 90°



- ค่า Q เป็นลบ ขนาด $|I|^2 X$
- ค่า Q ค่าลบ จ่ายให้กับตัวเก็บประจุ
- I นำหน้า V อยู่ 90°

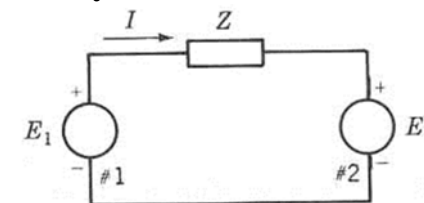
Table 2.1

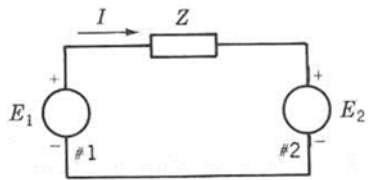
Circuit diagram	Calculated from EI^*
<p>Generator action assumed</p>	If P is +, emf supplies power If P is -, emf absorbs power If Q is +, emf supplies reactive power (I lags E) If Q is -, emf absorbs reactive power (I leads E)
<p>Motor action assumed</p>	If P is +, emf absorbs power If P is -, emf supplies power If Q is +, emf absorbs reactive power (I lags E) If Q is -, emf supplies reactive power (I leads E)

ตัวอย่างที่ 3

จากวงจรในรูป ประกอบด้วยเครื่องกลจักรไฟฟ้า 2 ตัว (1 และ 2)
โดยที่ $E_1 = 100 \angle 0^\circ$ $E_2 = 100 \angle 30^\circ$ $Z = 0 + j5$ ohm

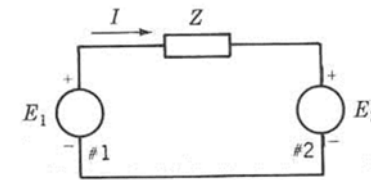
- จงหา ก) เครื่องกลจักรไหนเป็นเครื่องกำเนิดไฟฟ้า / มอเตอร์
ข) เครื่องกลจักรแต่ละตัว จ่ายหรือดูดกลืน กำลังไฟฟ้ารีแอกทีฟ
ค) P และ Q ที่ดูดกลืนในอิมพีแดนซ์





$$\begin{aligned}
 I &= \frac{E_1 - E_2}{Z} \\
 &= \frac{100 + j0 - (86.6 + j50)}{j5} \\
 &= \frac{13.4 - j50}{j5} \\
 &= -10 - j2.68 \\
 &= 10.35 \angle 195^\circ
 \end{aligned}$$

53



$$\begin{aligned}
 E_1 I^* &= 100(-10 + j2.68) \\
 &= -1000 + j268
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 E_2 I^* &= (86.6 + j50)(-10 + j2.68) \\
 &= -866 + j232 - j500 - 134 \\
 &= -1000 - j268
 \end{aligned}$$

54

เทียบค่า P และ Q จากตารางด้านล่าง

Table 2.1

Circuit diagram	Calculated from EI^*
<p>Generator action assumed</p>	<p>If P is +, emf supplies power If P is -, emf absorbs power ← If Q is +, emf supplies reactive power (I lags E) ← If Q is -, emf absorbs reactive power (I leads E)</p>
<p>Motor action assumed</p>	<p>If P is +, emf absorbs power If P is -, emf supplies power ← If Q is +, emf absorbs reactive power (I lags E) ← If Q is -, emf supplies reactive power (I leads E) ←</p>

55

เครื่องจักร 1 ค่า P เป็น ลบ และ ค่า Q เป็นบวก

- ดูดกลืนค่า P จากระบบและจ่ายค่า Q ให้ระบบ
- ทำงานเป็น **มอเตอร์ไฟฟ้า**

เครื่องจักร 2 ค่า P เป็น ลบ และ ค่า Q เป็นลบ

- จ่ายค่า P ให้ระบบและจ่ายค่า Q ให้ระบบ
- ทำงานเป็น **เครื่องกำเนิดไฟฟ้า**

56

ค่า P และ Q ในสายส่ง (อิมพีแดนซ์) หาจาก

$$Z = R + jX$$

จะได้

$$P = |I|^2 R$$

$$= 10.35^2 \times 0$$

$$= 0$$

$$Q = |I|^2 X$$

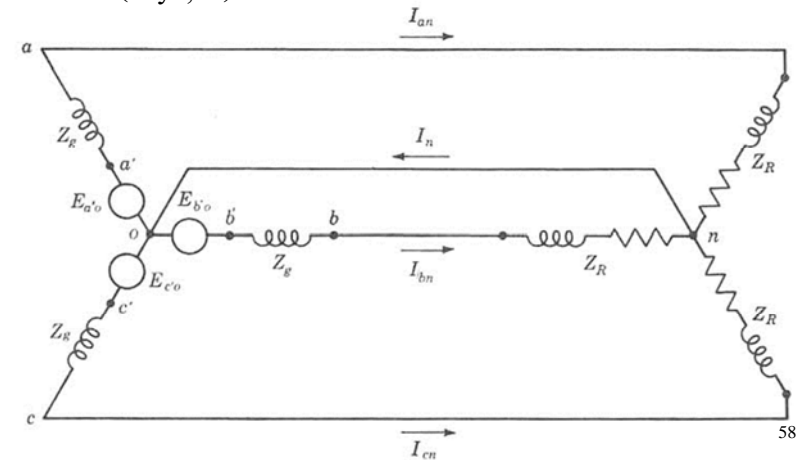
$$= 10.35^2 \times 5$$

$$= 536 \quad \text{VAr}$$

**** ค่า Q ในสายส่ง มีค่าเท่ากับ ค่า Q ที่จ่ายมาจากเครื่องจักรที่ 1 และ 2**

กระแสและแรงดันในระบบไฟฟ้า 3 เฟส

ลักษณะการต่อวงจร 3 เฟส โดย เครื่องกำเนิดไฟฟ้าและโหลดต่อแบบ วาย (Wye, Y)



แรงดัน ไฟฟ้า emf จากเครื่องกำเนิดไฟฟ้าแต่ละตัว คือ

$E_{a'o}, E_{b'o}$ และ $E_{c'o}$ เมื่อ (a, b และ c คือ ลำดับเฟส)

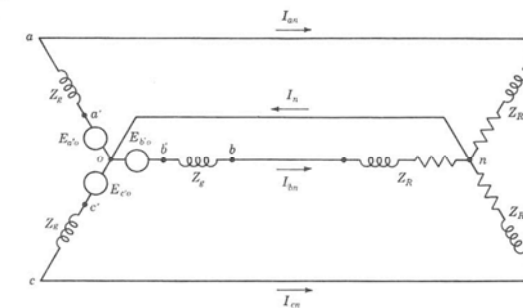
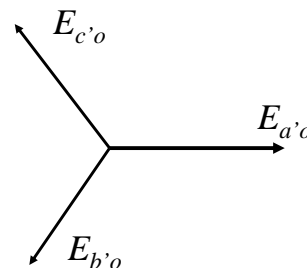
โดยแรงดัน emf แต่ละตัวมีขนาดเท่ากัน แต่มีมุมเฟสต่างกัน 120°

สมมติ แรงดัน emf มีขนาด 100 V จะได้

$$E_{a'o} = 100 \angle 0^\circ \quad \text{V}$$

$$E_{b'o} = 100 \angle 240^\circ \quad \text{V}$$

$$E_{c'o} = 100 \angle 120^\circ \quad \text{V}$$



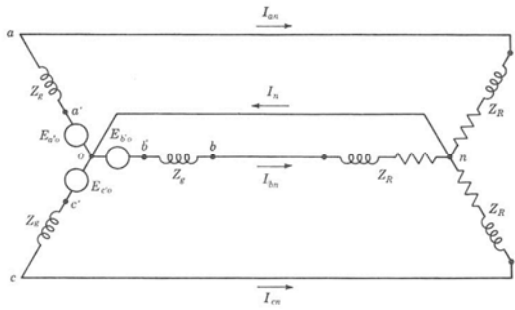
แรงดันที่ขั้ว ของเครื่องกำเนิดไฟฟ้า คือ V_{ao}, V_{bo} และ V_{co}

$$\text{จะได้} \quad V_{ao} = V_{an} = E_{a'o} - I_{an} Z_g$$

$$V_{bo} = V_{bn} = E_{b'o} - I_{bn} Z_g$$

$$V_{co} = V_{cn} = E_{c'o} - I_{cn} Z_g$$

(b และ n คือจุดเดียวกัน) ⁶⁰



ค่ากระแสในแต่ละสาย

• ในกรณีต่อแบบ Y ค่ากระแสในสาย คือ กระแสเฟส

จะได้

$$I_{an} = E_{a'o} / (Z_g + Z_R) = V_{an} / Z_R$$

$$I_{bn} = E_{b'o} / (Z_g + Z_R) = V_{bn} / Z_R$$

$$I_{cn} = E_{c'o} / (Z_g + Z_R) = V_{cn} / Z_R$$

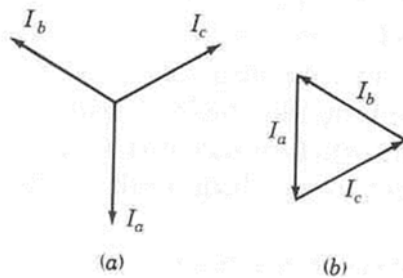
จาก $I_{an} = E_{a'o} / (Z_g + Z_R) = V_{an} / Z_R$ พบว่า

- กระแสในแต่ละเฟส จะมีขนาดเท่ากัน และทำมุมต่างกัน 120°
- แรงดันที่ขั้วในแต่ละเฟส จะมีขนาดเท่ากัน และทำมุมต่างกัน 120° (V_{an} , V_{bn} และ V_{cn})

กรณีระบบที่ต่อสมดุล (Balance) – ขนาดโหลดแต่ละเฟสเท่ากัน พบว่า

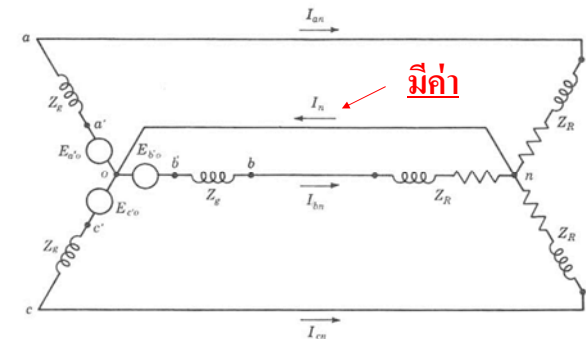
- ผลรวมกระแสในแต่ละเฟส เท่ากับ ศูนย์
- กระแส I_n คือ กระแสนิวทรัล มีค่าเท่ากับ ศูนย์

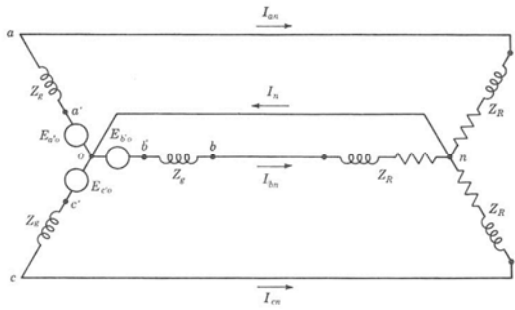
สามารถเขียนเฟสเซอร์ของกระแสแต่ละเฟสได้เป็น



กรณีระบบที่ต่อไม่สมดุล (Unbalance) – ขนาดโหลดแต่ละเฟสไม่เท่ากัน พบว่า

- ผลรวมกระแสในแต่ละเฟส ไม่เท่ากับ ศูนย์
- กระแส I_n คือ กระแสนิวทรัล มีค่า ไม่เท่ากับ ศูนย์





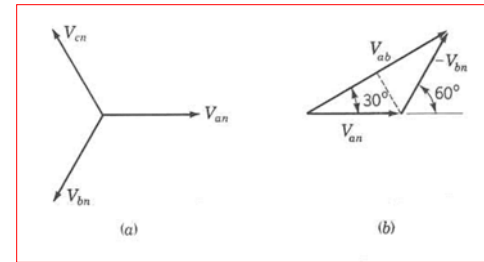
แรงดันระหว่างสาย (Line – line Voltage) คือ V_{ab} , V_{bc} และ V_{ca}

กรณี V ระหว่างเฟส a กับ b พบว่า

$$V_{ab} = V_{an} + V_{nb}$$

$$= V_{an} - V_{bn}$$

จาก $V_{ab} = V_{an} - V_{bn}$ นำมาเขียนเฟสเซอร์ พบว่า



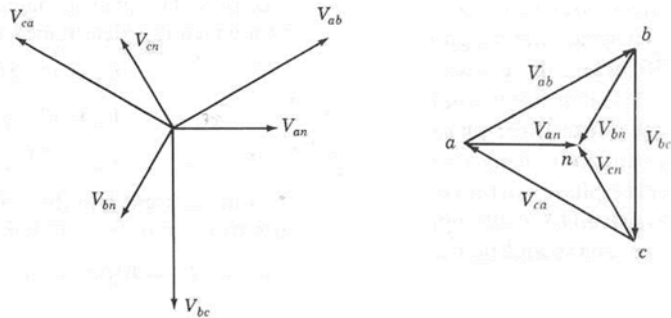
$$|V_{ab}| = 2|V_{an}| \cos 30^\circ$$

$$= \sqrt{3} \cdot |V_{an}|$$

จากรูปเฟสเซอร์ V_{ab} นำ V_{an} อยู่ 30°

จะได้ $V_{ab} = \sqrt{3} V_{an} \angle 30^\circ$

สามารถเขียนเฟสเซอร์แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง แรงดันระหว่างสาย (line – line) กับ แรงดันเฟส (line – neutral) ได้เป็น



ตัวอย่างที่ 4

ระบบ 3 เฟสแบบสมดุล มีแรงดัน V_{ab} เป็น $173.2 \angle 0^\circ$ V

จงหา แรงดันและกระแสทั้งหมด เมื่อต่อโหลดแบบ Y โดยมี โหลด $Z_L = 10 \angle 20^\circ$ และสมมติลำดับเฟสเป็น abc

วิธีทำ จาก $V_{ab} = 173.2 \angle 0^\circ$ จะได้

$$V_{bc} = 173.2 \angle 240^\circ$$

$$V_{ca} = 173.2 \angle 120^\circ$$

ในการต่อแบบ Y แรงดันระหว่างสาย จะมีขนาดเป็น $\sqrt{3}$ เท่าของแรงดันเฟส และ มุมเฟสนำหน้าอยู่ 30°

$$V_{an} = \frac{V_{ab}}{\sqrt{3} \angle 30^\circ}$$

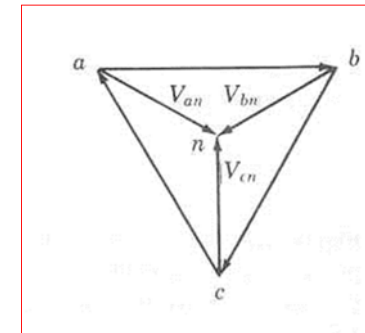
ทำนองเดียวกัน จะได้แรงดันเฟส เป็น

$$V_{an} = 100 \angle -30^\circ \text{ V}$$

$$V_{bn} = 100 \angle 210^\circ \text{ V}$$

$$V_{cn} = 100 \angle 90^\circ \text{ V}$$

สามารถเขียนเฟสเซอร์ไดอะแกรม แสดงความสัมพันธ์ระหว่างแรงดันระหว่างสาย กับ แรงดันเฟส ได้เป็น



เนื่องจากการต่อแบบ Y — กระแสระหว่างสาย เท่ากับ กระแสเฟส

จะได้

$$I_{an} = V_{an} / Z_L$$

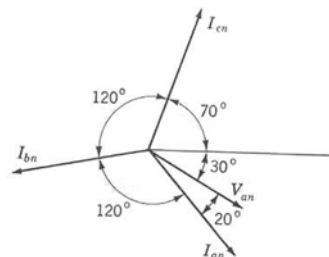
$$I_{an} = \frac{100 \angle -30^\circ}{10 \angle 20^\circ}$$

ทำนองเดียวกัน จะได้กระแสในระบบ เป็น

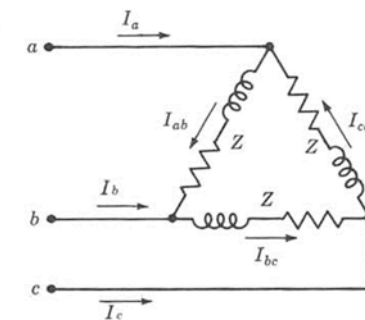
$$I_{an} = 10 \angle -50^\circ$$

$$I_{bn} = 10 \angle 190^\circ$$

$$I_{cn} = 10 \angle 70^\circ$$



ในการใช้งานทั่วไป โหลดแบบสมดุลมักเป็นการต่อแบบ เดลต้า (Δ)

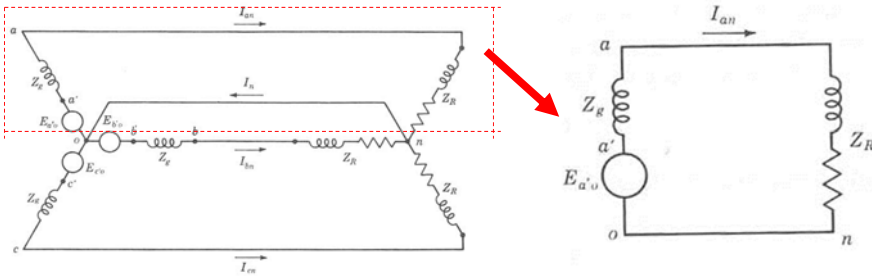


จากวงจร พบว่า

$$I_{ab} = \sqrt{3} I_{an} \angle 30^\circ$$

$$V_{ab} = V_{an}$$

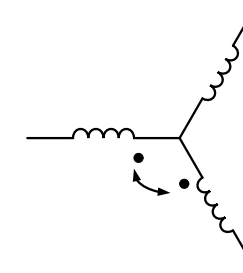
โดยปกติในการแก้ปัญหาในระบบ 3 เฟส จะสามารถคำนวณจากระบบ 1 เฟสที่ประกอบเป็นระบบ 3 เฟสได้ แต่ต้องเป็น **ระบบไหลสมดุลเท่านั้น**



เมื่อหากระแสและแรงดันในแต่ละเฟสได้ ก็จะสามารถหาแรงดันและกระแสระหว่างสายได้

การวิเคราะห์ระบบต่อเฟส

1. ระบบต่อกันเป็น **สามเฟสสมดุล** (Balance 3 phase system)
2. โหลดและแหล่งแรงดันทุกแห่งต่อเป็น Y
 - ต้องแปลงแหล่งแรงดันหรือโหลดจาก Δ เป็น Y
3. ไม่มีการเหนี่ยวนำทางแม่เหล็กระหว่างเฟส



ความสัมพันธ์ของค่าอิมพีแดนซ์ของโหลดแบบ Δ และ Y

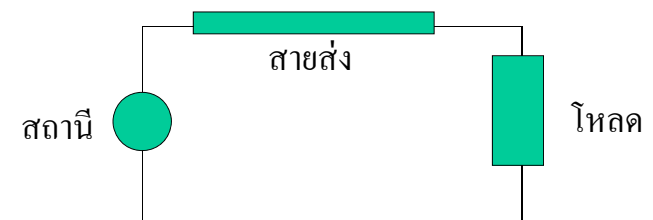
$\Delta \rightarrow Y$ $Z_A = \frac{Z_{AB}Z_{CA}}{Z_{AB} + Z_{BC} + Z_{CA}}$ $Z_B = \frac{Z_{BC}Z_{AB}}{Z_{AB} + Z_{BC} + Z_{CA}}$ $Z_C = \frac{Z_{CA}Z_{BC}}{Z_{AB} + Z_{BC} + Z_{CA}}$	$Y \rightarrow \Delta$ $Z_{AB} = \frac{Z_A Z_B + Z_B Z_C + Z_C Z_A}{Z_C}$ $Z_{BC} = \frac{Z_A Z_B + Z_B Z_C + Z_C Z_A}{Z_A}$ $Z_{CA} = \frac{Z_A Z_B + Z_B Z_C + Z_C Z_A}{Z_B}$
$\Delta \rightarrow Y$ $Y_A = \frac{Y_{AB}Y_{CA} + Y_{BC}Y_{AB} + Y_{CA}Y_{BC}}{Y_{BC}}$ $Y_B = \frac{Y_{AB}Y_{CA} + Y_{BC}Y_{AB} + Y_{CA}Y_{BC}}{Y_{CA}}$ $Y_C = \frac{Y_{AB}Y_{CA} + Y_{BC}Y_{AB} + Y_{CA}Y_{BC}}{Y_{AB}}$	$Y \rightarrow Y$ $Y_{AB} = \frac{Y_A Y_B}{Y_A + Y_B + Y_C}$ $Y_{BC} = \frac{Y_B Y_C}{Y_A + Y_B + Y_C}$ $Y_{CA} = \frac{Y_C Y_A}{Y_A + Y_B + Y_C}$

ตัวอย่างที่ 5

ระบบเป็นวงจร 3 เฟส ต่อโหลดแบบ Y ซึ่งมีค่าอิมพีแดนซ์

- มีแรงดันคร่อมโหลดเป็น 4.4 kV (line-line)
- โหลดแต่ละเฟส มีอิมพีแดนซ์ เป็น $20 \angle 30^\circ$
- มีอิมพีแดนซ์จากสถานีไฟฟ้าถึงโหลดเป็น $Z_L = 1.4 \angle 75^\circ$

จงคำนวณหาแรงดันระหว่างสายที่สถานีไฟฟ้า



ที่โหลด

- แรงดันเฟสที่โหลด มีค่าเป็น

$$= \frac{4400}{\sqrt{3}} \angle 0^\circ = 2540 \text{ V}$$

- กระแสเฟสที่โหลด มีค่าเป็น

$$\begin{aligned} I_{an} &= V_{an} / Z_{an} \\ &= \frac{2540 \angle 0^\circ}{20 \angle 30^\circ} \\ &= 127.0 \angle -30^\circ \end{aligned}$$

77

จาก KCL จะได้แรงดันเฟสที่สถานีไฟฟ้าเป็น

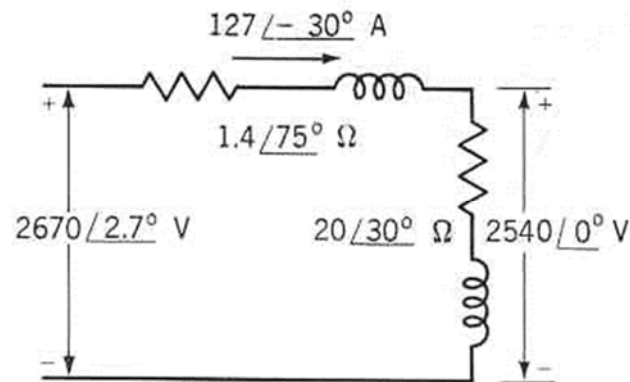
$$\begin{aligned} V_{an} + I_{an} Z_L &= 2540 \angle 0^\circ + (127 \angle -30^\circ \times 1.4 \angle 75^\circ) \\ &= 2540 \angle 0^\circ + 177.8 \angle 45^\circ \\ &= 2666 + j125.7 \\ &= 2670 \angle 2.70^\circ \end{aligned}$$

ขนาดแรงดันระหว่างสาย (line-line) ที่สถานีไฟฟ้าเป็น

$$\begin{aligned} &= \sqrt{3} \times 2.67 \\ &= 4.62 \text{ kV} \end{aligned}$$

78

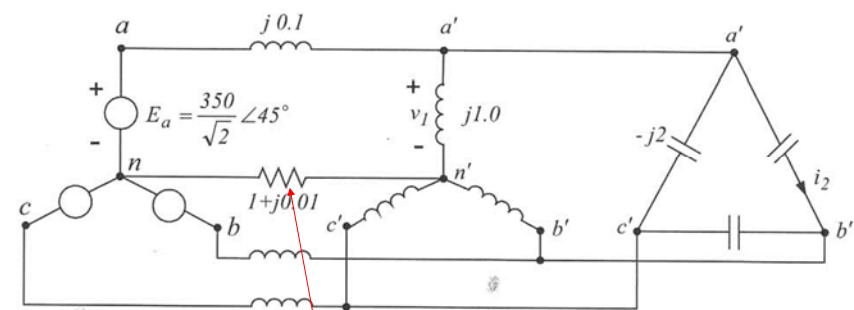
จะได้รูปวงจร 1 เฟส ของระบบเป็น



79

ตัวอย่างที่ 5

ระบบในรูปแบบ เป็นระบบ 3 เฟสสมดุล จงหาค่า $v_1(t)$ และ $i_2(t)$

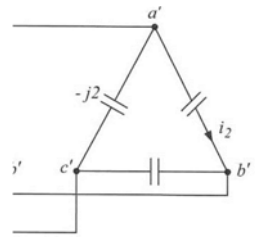


$I_n = 0$ ไม่คิดสายส่งเส้นนี้

80

เนื่องจากเป็นระบบ 3 เฟสสมดุล → วิเคราะห์แบบ 1 เฟสได้

• แปลงโหลดแบบ delta ให้เป็นโหลดแบบ Y



$$Z_{a'} = \frac{Z_{a'b'}Z_{c'a'}}{Z_{a'b'} + Z_{b'c'} + Z_{c'a'}}$$

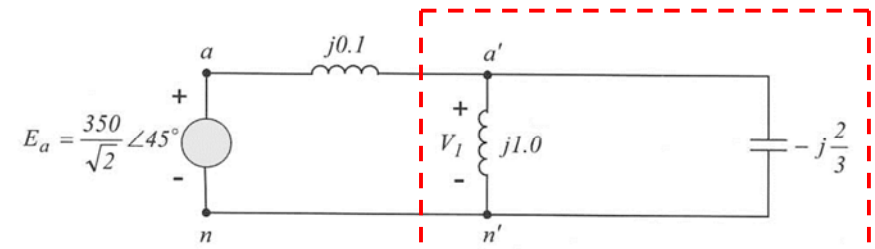
$$Z_{a'} = \frac{(-j2)(-j2)}{(-j2) + (-j2) + (-j2)}$$

$$= \frac{-4}{-j6}$$

$$= -j\frac{2}{3}$$

81

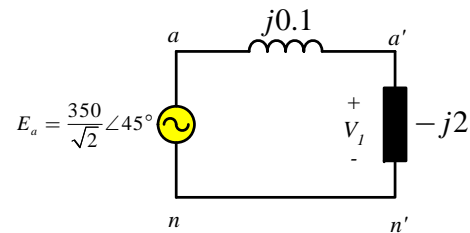
สามารถเขียนเป็นวงจร 1 เฟส (เฟส A) เพื่อใช้วิเคราะห์ได้เป็น



$$(j1.0) // (-j\frac{2}{3})$$

$$= \frac{(j1.0)(-j\frac{2}{3})}{j1.0 - j\frac{2}{3}} = -j2$$

82



จะได้

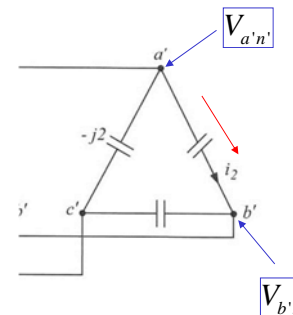
$$V_1 = \frac{-j2}{-j2 + j0.1} E_a$$

$$= 1.05 \left(\frac{350}{\sqrt{2}} \angle 45^\circ \right) = \frac{368}{\sqrt{2}} \angle 45^\circ$$

$$\rightarrow v_1(t) = 368 \cos(\omega t + 45^\circ)$$

83

หากระแส i_2



i_2 คือกระแสในโหลดระหว่าง $a'b'$

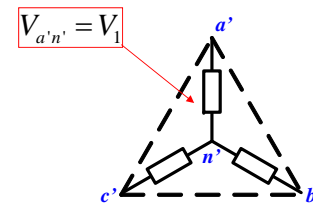
• หาแรงดันคร่อม $a'b'$ จาก

$$V_{a'b'} = V_{a'n'} - V_{b'n'}$$

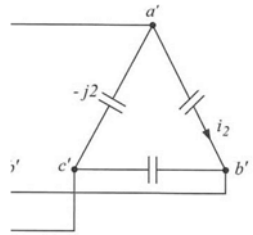
$$= \sqrt{3} \angle 30^\circ \cdot V_{a'n'}$$

$$= \sqrt{3} \angle 30^\circ \cdot \left(\frac{368}{\sqrt{2}} \angle 45^\circ \right)$$

$$= \frac{638}{\sqrt{2}} \angle 75^\circ$$



84



จะได้

$$I_{a'b'} = \frac{V_{a'b'}}{Z_{a'b'}}$$

$$= \frac{638 \angle 75^\circ}{-j2}$$

$$= \frac{638 \angle 75^\circ}{2 \angle -90^\circ}$$

$$= \frac{319}{\sqrt{2}} \angle 165^\circ$$



$$i_2(t) = 319 \cos(\omega t + 165^\circ)$$

85

กำลังไฟฟ้าในระบบ 3 เฟสสมดุล*

- แรงดันไฟฟ้าเฟส V_p สำหรับโหลดที่ต่อแบบ Y เป็น

$$V_p = |V_{an}| = |V_{bn}| = |V_{cn}|$$

- กระแสไฟฟ้าเฟส I_p สำหรับโหลดที่ต่อแบบ Y เป็น

$$I_p = |I_{an}| = |I_{bn}| = |I_{cn}|$$

- กำลังไฟฟ้า 3 เฟส เป็น

$$P = 3V_p I_p \cos \theta_p$$

ขนาดมุมของกระแสที่ตามหลังแรงดัน

ถ้า V_L และ I_L เป็นแรงดันระหว่างสายและกระแสระหว่างสาย

จะได้

$$V_p = \frac{V_L}{\sqrt{3}}$$

$$I_p = I_L$$

จะได้กำลังไฟฟ้าจริงเป็น

$$P = 3 \left(\frac{V_L}{\sqrt{3}} \right) I_L \cos \theta_p$$

$$P = \sqrt{3} V_L I_L \cos \theta_p$$

87

ได้กำลังไฟฟ้ารีแอกทีฟเป็น

$$Q = 3V_p I_p \sin \theta_p$$

$$Q = \sqrt{3} V_L I_L \sin \theta_p$$

กำลังไฟฟ้าปรากฏ จะมีค่าเป็น

$$|S| = \sqrt{P^2 + Q^2}$$

$$= \sqrt{(\sqrt{3} V_L I_L \cos \theta_p)^2 + (\sqrt{3} V_L I_L \sin \theta_p)^2}$$

$$= \sqrt{3} V_L I_L$$

88

กรณีโหลดต่อแบบ เดลต้า

จะได้ $V_p = V_L$
 $I_p = \frac{I_L}{\sqrt{3}}$

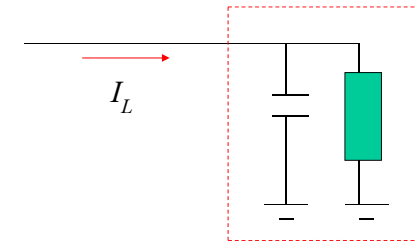
กำลังไฟฟ้า 3 เฟส เป็น

$$P = 3V_p I_p \cos \theta_p$$
$$P = \sqrt{3} V_L I_L \cos \theta_p$$

ตัวอย่างที่ 6

โหลด 3 เฟส ค้างกำลังไฟฟ้า 200 kW ที่ตัวประกอบกำลัง 0.707 (lagging) จากสายส่ง 440 V และที่โหลดนี้ยังมีตัวเก็บประจุขนานอยู่ ซึ่งค้างกำลังไฟฟ้า 50 kVAR จงหา

1. กระแสทั้งหมด
2. ตัวประกอบกำลังผลลัพธ์



วิธีทำ โหลดประกอบด้วย

$$P_L = 200 \text{ kW} \text{ และ } \cos \theta_L = 0.707 \text{ lagging}$$

หา กำลังไฟฟ้าปรากฏ (S_L) ของโหลด ได้เป็น

$$S_L = \frac{P_L}{\cos \theta_L}$$
$$= \frac{200}{0.707}$$
$$= 282.88 \text{ kVA}$$

หากำลังไฟฟ้ารีแอกทีฟ (Q_L) ของโหลดได้เป็น

$$\text{จาก } S = \sqrt{P^2 + Q^2}$$
$$\text{จะได้ } Q_L = \sqrt{S_L^2 - P_L^2}$$
$$= \sqrt{(282.88)^2 - (200)^2}$$
$$= 200.05 \text{ kVAR}$$

มีตัวเก็บประจุต่อขนานกับโหลด อีก 50 kVAR จะได้ Q ผลลัพธ์ เป็น

$$\begin{aligned} Q &= Q_L - Q_C \\ &= 200.05 - 50 \\ &= 150 \text{ kVAR} \end{aligned}$$

เนื่องจากตัวเก็บประจุไม่มีค่ากำลังไฟฟ้าจริง จะได้ P ผลลัพธ์ เป็น

$$P = P_L = 200 \text{ kW}$$

93

จะได้กำลังไฟฟ้าปรากฏ เป็น

$$\begin{aligned} |S| &= \sqrt{P^2 + Q^2} \\ &= \sqrt{(200.05)^2 + (150)^2} \\ &= 250.04 \text{ kVA} \end{aligned}$$

หากระแสจาก $|S| = \sqrt{3}V_L I_L$

จะได้ $I_L = \frac{|S|}{\sqrt{3}V_L} = \frac{250.04 \times 10^3}{440 \times \sqrt{3}}$

$$= 328.1 \text{ A}$$

94

หาตัวประกอบกำลังของผลลัพธ์ ได้เป็น

$$\begin{aligned} \cos \theta &= \frac{P}{S} \\ &= \frac{200}{250.04} \\ &= 0.8 \end{aligned}$$

95