

แผนบริหารการสอน ประจำบทที่ 3

เรื่อง การเคลื่อนที่แนวตรง

เนื้อหา

บทที่ 3 การเคลื่อนที่แนวตรง

- 3.1 ปริมาณของการเคลื่อนที่
 - 3.1.1 ระยะทางและการกระจัด
 - 3.1.2 ความเร็วเฉลี่ยและความเร็วชั่วขณะ
 - 3.1.3 ความเร็วเฉลี่ย (Average Velocity)
 - 3.1.4 ความเร็วชั่วขณะ (Instantaneous Velocity)
 - 3.1.5 ความเร่งเฉลี่ยและความเร่งชั่วขณะ
- 3.2 การเคลื่อนที่เป็นเส้นตรง ด้วยความเร่งคงที่
- 3.3 การเคลื่อนที่ตามแนวโค้งโดยอิสระ

สรุปท้ายบท

แบบฝึกหัดบทที่ 3

เอกสารอ้างอิง

วัตถุประสงค์เชิงพฤติกรรม

หลังจากศึกษาจบบทที่ 3 แล้วผู้เรียนสามารถ

1. สามารถนำความรู้เรื่อง การเคลื่อนที่แนวตรงบูรณาการใช้ในการชีวิตประจำวันได้
2. สามารถอธิบายความหมาย การเคลื่อนที่แนวตรง พร้อมทั้งยกตัวอย่างได้
4. สามารถวิเคราะห์และแก้โจทย์ปัญหาโดยอาศัยกฎหรือทฤษฎีทางฟิสิกส์

วิธีการสอนและกิจกรรมการเรียนการสอน

1. บรรยายและยกตัวอย่าง กรณีศึกษาในประเด็นที่เกี่ยวข้อง
2. ศึกษาค้นคว้าด้วยตนเอง จากแบบฝึกทักษะ ใบกิจกรรม และตัวอย่างแบบทดสอบ
3. ศึกษาจากเอกสารประกอบการสอน ด้วยตนเองจากสื่อการสอน และแหล่งการเรียนรู้

โดยใช้เทคโนโลยีทางการศึกษาที่เหมาะสม

4. ศึกษาค้นคว้าข้อมูลจากห้องสมุด และศูนย์หนังสือ โดยรู้จักวิเคราะห์ข้อมูลที่ศึกษาให้มี
ความถูกต้อง

5. รวบรวมข้อมูล นำเสนอรายงานเป็นรายบุคคล และเป็นกลุ่มในกรณี ศึกษา หน้าชั้นเรียน

6. แก้ไขข้อปัญหา โดยศึกษาเนื้อหา ความสัมพันธ์ สามารถเลือกใช้สูตร และทฤษฎีที่
เกี่ยวข้องอย่างถูกต้อง

สื่อการสอน

1. เอกสารประกอบการสอน วิชาฟิสิกส์ 1
2. สื่อประกอบการสอน Power Point เรื่อง การเคลื่อนที่แนวตรง
3. เอกสารและแหล่งการเรียนรู้ออนไลน์

การวัดผล ประเมินผล

1. ประเมินการมีส่วนร่วมกิจกรรมการเรียนการสอนในชั้นเรียน
2. ประเมินผลตามแบบทดสอบประจำบท
3. ผลการทำแบบฝึกหัด
4. จากผลการสอบเก็บคะแนนระหว่างภาค

บทที่ 3

การเคลื่อนที่แนวตรง

วัตถุเกิดการเคลื่อนที่ เมื่อมีการออกแรงและผลของแรง ผลักหรือดันวัตถุนั้น โดยใช้เชือก ดึง ถ้าวัตถุหนักมากเราก็ต้องใช้แรงมาก ซึ่งแรงที่เราคุ้นเคยมากที่สุดคือ แรงดึงดูดของโลก เพราะเมื่อปล่อยวัตถุโดยอิสระวัตถุจะเคลื่อนที่ลง ซึ่งเรากล่าวได้ว่าโลกออกแรง ดึงดูดวัตถุนั้น โดยแรงดึงดูดของโลกนี้ต่างจากแรงคูดข้างต้น เพราะว่า แรงนี้กระทำต่อวัตถุได้โดยไม่ต้องสัมผัสกัน ซึ่งแรงที่โลกกระทำต่อวัตถุ เรียกว่า น้ำหนักของวัตถุ โดยนิยามแรงและมวลเพิ่มขึ้น

ในบทนี้จะทำการศึกษาการเคลื่อนที่ของวัตถุที่มีขนาดใหญ่พอที่สังเกตด้วยตาเปล่า พบว่า แรง เกี่ยวข้องกับการเปลี่ยนแปลงการเคลื่อนที่ของ วัตถุ และพบว่า บางครั้งเมื่อออกแรงกระทำต่อวัตถุแล้ว วัตถุไม่เคลื่อนที่ เช่น เมื่อเรานั่งอ่านหนังสือ อยู่ที่โต๊ะ ซึ่งมีแรงโน้มถ่วงกระทำอยู่กับที่ หรือเมื่อเราออกแรงผลัก ก้อนหินแต่ก้อนหินไม่เคลื่อนที่ จึงเกิดคำถามว่า แรงมีผลทำให้วัตถุเกิดการเปลี่ยนแปลงอย่างไร ซึ่งนิวตันตอบ คำถามนี้ว่าแรงจะเป็นตัว ทำให้ความเร็วเปลี่ยนแปลง ถ้าวัตถุเคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงที่ไม่จำเป็นต้อง มีแรงกระทำต่อวัตถุ จึงถือว่ามีแต่แรงเท่านั้น ที่จะทำให้ความเร็วของวัตถุเปลี่ยนแปลง แสดงว่าแรง เป็นตัวที่ทำให้วัตถุมีความเร่งอัตราเร็วในการเคลื่อนที่น้อยกว่าอัตราเร็วของแสงมาก ๆ โดยใช้กฎการเคลื่อนที่ของนิวตัน

กรณีที่มีแรงหลายแรงกระทำต่อวัตถุพร้อมกัน พบว่าวัตถุจะมีความเร่ง ก็ต่อเมื่อ แรงสุทธิ (Net force) หรือแรงลัพธ์ (Resultant force) ที่กระทำต่อวัตถุไม่เป็นศูนย์ ถ้าแรงลัพธ์ที่ กระทำต่อวัตถุเป็นศูนย์ ความเร่งของวัตถุเป็นศูนย์ด้วย นั่นคือ ความเร็วของวัตถุคงที่เหมือนเดิม ทำให้สรุปได้ว่า ถ้าแรงลัพธ์ที่กระทำต่อวัตถุเป็นศูนย์วัตถุจะยังคงอยู่นิ่งหรือเคลื่อนที่ต่อไปด้วยความเร็ว คงที่ การที่วัตถุอยู่นิ่งหรือเคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงที่ เรียกว่า วัตถุอยู่ในสภาพสมดุล

3.1 ปริมาณของการเคลื่อนที่

ในการศึกษาจลนศาสตร์ของวัตถุ จะเริ่มที่การเคลื่อนที่แบบหนึ่งมิติ เพื่อง่ายต่อความเข้าใจ จำเป็นต้องศึกษาคำนิยามรวมถึงสมการของปริมาณต่างๆที่เกี่ยวข้องกับการเคลื่อนที่ จลนศาสตร์ (Kinematics) เป็นแขนงหนึ่งของวิชากลศาสตร์ ซึ่งศึกษาเกี่ยวกับการเคลื่อนที่ของวัตถุ โดยไม่คำนึงถึงสาเหตุที่ทำให้วัตถุเกิดการเคลื่อนที่ การเคลื่อนที่ของวัตถุแบ่งได้ 2 อย่างคือ

1. การเคลื่อนที่แบบเลื่อนที่ (translation) เป็นการเปลี่ยนตำแหน่งของวัตถุในแนวเส้นตรงหรือเส้นโค้ง
2. การเคลื่อนที่แบบหมุน (rotation) เป็นการเคลื่อนที่ของวัตถุที่มีการหมุนหรือสั่น

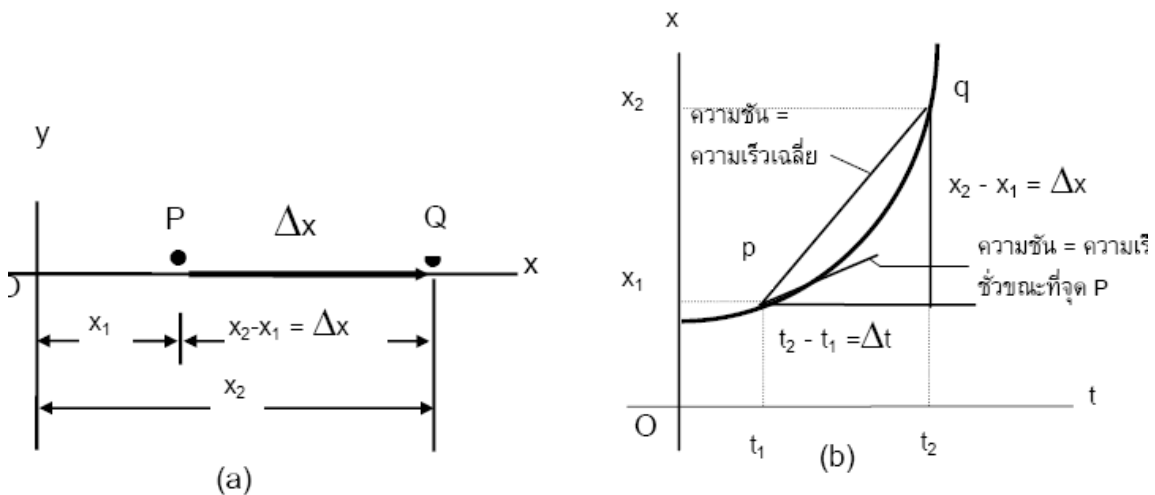
ตัวอย่างการเคลื่อนที่ที่ง่ายที่สุด ได้แก่ การเคลื่อนที่เป็นเส้นตรง โดยการสมมติให้อนุภาคหนึ่งมีขนาดเล็กเกือบเป็นจุด ไม่มีการหมุน การสั่น หรือเปลี่ยนแปลงรูปร่าง เคลื่อนที่เป็นเส้นตรงอยู่บนแกน x (หนึ่งมิติ)

3.1.1 ระยะทางและการกระจัด

ระยะทาง (Distance) เป็นปริมาณสเกลาร์ บอกถึงระยะทางทั้งหมดที่วัตถุมีการเคลื่อนที่ มีหน่วยเป็นเมตร

การกระจัด (Displacement) เป็นปริมาณเวกเตอร์ บอกให้ทราบถึงการเปลี่ยนตำแหน่งของวัตถุ การกระจัดขึ้นอยู่กับตำแหน่งเริ่มต้นและตำแหน่งสุดท้ายของวัตถุ ไม่ขึ้นกับเส้นทางการเคลื่อนที่ หากวัตถุเคลื่อนที่ไปแล้วกลับมาที่ตำแหน่งเริ่มต้นแสดงว่าระยะกระจัดเป็นศูนย์

ความเร็วเฉลี่ยในช่วงเวลา t_1 ถึง t_2 คือความชันของเส้น pq ส่วนความเร็วชั่วขณะที่สุด P ก็คือความชันที่จุด P



ภาพประกอบ 3.1 (a) อนุภาคเคลื่อนที่เป็นแนวเส้นตรงบนแกน x
(b) กราฟระยะกระจัดกับเวลา

ที่มา: ศรีชน วรศักดิ์โยธิน, (2546)

วัตถุหนึ่งเคลื่อนที่จากจุดเริ่มต้น $x = 0$ เป็นเส้นตรงไปตามแกน $+x$ ณ เวลา t_1 ตำแหน่งของวัตถุอยู่ที่จุด P ห่างจากจุดเริ่มต้นเท่ากับ x_1 และ ณ เวลา t_2 ตำแหน่งของวัตถุอยู่ที่จุด Q ห่างจากจุดเริ่มต้น เท่ากับ x_2 ช่วงเวลาระหว่าง t_1 ถึง t_2 วัตถุเคลื่อนที่ตามแนวแกน x จากจุด P ถึง Q ได้การกระจัดในหนึ่งมิติเป็น

$$\Delta x = x_2 - x_1$$

3.1.2 ความเร็วเฉลี่ยและความเร็วชั่วขณะ

ความเร็วเป็นปริมาณพื้นฐานอันหนึ่ง ที่ใช้บรรยายการเคลื่อนที่ของวัตถุ ความเร็วในทางฟิสิกส์ แบ่งเป็น 2 ชนิด คือ ความเร็วเฉลี่ย (Average velocity) กับความเร็วขณะใดขณะหนึ่ง (Instantaneous velocity) มนุษย์ต้องการที่จะวัดการกระจัดต่อหน่วยเวลา ในทางฟิสิกส์นั้น คำว่าความเร็ว แตกต่างจาก อัตราเร็ว โดยที่ความเร็วเป็นปริมาณเวกเตอร์ มีทั้งขนาดและทิศทาง ในขณะที่อัตราเร็วเป็นปริมาณ สเกลาร์

3.1.3 ความเร็วเฉลี่ย (Average Velocity)

บอกถึงลักษณะการเคลื่อนที่ของวัตถุระหว่างจุด x_1 และ x_2 ความเร็วเฉลี่ยหาได้จากระยะกระจัดหารด้วยเวลาที่ใช้ ถ้าที่เวลา t_1 วัตถุอยู่ที่ตำแหน่ง x_1 ต่อมาที่เวลา t_2 วัตถุอยู่ที่ตำแหน่ง x_2

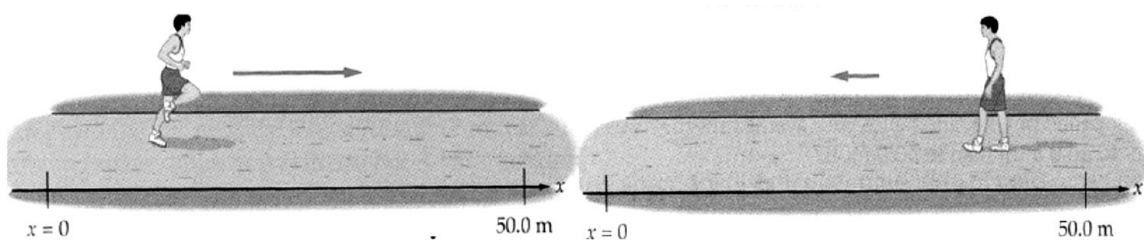
$$V_{av} = \frac{X_2 - X_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

ความเร็วแต่ละตำแหน่งที่อยู่ในช่วง x_1 ถึง x_2 อาจไม่คงที่ บางตำแหน่งช้า บางตำแหน่งเร็ว ความเร็วเฉลี่ยจึงเป็นค่าเฉลี่ยแทนความเร็วทั้งหมดของการเคลื่อนที่ในช่วงนี้ จากกราฟความเร็วเฉลี่ย แทนด้วยความชันตามเส้น pq

ตัวอย่าง 3.1

สมชายวิ่งจากจุดเริ่มต้นไปได้ระยะทาง 50 เมตร ภายในเวลา 8 วินาที เขาหยุดแล้วเดินกลับอย่างช้า ๆ ถึงจุดเริ่มต้นใช้เวลา 40 วินาที ถ้ากำหนดให้ทิศที่เขาวิ่งเป็นบวก

- ก. ความเร็วเฉลี่ยของการวิ่งเป็นเท่าใด
- ข. ความเร็วเฉลี่ยของการเดินเป็นเท่าใด
- ค. ความเร็วเฉลี่ยตลอดเส้นทางการไปกลับ



ภาพประกอบ 3.2 การหาความเร็วเฉลี่ยในระยะทาง 50 เมตร

ที่มา : ศรีธนา วรศักดิ์โยธิน , (2546)

หลักการคำนวณ

$$\text{ก. } V_{\text{av}} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{X_2 - X_1}{t_2 - t_1} = \frac{50.0\text{m} - 0}{8.00\text{s} - 0} = 6.25 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$$

$$\text{ข. } V_{\text{av}} = \frac{X_2 - X_1}{t_2 - t_1} = \frac{0 - 50.0\text{m}}{48.0 - 8.00\text{s}} = -1.25 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$$

$$\text{ค. } V_{\text{av}} = \frac{X_2 - X_1}{t_2 - t_1} = \frac{0}{48.0\text{s}} = 0 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$$

เครื่องหมายของความเร็วแสดงถึงทิศทางของการเคลื่อนที่

3.1.4 ความเร็วชั่วขณะ (Instantaneous Velocity)

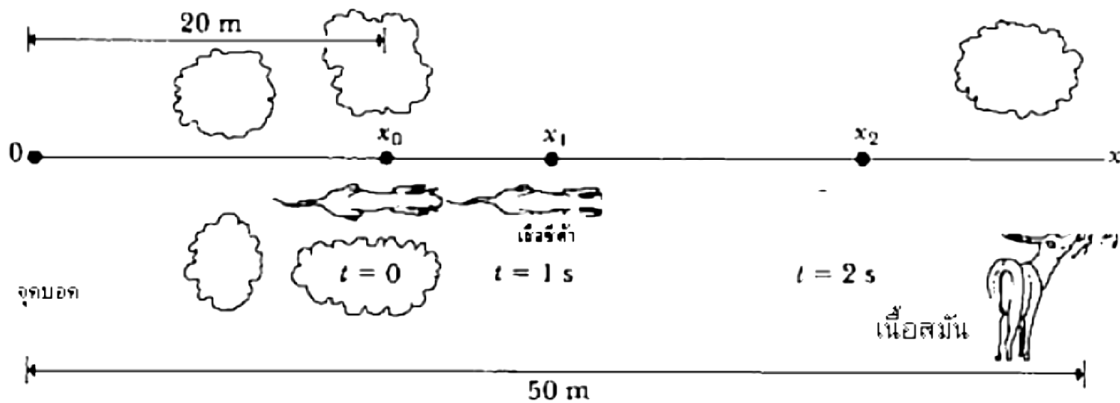
พิจารณาความเร็วของวัตถุที่เวลาใดเวลาหนึ่ง แทนที่จะพิจารณาจากช่วงเวลา ทั้งหมดของการเคลื่อนที่ ความเร็วของวัตถุที่เวลาใดเวลาหนึ่งในช่วงเวลานั้น ๆ นี้เรียกว่า ความเร็ว ขณะใดขณะหนึ่ง (Instantaneous velocity) ในกรณีที่ความเร็วเฉลี่ย ในช่วงเวลาต่าง ๆ กันไม่คงที่ นอกจากความเร็วเฉลี่ยของวัตถุในช่วงเวลาหนึ่งแล้ว เรายังอยากจะทราบว่าวัตถุจะเคลื่อนที่ ณ เวลาหนึ่งด้วยความเร็วเท่าใด ซึ่งโดยปกติจะเรียกสั้น ๆ ว่าความเร็วชั่วขณะ จากภาพประกอบ ถ้าต้องการจะหาความเร็วชั่วขณะที่จุด ก็ให้เลื่อนจุด เข้าใกล้จุด มากที่สุดจนเกือบทับจุด เพื่อจะคำนวณหาความเร็วเฉลี่ยในช่วงเวลาที่สั้นมาก ๆ ความเร็วชั่วขณะ คือ PQPP

$$V = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt} \quad (3.1)$$

จากภาพประกอบ 3.1 ถ้าเลื่อนจุด เข้าใกล้จุด ความชันแนวเส้น ก็เกือบจะเท่ากับความชันที่จุด จนกระทั่งเลื่อนจุด เข้าใกล้ที่สุดหรือทับจุด ความชันก็คือความชันที่จุด ดังนั้น ความเร็วชั่วขณะที่ตำแหน่งใดๆก็คือความชันของกราฟที่ตำแหน่งนั้น ๆ นั่นเอง ความเร็วเฉลี่ย และความเร็วขณะใดขณะหนึ่ง มีความแตกต่างกัน ดังตัวอย่าง กรณีเครื่องบินบินจากกรุงเทพ ฯ ไปยังขอนแก่น แล้วก็กลับมายังกรุงเทพ ฯ อีก จะได้ว่าความเร็วเฉลี่ย ของเครื่องบินเป็นศูนย์เพราะการขจัดสุทธิมีค่าเป็นศูนย์ ในขณะที่ความเร็วขณะใดขณะหนึ่งระหว่างการบินไม่เท่ากับศูนย์

ตัวอย่าง 3.2

กวางอยู่ห่างจากจุดขอบ 50 m เสือชีต้าตัวหนึ่งกำลังข่องเพื่อไปจับกวาง ขณะที่ข่องไปได้ระยะ 20 m. จากจุดขอบ เริ่มจับเวลา $t = 0$ การเคลื่อนที่ของเสือชีต้าอธิบายได้ด้วยสมการ $x = a+bt^2$ กำหนดให้ $a = 20 \text{ m}$ และ $b = 5 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$



ภาพประกอบ 3.3 เจ้าชู้ดำกำลังข่งเพื่อไปเขมือนเนื้อสมัน

ที่มา : ศรีธนา วรศักดิ์โยธิน , (2546)

หลักการคำนวณ

ก) ระยะเวลาจัดของเสือในช่วงเวลา $t_1 = 1 \text{ s}$ ถึง $t_2 = 2 \text{ s}$

ณ เวลา $t_1 = 1 \text{ s}$ และ $t_2 = 2 \text{ s}$ ตำแหน่งของเสือคือ x_1 และ x_2 ตามลำดับ

$$x_1 = 20 \text{ m} + (5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}) (1 \text{ s})^2 = 25 \text{ m}$$

$$x_2 = 20 \text{ m} + (5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}) (2 \text{ s})^2 = 40 \text{ m}$$

เพราะฉะนั้น ระยะเวลาจัดของการเคลื่อนที่คือ

$$x_2 - x_1 = 40 \text{ m} - 25 \text{ m} = 15 \text{ m}$$

ข) ความเร็วเฉลี่ยในช่วงเวลาดังกล่าว t_1 ถึง t_2

$$V_{av} = \frac{X_2 - X_1}{t_2 - t_1} = \frac{15 \text{ m}}{1 \text{ s}} = 15 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

ค) ความเร็วชั่วขณะ ณ เวลา $t_1 = 1 \text{ s}$

ตำแหน่ง ณ เวลา $t = 1 \text{ s} + \Delta t$ คือ

$$x = 20 \text{ m} + (5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}) (1 \text{ s} + \Delta t)^2$$

$$= 25 \text{ m} + (10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}) \Delta t + (5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}) (\Delta t)^2$$

ระยะกระจัดในช่วงเวลา Δt คือ

$$\begin{aligned}\Delta x &= 25\text{m} + (10\text{m}\cdot\text{s}^{-1}) \Delta t + (5\text{m}\cdot\text{s}^{-2}) (\Delta t)^2 - 25\text{m} \\ &= (10\text{m}\cdot\text{s}^{-1}) \Delta t + (5\text{m}\cdot\text{s}^{-2}) (\Delta t)^2\end{aligned}$$

ดังนั้น ความเร็วเฉลี่ยในช่วงเวลา Δt คือ

$$V_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = 10\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$$

ให้ Δt เป็นศูนย์ แทนลงไปในการจะได้ความเร็วชั่วขณะที่ $t = 1\text{ s}$

$$v = 10\text{ m}\cdot\text{s}^{-1} \text{ จากภาพประกอบ 2-1b คือความชันที่จุด P}$$

ง) สมการทั่วไปของความเร็วชั่วขณะ

หาอนุพันธ์สมการ $x = a+bt^2$ เทียบกับเวลา จะได้

$$V = \frac{dx}{dt} = 2bt = (10\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}) t$$

ณ เวลา $t = 1\text{ s}$ แทนค่าจะได้ $v = 10\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$

และ ณ เวลา $t = 2\text{ s}$ แทนค่าจะได้ $v = 20\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$

3.1.5 ความเร่งเฉลี่ยและความเร่งชั่วขณะ

โดยทั่วไปวัตถุอาจเคลื่อนที่ด้วยความเร็วที่ไม่คงที่ เรียกว่าวัตถุนั้นมี **ความเร่ง** (Acceleration) เช่น อัตราเร็วของรถยนต์เพิ่มขึ้น เมื่อคนขับเหยียบคันเร่งหรืออัตราเร็วของรถยนต์ลดลง เมื่อคนขับเหยียบเบรก ดังนั้นความเร่งแบ่งออกเป็น 2 ชนิด คือ ความเร่งเฉลี่ย (Average acceleration) กับความเร่งขณะใดขณะหนึ่ง (Instantaneous acceleration) โดย ความเร่งเป็นการเปลี่ยนแปลงความเร็วต่อหน่วยเวลา พิจารณาการเคลื่อนที่ของวัตถุในแนวแกน x โดยกำหนดให้ที่เวลา t_1 วัตถุอยู่ที่จุด P มีความเร็ว v_1 และ เมื่อเวลา t_2 วัตถุอยู่ที่จุด Q มีความเร็ว v_2 ความเร่งเฉลี่ย (Average Acceleration) ของวัตถุในช่วงเวลา t_1 ถึง t_2 คือ

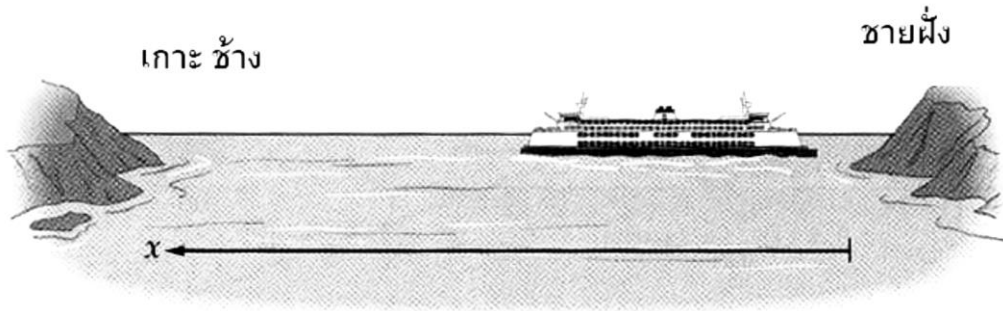
$$a_{av} = \frac{V_2 - V_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \quad (3.2)$$

ตัวอย่าง 3.3

เรือเฟอร์รี่เดินทางจากชายฝั่งไปยังเกาะ ช้าง ด้วยความเร็ว 7.4 m/s ไปตามทิศ +x

ก. ถ้าเรือเฟอร์รี่แล่นช้าลงและจอดภายในเวลา 12.3 วินาที ความเร่งเฉลี่ยของเรือเฟอร์รี่เป็นเท่าใด

ข. ถ้าเรือเฟอร์รี่แล่นกลับชายฝั่งด้วยความเร็ว 7.3 m/s จากนั้นจอดในเวลา 13.1 วินาที ความเร่งเฉลี่ยของเรือเฟอร์รี่เป็นเท่าใด



ภาพประกอบ 3.4 เรือเฟอร์รี่เดินทางจากชายฝั่งไปยังเกาะ

ที่มา: ศรีชน วรศักดิ์โยธิน, (2546)

หลักการคำนวณ

$$\text{ก. } a_{\text{av}} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{V_2 - V_1}{\Delta t} = \frac{0 - 0.74}{12.3} = -0.60 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$$

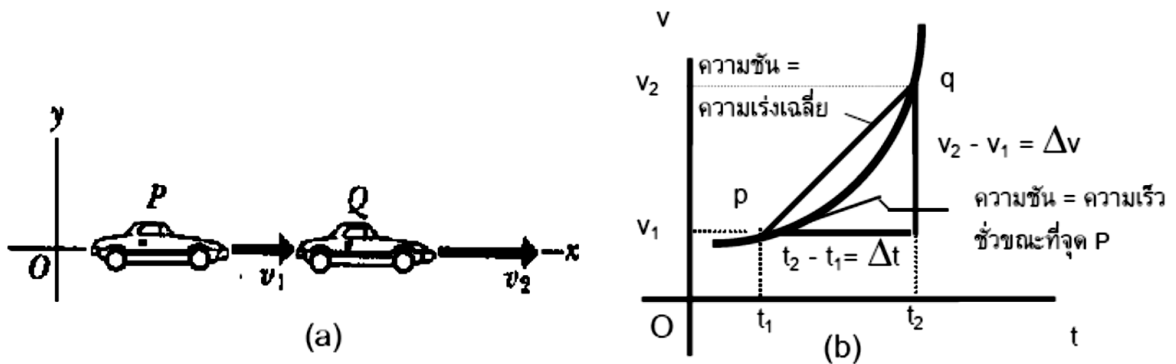
$$\text{ข. } a_{\text{av}} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{V_2 - V_1}{\Delta t} = \frac{0 - (-7.4)}{13.1} = 0.56 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$$

จะเห็นว่าความเร่งของเรือเฟอร์รี่มีทิศตรงข้ามกับทิศของความเร็ว

พิจารณาภาพประกอบ เริ่มจับเวลารถแข่งคันหนึ่งที่จุด P ณ เวลา t_1 เคลื่อนที่ด้วยความเร็ว v_1 ถึงเส้นชัยที่จุด Q ณ เวลา t_2 ด้วยความเร็ว v_2 กราฟระหว่างความเร็วกับเวลา ความเร่งเฉลี่ย คือ อัตราส่วนระหว่างความเร็วที่เปลี่ยนไป ในช่วงเวลา t_1 ถึง t_2 คือ ความชันตามแนวเส้น pq ความเร่งชั่วขณะของอนุภาคก็คือ ความเร่ง ณ ตำแหน่งใดๆ บนกราฟ ถ้าให้จุด P เป็นจุดที่เราต้องการหาความเร่งชั่วขณะ ก็ให้เลื่อนจุด Q เข้าใกล้จุด P มากที่สุดจนเกือบทับจุด P เพื่อคำนวณหาความเร่งเฉลี่ยในช่วงเวลาสั้นมากๆ เกือบเท่ากับศูนย์จะได้

$$a = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{dx}{dt} \right) = \frac{d^2x}{dt^2} \quad (3.3)$$

ความเร่ง เป็นปริมาณเวกเตอร์ มีหน่วยเป็น เมตรต่อวินาที² (m/s²) ความเร่งในช่วงเวลา เข้าใกล้ศูนย์เราเรียกว่า ความเร่งชั่วขณะ (Instantaneous Acceleration) ความเร่งเฉลี่ยในช่วงเวลา t_1 ถึง t_2 คือความชันตามแนวเส้น pq ความเร่งชั่วขณะที่จุด P คือความชันที่จุด P



ภาพประกอบ 3.5 (a) รถเคลื่อนที่อยู่บนแกน x
(b) กราฟการเคลื่อนที่ พล็อตระหว่างความเร็วกับเวลา

ที่มา : ศรีธนา วรศักดิ์โยธิน , (2546)

จากสมการ ความเร่งขณะใดขณะหนึ่งเท่ากับค่าอนุพันธ์ (Derivative) ของความเร็วเทียบกับ เวลาและจะมีค่าเท่ากับค่าความชันของกราฟ ความเร็ว-เวลา อาจแสดงค่าของความเร่งขณะใด ขณะหนึ่งในเทอมของอนุพันธ์ของ x กับ t

ถ้าเลื่อนจุด Q เข้าใกล้จุด P จนเกือบทับจุด P ความชันตามแนว pq ก็คือความชันที่จุด p นั่นเอง จึงสรุปได้ว่า ความเร่งชั่วขณะ ก็คือ ความชันที่ตำแหน่งนั้น

ตัวอย่าง 3.4

ให้ความเร็วของรถดังภาพประกอบ 3.5 เป็นไปตามสมการ $v = m + nt^2$ ถ้า $m = 10 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ และ $n = 2 \text{ m}\cdot\text{s}^{-3}$ จงหา

ก) ความเร็วที่เปลี่ยนแปลงในช่วงเวลา $t_1 = 2 \text{ s}$ ถึง $t_2 = 5 \text{ s}$

$$\begin{aligned} \text{ณ เวลา } t_1 = 2\text{s } v_1 &= 10 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1} + (2 \text{ m}\cdot\text{s}^{-3})(2\text{s})^2 \\ &= 18 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ณ เวลา } t_2 = 5\text{s } v_2 &= 10 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1} + (2 \text{ m}\cdot\text{s}^{-3})(5\text{s})^2 \\ &= 60 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1} \end{aligned}$$

เพราะฉะนั้นความเร็วที่เปลี่ยนไปคือ

$$\begin{aligned} v_2 - v_1 &= 60 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1} - 18 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1} \\ &= 42 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1} \end{aligned}$$

ข) ความเร่งเฉลี่ยในช่วงเวลา t_1 ถึง t_2 คือ

$$a_{av} = \frac{V_2 - V_1}{t_2 - t_1} = \frac{42 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}}{3\text{s}} = 14 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$$

ค) ความเร่งชั่วขณะ ณ เวลา $t = 2\text{s}$

ณ เวลา $t = 2\text{s} + \Delta t$

$$\begin{aligned} v &= 10 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1} + (2 \text{ m}\cdot\text{s}^{-3})(2\text{s} + \Delta t)^2 \\ &= 18 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1} + (8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}) \Delta t + (2 \text{ m}\cdot\text{s}^{-3})(\Delta t)^2 \end{aligned}$$

ความเร็วที่เปลี่ยนแปลงในช่วงเวลา Δt คือ

$$\begin{aligned} \Delta v &= 18 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1} + (8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}) \Delta t + (2 \text{ m}\cdot\text{s}^{-3})(\Delta t)^2 - 18 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1} \\ &= (8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}) \Delta t + (2 \text{ m}\cdot\text{s}^{-3})(\Delta t)^2 \end{aligned}$$

ความเร่งเฉลี่ยในช่วงเวลา t_1 ถึง t_2 คือ

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = (8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}) + (2 \text{ m}\cdot\text{s}^{-3})\Delta t$$

ความเร่งชั่วขณะ ณ เวลา $t = 2\text{s}$ หาได้โดยการให้ Δt เข้าใกล้ศูนย์ จะได้ $a = 8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$

ง) สมการทั่วไปสำหรับความเร่งชั่วขณะ ณ เวลา $t = 2\text{s}$ และ $t = 5\text{s}$ จาก

$$v = 10 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1} + 2 \text{ m}\cdot\text{s}^{-3}t^2$$

หาอนุพันธ์ v เทียบกับเวลาจะได้

$$\begin{aligned} a &= \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt} [10 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1} + (2 \text{ m}\cdot\text{s}^{-3})t^2] \\ &= 2 (2 \text{ m}\cdot\text{s}^{-3})t \end{aligned}$$

$$\text{เมื่อ } t = 2\text{s}, \quad a = (2)(2 \text{ m}\cdot\text{s}^{-3})(2\text{s}) = 8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$$

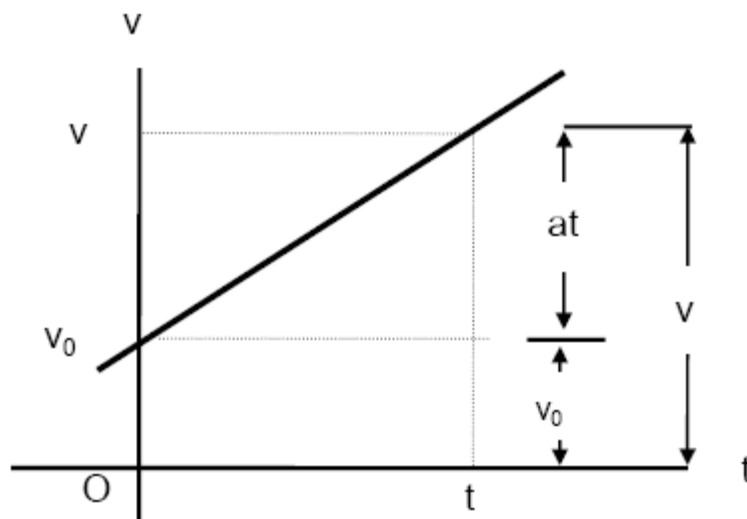
$$\text{เมื่อ } t = 5\text{s}, \quad a = (2)(2 \text{ m}\cdot\text{s}^{-3})(5\text{s}) = 20 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$$

3.2 การเคลื่อนที่เป็นเส้นตรง ด้วยความเร่งคงที่

การเคลื่อนที่เป็นเส้นตรง ด้วยความเร่งคงที่ ยกตัวอย่างที่เห็นได้ชัด เช่น การตกลงมาอย่างอิสระของวัตถุภายใต้แรงโน้มถ่วงของโลก

ถ้าวัตถุเคลื่อนที่เป็นเส้นตรงด้วยความเร่งคงที่ ความเร็วจะเปลี่ยนแปลงสม่ำเสมอ เมื่อเทียบกับเวลา หรือเมื่อพล็อตกราฟเทียบกับเวลาจะได้เป็นกราฟเส้นตรงดังภาพประกอบ 3.6 ความชันจะเท่ากัน ทุกจุด ความเร่งเฉลี่ยกับความเร่งชั่วขณะก็จะเท่ากันด้วย

$$a = \frac{V_2 - V_1}{t_2 - t_1} \quad (3.4)$$



ภาพประกอบ 3.6 กราฟการเคลื่อนที่เป็นเส้นตรง เมื่อความเร่งคงที่

ที่มา : ศรีธนะ วรศักดิ์โยธิน , (2546)

ให้ $t_1 = 0$, t_2 เป็นเวลาใด ๆ แทนด้วย t , v_0 แทนความเร็ว เมื่อ $t = 0$ (ความเร็วต้น) และ v เป็นความเร็ว ณ เวลาใด ๆ แทนลงในสมการ (3.4) จะได้

$$a = \frac{V - V_0}{t - 0} \quad \text{หรือ} \quad v = v_0 + at$$

เราสามารถหาสมการได้ ดังนี้

จากสมการ $a = \frac{dv}{dt}$,เทอมหนึ่งของ v ประกอบด้วย at อย่างแน่นอน และจะต้องบวกด้วยค่าคงที่ C เนื่องจากว่า อนุพันธ์ของค่าคงที่เทียบกับเวลาเป็นศูนย์

$$v = at + C$$

ถ้า เวลา $t = 0$ ความเร็วเริ่มต้น $= v_0$ จะได้

$$v_0 = a(0) + C \text{ หรือ } C = v_0$$

นำค่า C แทนลงในสมการ จะได้

$$v = v_0 + at$$

เราสามารถใช่วิธีเดียวกันนี้เพื่อหาระยะกระจัด x ณ ตำแหน่งเวลาใด ๆ ได้

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} at^2$$

รวมสมการ เพื่อตัดเทอม t เหลือเพียงระยะกระจัด ความเร็ว และความเร่ง ดังนี้

$$t = \frac{v - v_0}{a}$$

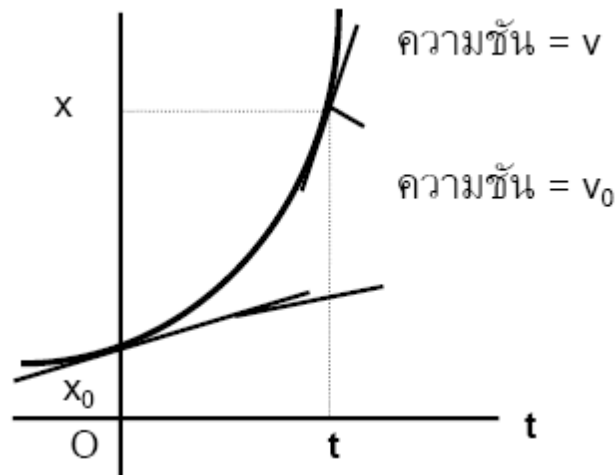
$$x = x_0 + v_0 \left(\frac{v - v_0}{a} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{v - v_0}{a} \right)^2$$

ย้าย x_0 ไปข้างซ้ายของสมการ และคูณด้วย $2a$ ทั้ง 2 ข้างของสมการ จะได้

$$2a(x - x_0) = 2v_0 v - 2v_0^2 + v^2 - 2v_0 v + v_0^2$$

จะได้

$$v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0)$$



ภาพประกอบ 3.7 กราฟระยะกระจัดกับเวลา เมื่อความเร่งคงที่

ที่มา : ศรีธน วรศักดิ์โยธิน , (2546)

จากภาพประกอบ 3.7 เป็นกราฟระหว่างระยะกระจัดกับเวลา เมื่อความเร่งคงที่มีลักษณะเป็นรูปพาราโบลา ความชัน ณ เวลา $t=0$ จะมีค่าเท่ากับความเร็วเริ่มต้น v_0 ส่วนความชัน ณ เวลา t ใด ๆ ก็คือ v สรุปความสัมพันธ์ ของวัตถุที่เคลื่อนที่ในแนวเส้นตรงด้วยความเร่งคงที่คือ

$$v = v_0 + at$$

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} at^2$$

$$v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0)$$

ตัวอย่าง 3.5

นักบิดมอเตอร์ไซด์ซึ่งไปทางทิศตะวันออกด้วยความเร่งคงที่ $a = 4 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$ ขณะ เริ่มต้นจับเวลา $t = 0$ เขาอยู่ที่ตำแหน่ง $x = 5 \text{ m}$. วัดจากจุดเริ่มต้นและมีความเร็วเริ่มต้น $v_0 = 3 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$

ก) ตำแหน่งและความเร็ว ณ เวลา $t = 2 \text{ s}$

ข) ตำแหน่งและเวลาขณะความเร็วของมอเตอร์ไซด์เป็น $5 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$

หลักการคำนวณ

$$\begin{aligned} \text{ก. จากสมการ } x &= x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 \\ &= 5 \text{ m.} + (3 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1})(2 \text{ s}) + \frac{1}{2} (4 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2})(2 \text{ s})^2 \\ &= 19 \text{ m} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{จากสมการ } v &= v_0 + at \\ &= 3 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1} + (4 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2})(2 \text{ s}) \\ &= 11 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ข) จากสมการ } v^2 &= v_0^2 + 2a(x - x_0) \\ &= (5 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1})^2 = (3 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1})^2 + 2(4 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2})(x - 5 \text{ m}) \\ x &= 7 \text{ m} \end{aligned}$$

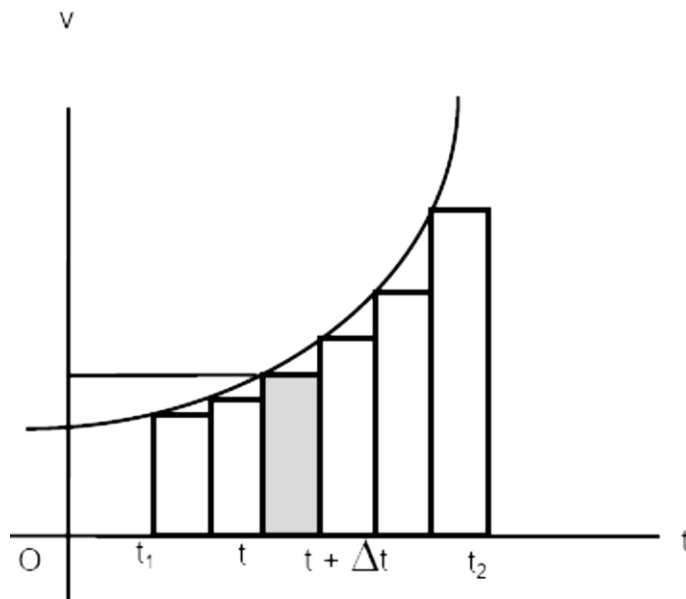
$$\begin{aligned} \text{แทน } v &= 5 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1} \text{ ลงในสมการ } v = v_0 + at \\ (5 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1})^2 &= 3 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1} + (4 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2})(t) \\ t &= \frac{1}{2} \text{ s} \end{aligned}$$

ใช้สมการความสัมพันธ์ ของวัตถุที่เคลื่อนที่ในแนวเส้นตรง หาค่าตำแหน่งของนักบิด

$$\begin{aligned} X &= 5 \text{ m.} + (3 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}) \left(\frac{1}{2} \text{ s} \right) + \frac{1}{2} (4 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}) \left(\frac{1}{2} \text{ s} \right)^2 \\ &= 7 \text{ m} \end{aligned}$$

สมการ ใช้ได้กับกรณีที่ความเร่งคงที่เท่านั้น ถ้าระยะกระจัด x เป็นฟังก์ชันกับเวลา ความเร็วหาได้จาก $v = \frac{dx}{dt}$ เช่นเดียวกันความเร่งก็หาได้จาก $a = \frac{dv}{dt}$ ในทางกลับกัน ถ้าทราบ v เป็นฟังก์ชันกับเวลา เราก็คำนวณกลับไปหาระยะกระจัด x ได้ โดยใช้การอินทิเกรต

กราฟพล็อตระหว่างความเร็วกับเวลาในกรณีที่มีความเร่งไม่สม่ำเสมอ พิจารณา การเคลื่อนที่ในช่วงเวลา t_1 และ t_2 โดยแบ่งเวลาออกเป็นช่วงเล็ก ๆ Δt ช่วงเวลานี้ความเร็วจะเปลี่ยนไปเพียงเล็กน้อย สามารถแทนความเร็วในช่วงเวลา Δt เป็นความเร็วชั่วขณะได้



ภาพประกอบ 3.8 พื้นที่ใต้กราฟระหว่างความเร็วและเวลา

ที่มา : ศรีธนา วรศักดิ์โยธิน , (2546)

การเปลี่ยนแปลงของระยะกระจัด คำนวณได้จาก $\Delta x = v\Delta t$ ซึ่งก็คือพื้นที่ใต้กราฟที่ได้ แรเงาไว้เพียงแท่งเดียว ดังภาพประกอบ 3.8 ดังนั้น ถ้าต้องการจะหาระยะกระจัดทั้งหมดในช่วงเวลา t_1 ถึง t_2 ก็ให้นำระยะกระจัด ในช่วงต่างๆ ที่แบ่งไว้ตั้งแต่ t_1 จนถึง t_2 มาบวกกันทั้งหมด และถ้าให้ Δt เล็กมาก ๆ เข้าใกล้ศูนย์ จำนวนช่องการแบ่งจะเป็นอนันต์ ผลบวกของระยะกระจัด จะเรียกอีกอย่างว่า การอินทิกรัลของ v จาก t_1 ไป t_2 ให้ x_1 เป็นตำแหน่งของอนุภาค ณ เวลา t_1 และ x_2 เป็นตำแหน่งของอนุภาค ณ เวลา t_2

$$x_2 - x_1 = \int_{x_1}^{x_2} dx = \int_{t_1}^{t_2} v dt \quad (3.5)$$

เมื่อพิจารณากราฟความเร็วกับเวลา การวิเคราะห์ก็มีลักษณะแบบเดียวกัน ให้ v_1 คือความเร็ว ณ เวลา t_1 และ v_2 คือความเร็ว ณ เวลา t_2 การเปลี่ยนแปลงของความเร็ว Δv ในช่วงเวลาสั้นๆ Δt ประมาณเท่ากับ $a\Delta t$ ถ้า Δt เข้าใกล้ศูนย์ สามารถเขียนอยู่ในรูปอินทิกรัลของ a จาก t_1 ถึง t_2 ได้ดังนี้

$$v_2 - v_1 = \int_{v_1}^{v_2} dv = \int_{t_1}^{t_2} a dt \quad (3.6)$$

ตัวอย่าง 3.6

รถยนต์แล่นอยู่บนทางหลวง มีความเร่งเป็นฟังก์ชันกับเวลาดังนี้

$$a = 2.0 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2} - (0.1 \text{ m}\cdot\text{s}^{-3})t \quad t \geq 0, \quad x_0 = 0 \quad \text{รถยนต์มีความเร็วต้น } v_0 = 10 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$$

จงหา ก) ความเร็วและตำแหน่งในรูปฟังก์ชันกับเวลา

ข) เวลาที่รถยนต์มีความเร็วสูงสุด

ค) ความเร็วสูงสุด

หลักการคำนวณ

ก) ให้ t_1 คือเวลาเริ่มต้น = 0 และ t_2 คือเวลาขณะใด ๆ แทนด้วย t

ให้ v_1 คือความเร็วเริ่มต้น = $10 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ และ v_2 คือความเร็วขณะใด ๆ แทนด้วย v

จากสมการ (3.6)

$$\begin{aligned} v - 10 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1} &= \int_0^t [2.0 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2} - (0.1 \text{ m}\cdot\text{s}^{-3})t] dt \\ &= (2.0 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2})t - 21(0.1 \text{ m}\cdot\text{s}^{-3})t^2 \end{aligned}$$

จากสมการ (3.5) ให้ x_1 คือตำแหน่งเริ่มต้น = 0 และ x_2 คือตำแหน่งขณะใด ๆ แทนด้วย x

$$\begin{aligned} x - 0 &= \int_0^t \left[10 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1} + (2.0 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2})t - \frac{1}{2}(0.1 \text{ m}\cdot\text{s}^{-3})t^2 \right] dt \\ &= (10 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1})t + 21(2.0 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2})t^2 - 61(0.1 \text{ m}\cdot\text{s}^{-3})t^3 \end{aligned}$$

ข) เวลาที่รถยนต์มีความเร็วสูงสุดจะเกิดขึ้นก็ต่อเมื่อ $\frac{dv}{dt} = 0$

ตรงตำแหน่งนี้รถยนต์มีความเร็วสูงสุด และกำลังเริ่มจะลดลง เราจะได้

$$\begin{aligned} 0 &= (2.0 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}) - (0.1 \text{ m}\cdot\text{s}^{-3})t \\ t &= \frac{2.0 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}}{0.1 \text{ m}\cdot\text{s}^{-3}} = 20 \text{ s} \end{aligned}$$

ค) แทน $t = 20 \text{ s}$ ลงในสมการข้อ ก) จะได้ความเร็วสูงสุด

$$\begin{aligned} v &= (2.0 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2})(20 \text{ s}) - 21(0.1 \text{ m}\cdot\text{s}^{-3})(20 \text{ s})^2 + 10 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1} \\ &= 30 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1} \end{aligned}$$

3.3 การเคลื่อนที่ตามแนวตั้งโดยอิสระ

ถ้าปล่อยวัตถุให้ตกลงมาอย่างอิสระ ไม่ว่าจะเป็คนนกร กระจาษ เหรียญ หรือก้อนหิน จะตกลงสู่พื้นโลกด้วยความเร่งเท่ากัน เมื่อไม่คิดแรงต้านของอากาศ หรือการตก อิสระใน สุญญากาศ โดยค่าความเร่งของการตกอย่างอิสระ (free fall acceleration) โดยค่า g บนโลกจะลดลง เมื่อความสูง (altitude) จากพื้นโลกมากขึ้น และค่า g จะแปรผกผันเล็กน้อย ตามแนวเส้นขนานกับเส้น ศูนย์สูตรหรือเส้นรุ้ง (latitude) โดยค่าความเร่ง g จะมีทิศเข้าสู่ศูนย์กลางของ โลก และที่ผิวโลก $g = 9.8$ เมตร/วินาที ค่าความเร่ง g นี้ อาจเรียกว่า ความเร่งเนื่องจากแรงดึงดูด ของโลก (acceleration due to gravity) หรือความเร่งเนื่องจากความโน้มถ่วงของโลก (gravitational acceleration) การเคลื่อนที่ ด้วยแรงโน้มถ่วงของโลกในแนวแกน y

การตกของวัตถุอย่างอิสระ ไม่ได้หมายความว่าเป็การปล่อยให้วัตถุตกลงจากที่ สูงลง มายังพื้นโลกเท่านั้น ยังหมายรวมถึงการเคลื่อนที่อย่างอิสระภายใต้แรงโน้มถ่วงทั้งการเคลื่อนที่ขึ้น และลงในแนวตั้งด้วย อาจนิยามได้ดังนี้ “เมื่อโยนวัตถุขึ้นหรือลง วัตถุจะเคลื่อนที่ภายใต้ความเร่ง ที่เท่ากัน เช่นเดียวกับเมื่อปล่อยวัตถุให้เคลื่อนที่จากหยุดนิ่งหรือถือว่าวัตถุเคลื่อนที่อย่างอิสระ โดยวัตถุ ในกรณีนี้จะมีค่าความเร่งในทิศลงเท่ากับค่าความเร่งเนื่องจากการตกอย่างอิสระ” ถ้าไม่คิดแรง ต้านของอากาศและถือว่าความเร่ง เนื่องจากการตกอิสระมีค่าคงที่ ถือว่าการ เคลื่อนที่ในแนวตั้งหรือ การตกอย่างอิสระของวัตถุเหมือนกับการเคลื่อนที่ใน 1 มิติ ด้วยความเร่งคงที่ ดังนั้น จะได้สมการ การตกของวัตถุอย่างอิสระ

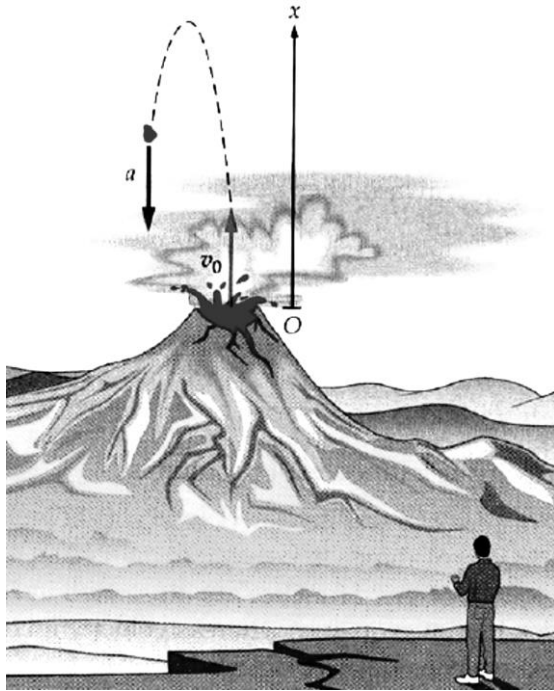
$$v = v_0 + gt \quad (3.7)$$

$$x = x_0 + v_0t + \frac{1}{2}gt^2 \quad (3.8)$$

$$v^2 = v_0^2 + 2g(x - x_0) \quad (3.9)$$

ตัวอย่าง 3.7

ชายคนหนึ่งยืนสังเกตการณ์เคลื่อนที่ของลาวาอันเนื่องจากการระเบิดของภูเขาไฟลูกหนึ่ง โดยจับเวลาตั้งแต่เริ่มกระเด็นออกจากระดับพื้น (ระดับอ้างอิง) ของปล่องภูเขาไฟขึ้นไป จนกระทั่ง หยุดแล้วตกกลับมายังพื้นดังภาพประกอบใช้เวลาทั้งสิ้น 4.75 วินาที และความเร่งขณะตกลงมาคือ 9.8 เมตร/วินาที² ถ้ามว่าความเร็วเริ่มต้นของการเคลื่อนที่นี้เป็นเท่าใด



ภาพประกอบ 3.9 การระเบิดของภูเขาไฟ

ที่มา : ศรีชน วรศักดิ์โยธิน , (2546)

หลักการคำนวณ

หาระยะ x โดย $a=-g$ และ $x_0 = 0$

$$\begin{aligned}
 \text{จาก} \quad x &= x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} g t^2 \\
 &= v_0 t - \frac{1}{2} g t^2 \\
 &= \left(v_0 t + \frac{1}{2} g t \right) t \quad \text{เมื่อ } t=0
 \end{aligned}$$

สมการนี้เป็นจริงเมื่อ (A) $t=0$ (B) $v_0 - \frac{1}{2} g t = 0$

คำตอบแรกแสดงถึงเงื่อนไขเริ่มต้นนั่นคือ $x=0$ ที่ $t=0$ ดังนั้นคำตอบที่เป็นไปได้น่าจะเป็นสมการที่ 2 แก่ $v_0 - \frac{1}{2} g t = 0$ เพื่อหาความเร็วต้น จะได้

$$v_0 = \frac{1}{2} g t = \frac{1}{2} (9.8 \text{ m/s}^2) (4.75 \text{ s}) = 23.3 \text{ m/s}$$

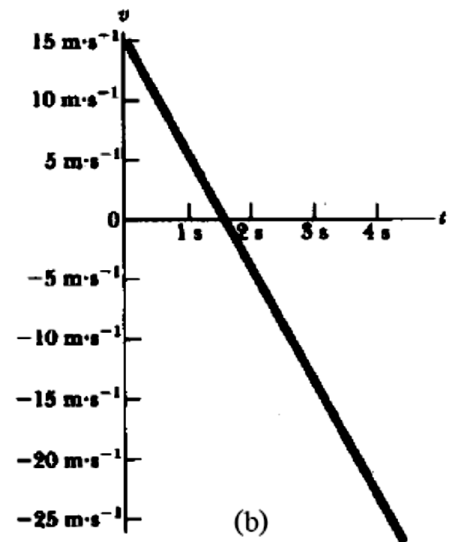
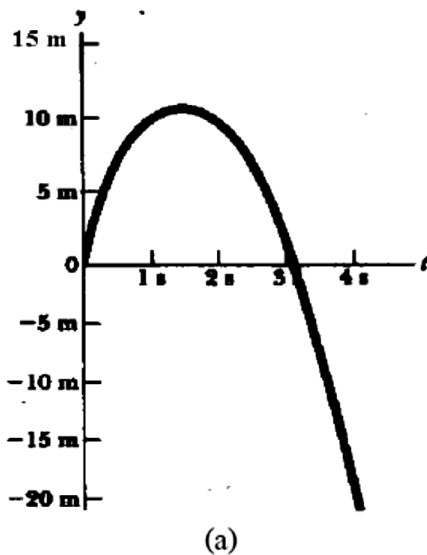
ตัวอย่าง 3.8

การเหวี่ยงลูกบอลขึ้นไปในแนวตั้ง จากขอบตึกบนดาดฟ้าของตึกสูง ขณะที่ลูกบอลหลุดออกจากมือมี ความเร็วเริ่มต้น $15 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ จงหา

- ตำแหน่งและความเร็วของลูกบอล ณ เวลา 1 s และ 4 s หลังจากเหวี่ยงออก
- ความเร็วขณะที่ลูกบอลอยู่เหนือดาดฟ้า 5 เมตร
- เวลาและตำแหน่งขณะที่ลูกบอลอยู่ที่จุดสูงสุด

หลักการคำนวณ

ให้ตำแหน่งเริ่มต้นอยู่ที่มือของผู้เหวี่ยง แกน y แสดงทิศทางเคลื่อนที่ในแนวตั้ง จากจุดเริ่มต้นขึ้นไปใช้เครื่องหมายบวก ตำแหน่งเริ่มต้น $y_0 = 0$, ความเร็วเริ่มต้น $v_0 = +15 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ ความเร่งโน้มถ่วงของโลก $a = -g = -9.8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$



ภาพประกอบ 3.10 (a) กราฟระยะกระจัด y กับเวลา t

(b) กราฟความเร็ว v กับเวลา t

ที่มา: ศรีธนะ วรศักดิ์โยธิน, (2546)

ความเร็ว ณ เวลาใด ๆ หาได้จาก

$$\begin{aligned} v &= v_0 + at \\ &= 15 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1} + (-9.8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2})t \end{aligned}$$

ตำแหน่ง ณ เวลาใด ๆ หาได้จาก

$$\begin{aligned} y &= v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 \\ &= (15 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1})t + \frac{1}{2} (-9.8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2})t^2 \end{aligned}$$

ความเร็วที่ตำแหน่งใด ๆ คือ

$$\begin{aligned} v^2 &= v_0^2 + 2gy \\ &= (15 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1})^2 + 2(-9.8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2})y \end{aligned}$$

ก) แทน $t = 1 \text{ s}$ ลงในสมการ จะได้

$$\begin{aligned} y &= +10.1 \text{ m} \\ v &= +5.2 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1} \end{aligned}$$

ลูกบอลอยู่เหนือจากคาดฟ้า 10.1 m ความเร็ว (เป็นบวก) = $5.2 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ แสดงว่าลูกบอลพุ่งขึ้น (สังเกตว่ามีค่าน้อยกว่าความเร็วต้น) แทน $t = 4 \text{ s}$ ลงในสมการ (2-17) และ (2-18) จะได้

$$\begin{aligned} y &= -18.4 \text{ m} \\ v &= -24.2 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1} \end{aligned}$$

ลูกบอลอยู่ต่ำกว่าคาดฟ้า 18.4 m (y เป็นลบ) ความเร็ว (เป็นลบ) = $24.2 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ แสดงว่าลูกบอลกำลังตกลง

ข) ความเร็วขณะที่ลูกบอลอยู่เหนือคาดฟ้า 5 เมตร

$$\begin{aligned} y &= +5 \text{ m} \\ \text{จากสมการ (3.9)} \quad v^2 &= 127 \text{ m}^2\cdot\text{s}^{-2}, \quad v = \pm 11.3 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1} \end{aligned}$$

เครื่องหมาย + และ - แสดงว่าลูกบอลผ่านตำแหน่งนี้ 2 ครั้ง ครั้งแรกกำลังพุ่งขึ้น และครั้งที่สองตกลง ความเร็วพุ่งขึ้น = $+11.3 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ และความเร็วตกลง = $-11.3 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$

ค) ที่จุดสูงสุด $v = 0$ จากสมการ (3.8)

$$0 = (15 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1})^2 - (19.6 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2})y$$

$$\text{ดังนั้น } y = 11.5 \text{ m}$$

จากสมการ (3.7) ให้ $v = 0$

$$0 = 15 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1} + (-9.8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2})t$$

$$t = 1.53 \text{ s}$$

หรือจะแทนค่า t ลงในสมการ (2-17) ก็สามารถหาจุดสูงสุดได้เช่นเดียวกัน

$$\begin{aligned} y &= (15 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1})(1.53 \text{ s}) + 21(-9.8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2})(1.53 \text{ s})^2 \\ &= 11.5 \text{ m} \end{aligned}$$

ที่จุดสูงสุดความเร็วเป็นศูนย์ ความเร่งที่จุดนี้คงที่ที่ $-9.8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$ ดังนั้นความเร็วยังคงเปลี่ยนแปลงอย่างต่อเนื่อง สังเกตดังภาพประกอบ 3.10

สรุปท้ายบท

1. สมการการเคลื่อนที่เมื่อความเร็วคงที่

$$v = s/t$$

สมการการเคลื่อนที่ในแนวราบของวัตถุ

$$v = v_0 + at$$

$$x = x_0 + v_0t + \frac{1}{2}at^2$$

$$v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0)$$

สมการการตกของวัตถุอย่างอิสระ

$$v = v_0 + gt$$

$$x = x_0 + v_0t + \frac{1}{2}gt^2$$

$$v^2 = v_0^2 + 2g(x - x_0)$$

2. ใช้ค่า g ในทิศลงเป็นบวกก็ได้ โดย $a = +g$ เมื่อกำหนดให้ y ในทิศลงเป็นบวก เมื่อโยนวัตถุขึ้นไปในแนวตั้งแล้ววัตถุย้อนกลับตกลงมาที่เดิม ได้ดังนี้

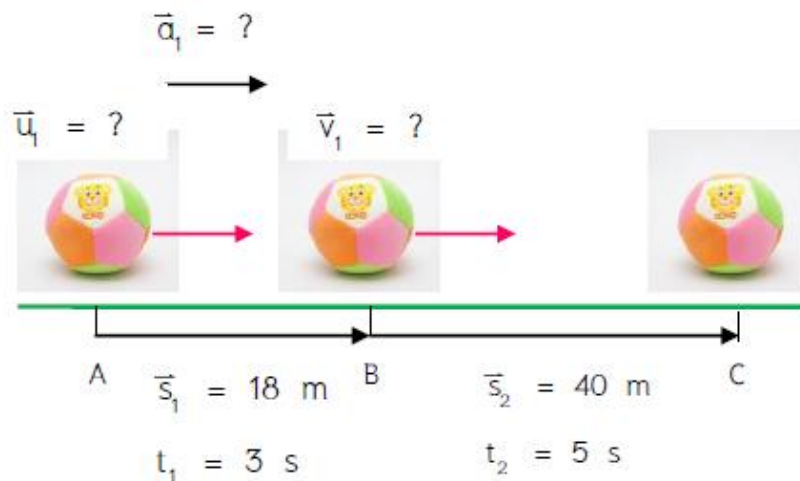
2.1 ความเร็วที่จุดสูงสุดเท่ากับศูนย์

2.2 เวลาที่วัตถุเคลื่อนที่ขึ้นจะเท่ากับเวลาที่วัตถุเคลื่อนที่ลง

2.3 ที่ระดับเดียวกันความเร็วของวัตถุจะเท่ากัน แต่มีทิศตรงกันข้าม

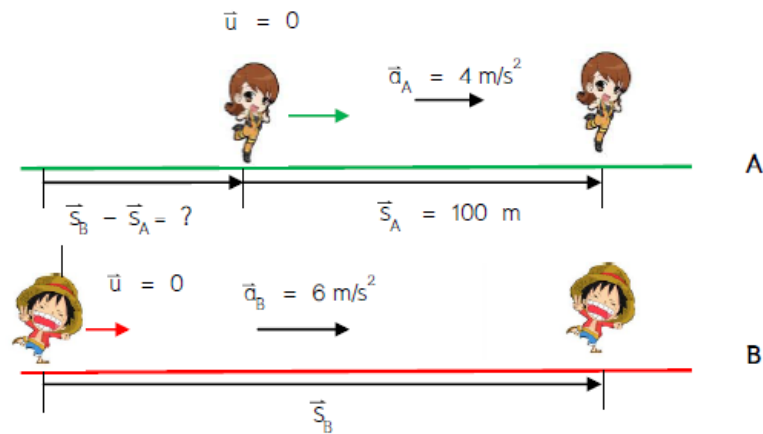
แบบฝึกหัดบทที่ 3

1. รถยนต์ A เริ่มเคลื่อนที่จากจุดหยุดนิ่ง โดยอัตราเร็วเพิ่มขึ้น 2 m/s ทุก ๆ 1 s เมื่อสิ้นวินาทีที่ 5 รถยนต์จะมีอัตราเร็วเท่าใด
2. รถยนต์แล่นบนถนนตรงโดยมีความเร็วต้น 15 m/s ถ้ารถยนต์มีความเร่งคงตัว 3 m/s^2 ในช่วงเวลานานเท่าใดรถยนต์จึงมีความเร็วเฉลี่ยเป็น 2 เท่าของความเร็วต้น
3. รถเริ่มเคลื่อนที่จากหยุดนิ่งด้วยความเร่งคงตัวในแนวเส้นตรง แล้วเบรคด้วย ความหน่วงคงตัวจนหยุดนิ่งพบว่าเครื่องวัดระยะทางในรถบอกระยะทางที่เคลื่อนที่ได้ 300 m และจับเวลาที่รถเคลื่อนที่ได้ 1 s พอดี อัตราเร็วสูงสุดของรถในการเคลื่อนที่ครั้งนี้มีค่าเท่าใด
4. วัตถุชิ้นหนึ่งเคลื่อนที่ตามแนวเส้นตรงด้วยความเร่งคงตัวใน 3 s ได้การกระจัด 18 m และเคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงตัวใน 5 s ต่อมา ได้การกระจัด 40 m
 - 4.1 ความเร็วต้นของวัตถุ
 - 4.2 ความเร่งของวัตถุ



ภาพประกอบ 3.11 การเคลื่อนที่ของวัตถุตามแนวเส้นตรงด้วยความเร่งคงตัว
ที่มา: สมสุข แสงปราบ, (2558).

5. รถยนต์คันหนึ่งเคลื่อนที่ด้วยความเร่ง 2 m/s^2 จากหยุดนิ่งจนมีความเร็ว 8 m/s หลังจากนั้นวิ่งด้วยความเร็วคงตัวนาน 4 s จึงเบรกรถให้หยุดนิ่งในเวลา 2 s จงหา ระยะทางทั้งหมดที่รถยนต์เคลื่อนที่ได้
6. ก้อนมวล 5 กิโลกรัม วางอยู่บนพื้นเอียง 60 องศา ถ้าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานระหว่างก้อนกับพื้นมีค่า 0.2 จะต้องออกแรงดึงเท่าใด จึงจะทำให้ก้อนอยู่นิ่งบนพื้นเอียง ($g = 10 \text{ m/s}^2$)
7. ก้อนหนัก 200 กิโลกรัม วางอยู่บนพื้นเอียง 30 องศา ถ้าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานระหว่างก้อนกับพื้นมีค่า 0.3 จะต้องออกแรงดึงเท่าใด จึงจะทำให้ก้อนเคลื่อนที่ลงด้วยความเร่ง 2 m/s^2 ($g = 10 \text{ m/s}^2$)
8. เด็กหญิง A และเด็กชาย B วิ่งออกจากจุดเริ่มต้นพร้อมกัน โดยจุดเริ่มต้นของ B อยู่หลัง A เด็กทั้งสองวิ่งด้วยความเร่ง 4 m/s^2 และ 6 m/s^2 ตามลำดับและวิ่งทันกัน เมื่อ A วิ่งได้การกระจัด 100 m จงหาว่าเด็กทั้งสองอยู่ห่างกันเท่าไรตอนเริ่มต้น



ภาพประกอบ 3.12 การเคลื่อนที่ออกจากจุดเริ่มต้นพร้อมกัน

ที่มา: สมสุข แสงปราบ, (2558).

9. รถยนต์คันหนึ่งวิ่งด้วยความเร็วคงตัว 10 m/s ขณะที่อยู่ห่างจากสิ่งกีดขวางเป็นระยะ 35 m คนขับตัดสินใจห้ามล้อซึ่งใช้เวลา 1 s ก่อนที่ห้ามล้อจะทำงาน เมื่อห้ามล้อทำงานรถจะต้องลดความเร็วในอัตราเท่าใดจึงทำให้รถหยุดพอดีเมื่อถึงสิ่งกีดขวางนั้น
10. รถยนต์คันหนึ่งกำลังแล่นบนถนนด้วยความเร็ว 72 km/h คนขับเห็นไฟแดง ช้างหน้าจึงเหยียบเบรคทำให้รถหยุดในเวลา 5 s จงหาความเร่งและระยะทางในช่วงการเบรคนี้

เอกสารอ้างอิง

- จรัส บุญขรรพมา. (2543). **ฟิสิกส์ระดับมหาวิทยาลัย ภาคกลศาสตร์**. กรุงเทพฯ ฯ : สุวีริยาสาส์น.
มหาวิทยาลัย , ทบวง. (2543). **ฟิสิกส์เล่ม 1**. กรุงเทพฯ ฯ : ชวนพิมพ์ .
- จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย. (2538). **ฟิสิกส์ 1**. (พิมพ์ครั้งที่4). กรุงเทพฯ ฯ : ศูนย์ หนังสือจุฬาลงกรณ์
มหาวิทยาลัย.
- ต่อศักดิ์ โกมาสถิตย์, (2548). **ฟิสิกส์ 1**. มหาสารคาม : โรงพิมพ์มหาวิทยาลัยมหาสารคาม.
- บดินทรชาติสุขบท. (2546). **ฟิสิกส์ 1**. กรุงเทพฯ ฯ : สกายบุ๊กส์
- ปรเมษฐ์ ปัญญาเหล็ก. (2542). **ฟิสิกส์1**. (พิมพ์ครั้งที่4). กรุงเทพฯ ฯ ศูนย์หนังสือมหาวิทยาลัย
ศรีปทุม.
- มนตรี พิรุณเกษตร, (2540). **ฟิสิกส์ 1**. กรุงเทพฯ ฯ : ซีเอ็ดยูเคชั่น.
- สมปอง ทองผ่อง, (2543) **ฟิสิกส์ทั่วไป 1**. มหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์ วิทยาเขต. ปัตตานี
- สมสุข แสงปราบ, (2558). **ชุดที่ 7 เรื่อง การเคลื่อนที่แนวตรงด้วยความเร่งคงตัว(แนวระดับ)**.
โรงเรียนนางรอง จังหวัดบุรีรัมย์
- สุทธิพงษ์ อันทรบุตร, (2561) **วิทยาศาสตร์เพื่องานไฟฟ้าและการสื่อสาร**. วิทยาลัยเทคนิคร้อยเอ็ด.
- สมพงษ์ ใจดี. (2548). **ฟิสิกส์ มหาวิทยาลัย 1**. (พิมพ์ครั้งที่ 6). กรุงเทพฯ ฯ : สำนักพิมพ์แห่ง
จุฬาลงกรณ์ มหาวิทยาลัย.
- สมาคมวิทยาศาสตร์แห่งประเทศไทยในพระบรมราชูปถัมภ์. (2543). **ฟิสิกส์ เล่ม 1**. (พิมพ์ครั้งที่ 2
ฉบับปรับปรุงแก้ไข). กรุงเทพฯ ฯ
- ศรีชน วรศักดิ์โยธิน(2546). **ฟิสิกส์1**. สำนักพิมพ์ สกายบุ๊กส์, คณะวิทยาศาสตร์
มหาวิทยาลัยขอนแก่น
- อุกฤษฏ์ นาน้ำป่า, (2563). **เอกสารประกอบการสอน ฟิสิกส์ทั่วไป 1**. คณะครุศาสตร์
มหาวิทยาลัยราชภัฏบุรีรัมย์