

แบบจำลองทางคณิตศาสตร์เพื่อพยากรณ์ปริมาณขยะมูลฝอยในเขตพื้นที่เทศบาลเมืองบุรีรัมย์
Mathematical model for forecasting solid waste in Buriram municipality

วชิรารักษ์ โอสรรัมย์¹

วัชระ วงศา²

¹อาจารย์ประจำคณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏบุรีรัมย์

อีเมล: ringkoj@gmail.com

²อาจารย์ประจำคณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏบุรีรัมย์

อีเมล: watchara.ws@bru.ac.th

บทคัดย่อ

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์สำหรับพยากรณ์ปริมาณขยะมูลฝอยในเขตพื้นที่เทศบาลเมืองบุรีรัมย์ โดยใช้ข้อมูลปริมาณขยะมูลฝอยจากกองช่างสุขาภิบาล สำนักงานเทศบาลเมืองบุรีรัมย์ ตั้งแต่เดือนมกราคม พ.ศ. 2544 ถึงเดือนธันวาคม พ.ศ. 2560 จำนวน 204 ค่า โดยแบ่งข้อมูลออกเป็น 2 ชุด ข้อมูลชุดที่ 1 ตั้งแต่เดือนมกราคม พ.ศ. 2544 ถึงเดือนธันวาคม พ.ศ. 2559 จำนวน 192 ค่า สำหรับศึกษาตัวแบบการพยากรณ์ โดยวิธีปรับเรียบเอ็กซ์โพเนนเชียลอย่างง่าย วิธีปรับเรียบเอ็กซ์โพเนนเชียลแบบโฮลท์ วิธีปรับเรียบเอ็กซ์โพเนนเชียลแบบวินเทอร์รูปแบบการคูณและการบวก และวิธีบอกซ์เจนกินส์ ข้อมูลชุดที่ 2 ตั้งแต่เดือนมกราคม พ.ศ. 2560 ถึงเดือนธันวาคม พ.ศ. 2560 จำนวน 12 ค่า นำมาใช้ในการเปรียบเทียบความแม่นยำของค่าพยากรณ์ โดยใช้เกณฑ์รากที่สองของความคลาดเคลื่อนเฉลี่ย และเกณฑ์เปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนสัมบูรณ์เฉลี่ย ผลการศึกษาพบว่าจากวิธีการพยากรณ์ทั้งหมดที่ได้ศึกษา พบว่าวิธีการพยากรณ์ด้วยวิธีบอกซ์เจนกินส์เป็นวิธีที่เหมาะสมมากที่สุด และแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เพื่อพยากรณ์ปริมาณขยะมูลฝอยในเขตพื้นที่เทศบาลเมืองบุรีรัมย์คือ

$$\hat{Y}_t = Y_{t-1} + Y_{t-2} - Y_{t-3} - 0.547\varepsilon_{t-1} - 0.953\varepsilon_{t-2} + 0.521\varepsilon_{t-3} - 3.425$$

คำสำคัญ: แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ พยากรณ์ ปริมาณขยะมูลฝอย

Abstract

The purpose of this research was to Mathematical model for forecasting solid waste in Buriram municipality. The data gather from Division of Sanitary works in Buriram municipality. January,2001 to December, 2016 of 204 value ware used and divided into 2 sets. The frist set had 192 value from January,2001 to December, 2016 were used for the modeling by Single Exponential Smoothing Method, Holt's Two-Parameter Method , Winter's Three-Parameter Trend & Seasonality Method Multiplicative Seasonal Model and Additive Seasonal Method, and Box-Jenkins method. The second set had 12 value from January,2017 to December, 2017 for comparing accuracy of the forecasts via the criteria Root Mean Square Error and Mean Absolute Percentage Error. Research findings indicated that for all the forecasting methods that had been studied, Box-Jenkins method is the most suitable and mathematical model for foreclosing solid waste.in Buriram municipality is

$$\hat{Y}_t = Y_{t-1} + Y_{t-2} - Y_{t-3} - 0.547\varepsilon_{t-1} - 0.953\varepsilon_{t-2} + 0.521\varepsilon_{t-3} - 3.425$$

Keywords : mathematical model, forecasting, solid waste

1. บทนำ

ปัญหามลพิษอย่างหนึ่งในชุมชนที่ทวีความรุนแรงขึ้นทุกวันคือปัญหาขยะมูลฝอยโดยปรากฏให้เห็นอยู่ทั่วไปไม่ว่าจะเป็นเมืองขนาดใหญ่ขนาดกลางและขนาดเล็ก ล้วนต่างต้องเผชิญกับปัญหาจากขยะมูลฝอยทั้งสิ้น มลพิษจากขยะมูลฝอยที่ส่งกลิ่นรบกวนได้กระจุกกระจายและสะสมอยู่ตามส่วนต่าง ๆ ของเมืองหรือชุมชน รวมทั้งการประสบปัญหาการจัดการที่กำจัดขยะมูลฝอย เนื่องจากขยะมูลฝอยที่มนุษย์ผลิตขึ้นมานั้นไม่สามารถทำลายได้หมดหรือไม่สามารถทำลายได้ทันต่อเวลาเพราะขาดการวางแผนการจัดการขยะมูลฝอยที่ดี ซึ่งการคาดการณ์ปริมาณขยะมูลฝอยที่จะเกิดขึ้นในอนาคตนั้นจึงมีบทบาทสำคัญอย่างหนึ่งในการวางแผนการจัดการขยะมูลฝอยในอนาคต สำหรับการเลือกใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์เพื่อการคาดการณ์ปริมาณขยะมูลฝอยนั้นเป็นชุดสมการหรือสูตรซึ่งขึ้นอยู่กับคำอธิบายเชิงปริมาณหรือปรากฏการณ์โลกแห่งความเป็นจริงสร้างขึ้นด้วยความหวังว่าพฤติกรรมที่คาดการณ์ไว้จะคล้ายคลึงกับพฤติกรรมที่อยู่บนพื้นฐานของความเป็นจริง โดยแบบจำลองทางคณิตศาสตร์สามารถมีได้หลายรูปแบบหลายขนาดและรูปแบบการจำลองนั้นเป็นสิ่งสำคัญ จึงต้องเน้นว่าแบบจำลองไม่ใช่โลกแห่งความเป็นจริงเพียงแต่มนุษย์ช่วยให้เราเข้าใจระบบของโลกแห่งความเป็นจริงได้ดีขึ้น เช่นเดียวกับการใช้แบบจำลองในทุกด้านของชีวิตของเรา เพื่อดึงแนวโน้มที่สำคัญจากกระบวนการที่ซับซ้อน ให้สามารถเปรียบเทียบกันระหว่างระบบสมการและให้ง่ายต่อการวิเคราะห์สาเหตุของสมการต่างๆ และเพื่อคาดการณ์เกี่ยวกับอนาคตนั่นเอง

2. วัตถุประสงค์ของโครงการวิจัย

เพื่อสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์สำหรับการคาดการณ์ปริมาณขยะมูลฝอยในเขตเทศบาลเมืองบุรีรัมย์ในอนาคต

3. วิธีการวิจัย

การสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เพื่อพยากรณ์ปริมาณขยะมูลฝอยในเขตพื้นที่เทศบาลเมืองบุรีรัมย์ โดยใช้ข้อมูลปริมาณขยะมูลฝอยจากกองช่างสุขาภิบาลสำนักงานเทศบาลเมืองบุรีรัมย์ ตั้งแต่เดือนมกราคม พ.ศ. 2544 - เดือนธันวาคม พ.ศ. 2560 จำนวน 204 ค่าซึ่งข้อมูลถูกแบ่งออกเป็น 2 ชุด ข้อมูลชุดที่ 1 ตั้งแต่เดือนมกราคม พ.ศ. 2544 - เดือนธันวาคม พ.ศ. 2559 จำนวน 192 ค่า สำหรับศึกษาวิธีการพยากรณ์โดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูปทางสถิติข้อมูลชุดที่ 2 ตั้งแต่เดือนมกราคม พ.ศ. 2560 - เดือนธันวาคม พ.ศ. 2560 จำนวน 12 ค่า นำมาใช้สำหรับการเปรียบเทียบความแม่นยำของค่าพยากรณ์ โดยใช้เกณฑ์รากที่สองของความคลาดเคลื่อนเฉลี่ย (RMSE) และเกณฑ์เปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนสัมบูรณ์เฉลี่ย (MAPE)

3.1 การวิเคราะห์ข้อมูลเบื้องต้น

เพื่อตรวจสอบว่าข้อมูลทั้ง 204 ค่า มีค่าผิดปกติหรือไม่โดยตรวจสอบข้อมูลทางสถิติด้วยโปรแกรมสำเร็จรูปทางสถิติ วิธีบ็อกพล็อต (Box Plot) หากพบข้อมูลมีค่าผิดปกติจะต้องทำการปรับค่าผิดปกตินั้นก่อนที่จะใช้เป็นข้อมูลเริ่มต้นสำหรับการพยากรณ์ในขั้นตอนต่อไป (Labkead & Wasusee, 2009, : 244)

3.2 การพยากรณ์โดยวิธีปรับเรียบเอ็กซ์โพเนนเชียลอย่างง่าย (Single Exponential Smoothing Method)

เป็นเทคนิคที่เหมาะสมกับข้อมูลที่ค่อนข้างไม่เปลี่ยนแปลงใช้หลักการของการหาค่าเฉลี่ยวิธีหนึ่งโดยใช้ข้อมูลในอดีตมาถ่วงน้ำหนัก แต่น้ำหนักที่ถ่วงข้อมูลกับข้อมูลในอดีตไม่เท่ากัน ในการนี้จะกำหนดน้ำหนักข้อมูลล่าสุดเป็น α โดยให้ค่า α อยู่ระหว่าง 0-1 ถ้าค่า $\alpha = 1$ แสดงว่าให้น้ำหนักกับข้อมูล

ล่าสุดมาก ค่าพยากรณ์ในช่วงเวลาถัดไปจะเท่ากับข้อมูลจริงในช่วงเวลาล่าสุด แต่ถ้า α มีค่าน้อยก็จะหมายความว่ายึดข้อมูลพยากรณ์ในอดีตเป็นหลักโดยไม่คำนึงถึงข้อมูลปัจจุบัน การหาค่าพยากรณ์คำนวณได้จากสมการ (อัจฉรา จันทร์ฉาย, 2557 : 88)

$$F_{t+1} = \alpha Y_t + (1 - \alpha)F_t \quad (1)$$

โดยที่ Y_t แทนค่าของข้อมูลจริงในช่วงเวลาปัจจุบัน

F_t แทนค่าพยากรณ์ของช่วงเวลาปัจจุบัน

3.3 การพยากรณ์โดยวิธีปรับเรียบเอ็กซ์โพเนนเชียลแบบโฮลท์ (Double Exponential Smoothing Method หรือ Holt's Two-Parameter Method)

เป็นเทคนิคที่เหมาะสมกับข้อมูลที่มีแนวโน้มเป็นเส้นตรงมีแนวโน้ม เป็นวิธีที่ใช้หลักการของเอ็กซ์โพเนนเชียลมาใช้ซึ่งคล้ายกับวิธีปรับเรียบเอ็กซ์โพเนนเชียลอย่างง่ายแต่วิธีนี้มีค่าคงที่สำหรับปรับระดับ 2 ค่าคือ α เป็นค่าคงที่ที่ทำให้เรียบระหว่างข้อมูลกับค่าพยากรณ์ และ δ ค่าคงที่ที่ทำให้เรียบระหว่างแนวโน้มจริงกับค่าประมาณแนวโน้ม ซึ่งทั้งสองค่านี้มีค่าระหว่าง 0 - 1 และการหาค่าพยากรณ์คำนวณได้จากสมการ (อัจฉรา จันทร์ฉาย, 2557, หน้า 97)

$$F_{t+m} = S_t + b_t m \quad (2)$$

โดยที่ $S_t = \alpha Y_t + (1 - \alpha)(S_{t-1} + b_{t-1})$

$b_t = \delta(S_t - S_{t-1}) + (1 - \delta)b_{t-1}$

3.4 การพยากรณ์โดยวิธีปรับเรียบเอ็กซ์โพเนนเชียล แบบวินเทอร์ (Triple Exponential Smoothing Method หรือ Winter's Three-Parameter Trend & Seasonality Method)

วิธีนี้เหมาะสำหรับข้อมูลที่มีแนวโน้มอิทธิพลของฤดูกาลใช้พยากรณ์ระยะสั้นถึงปานกลาง ข้อมูลควรอยู่ในรูปรายเดือน รายสัปดาห์ หรือรายวัน วิธีการนี้ยังคงใช้หลักการของเอ็กซ์โพเนนเชียล คือให้ความสำคัญกับข้อมูลไม่เท่ากัน และมีค่าให้ปรับเรียบ 3 ค่าคือ α เป็นค่าคงที่ที่ทำให้เรียบระหว่างข้อมูลกับค่าพยากรณ์, δ ค่าคงที่ที่ทำให้เรียบระหว่างแนวโน้มจริงกับค่าประมาณแนวโน้ม และ γ ค่าคงที่ที่ทำให้เรียบระหว่างค่าฤดูกาลจริงกับค่าประมาณฤดูกาล ทั้งสามค่านี้มีค่าระหว่าง 0 - 1 และวิธีการของวินเทอร์มี 2 รูปแบบคือ

1) รูปแบบการคูณ (Multiplicative Seasonal Model) สมการที่ใช้ในการพยากรณ์คือ

$$F_{t+m} = (S_t + b_t m)l_{t-L+m} \quad (3)$$

โดยที่ L คือช่วงฤดูกาล(จำนวนเดือนใน 1 ปี)

m คือระยะเวลามีต้องพยากรณ์ไปข้างหน้า

$$S_t = \alpha \frac{Y_t}{l_{t-L}} + (1 - \alpha)(S_{t-1} + b_{t-1})$$

$$b_t = \gamma(S_t - S_{t-1}) + (1 - \gamma)b_{t-1}$$

$$l_t = \beta \frac{Y_t}{S_t} + (1 - \beta)l_{t-L}$$

2)รูปแบบการบวก (Additive Seasonal Method) สมการที่ใช้ในการพยากรณ์คือ

$$F_{t+m} = S_t + b_t + l_{t-L+m} \quad (4)$$

โดยที่ $S_t = \alpha(Y_t + l_{t-s}) + (1 - \alpha)(S_{t-1} + b_{t-1})$

$$b_t = \delta(S_t - S_{t-1}) + (1 - \delta)b_{t-1}$$

$$l_t = \gamma(Y_t - S_t) + (1 - \gamma)l_{t-s}$$

3.5 วิธีบอกซ์เจนกินส์ (Box-Jenkins method)

วิธีนี้เป็นวิธีการพยากรณ์ที่มีความถูกต้องสูง เนื่องจากต้องตรวจสอบข้อมูลว่าเป็นสเตชันนารี (stationary) หรือไม่โดยพิจารณาจากกราฟของอนุกรมเวลา หรือพิจารณาจากกราฟฟังก์ชันสหสัมพันธ์ในตนเอง (Autocorrelation function: ACF) และฟังก์ชันสหสัมพันธ์ในตนเองส่วนย่อย (Partial autocorrelation function: PACF) ถ้าพบว่าอนุกรมเวลาไม่เป็นสเตชันนารี จะต้องแปลงใหม่ให้ที่เป็นสเตชันนารี ทำได้โดยการกำจัดแนวโน้ม กำจัดฤดูกาล แล้วค่อยพิจารณากำหนดรูปแบบการพยากรณ์ $SARIMA(p, d, q)(P, D, Q)_s$ ที่คิดว่าเหมาะสมโดยตรวจสอบจากกราฟ ACF และ PACF ของความคลาดเคลื่อน หรือใช้เกณฑ์สารสนเทศเบย์เซียน (Bayesian Information Criterion: BIC) ต่ำที่สุด มีค่าสถิติ Ljung-Box Q ที่ไม่มีนัยสำคัญ และตัวแบบทั่วไปของวิธีนี้คือ Seasonal Autoregressive Integrated Moving Average : $SARIMA(p, d, q)(P, D, Q)_s$ แสดงดังสมการที่ (5) (Box, G.E.P. Jenkins, G.M. and Reinsel, G.C., 1994)

$$\phi_p(B)\Phi_P(B^s)(1-B)^d(1-B^s)^D Y_t = \delta + \theta_q(B)\Theta_Q(B^s)\varepsilon_t \quad (5)$$

โดยที่ Y_t แทนอนุกรมเวลา ณ เวลา t t แทนช่วงเวลา ซึ่งมีค่าตั้งแต่ 1 ถึง n

n แทนจำนวนข้อมูลในอนุกรมเวลาชุดที่ 1 s แทนจำนวนคาบของฤดูกาล

d และ D แทนลำดับที่ของการหาผลต่าง และผลต่างฤดูกาล ตามลำดับ

B แทนตัวดำเนินการถอยหลัง (Backward Operator) โดยที่ $B^s Y_t = Y_{t-s}$

ε_t แทนอนุกรมเวลาของความคลาดเคลื่อนที่มีการแจกแจงปกติและเป็นอิสระกัน

ด้วยค่าเฉลี่ยเท่ากับศูนย์ และความแปรปรวนคงที่ทุกช่วงเวลา

$\delta = \mu\phi_p(B)\Phi_P(B^s)$ แทนค่าคงตัว โดยที่ μ แทนค่าเฉลี่ยของอนุกรมเวลาที่คงที่

$\phi_p(B) = 1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_p B^p$ แทนตัวดำเนินการสหสัมพันธ์ในตัวเองแบบไม่มีฤดูกาล

อันดับที่ p (Non-Seasonal Autoregressive Operator of Order p : $AR(p)$)

$\Phi_P(B^s) = 1 - \Phi_1 B^s - \Phi_2 B^{2s} - \dots - \Phi_P B^{Ps}$ แทนตัวดำเนินการสหสัมพันธ์ในตัวเองแบบมี

ฤดูกาลอันดับที่ P (Seasonal Autoregressive Operator of Order P : $SAR(P)$)

$\theta_q(B) = 1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \dots - \theta_q B^q$ แทนตัวดำเนินการเฉลี่ยเคลื่อนที่แบบไม่มีฤดูกาล

อันดับที่ q (Non-Seasonal Moving Average Operator of Order q : $MA(q)$)

$\Theta_Q(B^s) = 1 - \Theta_1 B^s - \Theta_2 B^{2s} - \dots - \Theta_Q B^{Qs}$ แทนตัวดำเนินการเฉลี่ยเคลื่อนที่แบบมีฤดูกาล

อันดับที่ Q (Seasonal Moving Average Operator of Order Q : $SMA(Q)$)

3.6 การวัดความคลาดเคลื่อนของการพยากรณ์ (Forecasting Error)

วิธีที่ใช้วัดความคลาดเคลื่อนของการพยากรณ์จะอาศัยหลักการ การเปรียบเทียบระหว่างค่าพยากรณ์ที่คำนวณได้กับข้อมูลจริงในช่วงเวลา t หากค่าพยากรณ์มีค่าคลาดเคลื่อนมากอาจหมายถึงวิธีการที่ใช้ยังไม่เหมาะสม หรืออาจจำเป็นต้องเปลี่ยนค่าพารามิเตอร์บางค่าให้เหมาะสม สำหรับงานวิจัยนี้จะใช้วิธีวัดความคลาดเคลื่อนของการพยากรณ์ 2 วิธีคือ

- 1) โดยใช้เกณฑ์รากที่สองของความคลาดเคลื่อนเฉลี่ย(RMSE)

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n e_i^2}{n}}$$

- 2) เปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนสัมบูรณ์เฉลี่ย(MAPE)

$$MAPE = \frac{\sum_{i=1}^n |(e_i / Y_i) \times 100|}{n}$$

โดยที่ Y_i แทนค่าของข้อมูลจริงที่เวลา i

F_i แทนค่าพยากรณ์ที่เวลา i

e_i แทนค่าความคลาดเคลื่อนที่เวลา i

$$e_i = Y_i - F_i$$

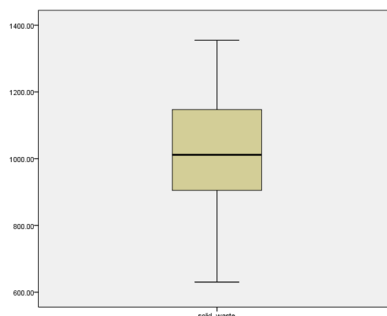
3.7 การเลือกตัวแบบพยากรณ์

จากการศึกษาตัวแบบพยากรณ์ทั้ง 5 แบบโดยใช้ข้อมูลชุดที่ 1 แล้วนำข้อมูลชุดที่ 2 ใช้วัดความคลาดเคลื่อนของการพยากรณ์ โดยพิจารณาจากค่า $RMSE$ และ $MAPE$ ที่มีค่าต่ำที่สุดจะถือว่าตัวแบบการพยากรณ์นั้นแม่นยำสุด แล้วจะได้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์เพื่อพยากรณ์ปริมาณขยะมูลฝอยในเขตพื้นที่เทศบาลเมืองบุรีรัมย์

4. ผลการวิจัย

4.1 การวิเคราะห์ข้อมูลเบื้องต้น

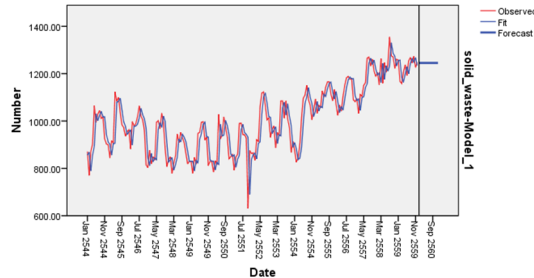
เมื่อตรวจสอบข้อมูลทั้ง 2 ชุดจำนวน 204 ค่าด้วยโปรแกรมสำเร็จรูปทางสถิติ โดยวิธีบ็อกพล็อต แสดงดังภาพประกอบที่ 1 พบว่าไม่มีค่าผิดปกติแต่อย่างใด ดังนั้นจึงสามารถใช้ข้อมูลชุดนี้เป็นค่าเริ่มต้นสำหรับการพยากรณ์ ต่อไปได้



ภาพประกอบที่ 1. กราฟบ็อกพล็อตจากโปรแกรมสำเร็จรูปทางสถิติ

4.2 การพยากรณ์โดยวิธีปรับเรียบเอ็กซ์โพเนนเชียลอย่างง่าย

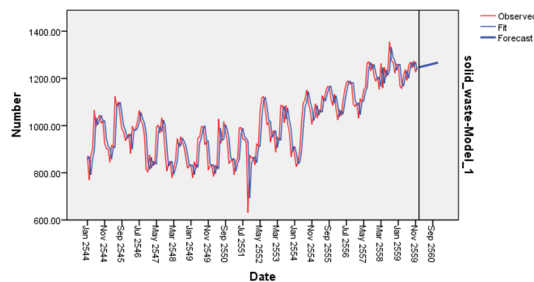
จากสมการที่ 1 ใช้โปรแกรมสำเร็จรูปทางสถิติ คำนวณค่าพยากรณ์ปริมาณขยะมูลฝอยในเขตเทศบาลเมืองบุรีรัมย์ล่วงหน้า 12 เดือน ได้ผลดังภาพประกอบที่ 2 และแสดงค่าพยากรณ์ได้ดังตารางที่ 1 โดย $\alpha = 0.8$



ภาพประกอบที่ 2. ความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณขยะมูลฝอยจริงกับค่าพยากรณ์โดยวิธีปรับเรียบเอ็กซ์โพเนนเชียลอย่างง่าย

4.3 ผลการพยากรณ์โดยวิธีปรับเรียบเอ็กซ์โพเนนเชียลแบบโฮลท์

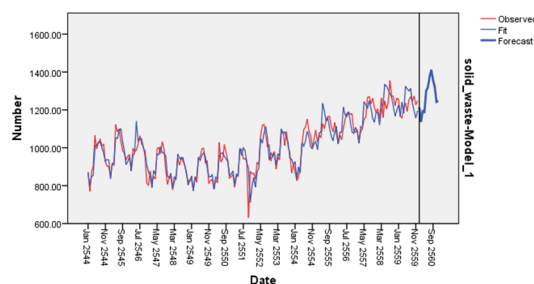
จากสมการที่ 2 ใช้โปรแกรมสำเร็จรูปทางสถิติ คำนวณค่าพยากรณ์ปริมาณขยะมูลฝอยในเขตเทศบาลเมืองบุรีรัมย์ล่วงหน้า 12 เดือน ได้ผลดังภาพประกอบที่ 3 และแสดงค่าพยากรณ์ได้ดังตารางที่ 1 โดยที่ $\alpha = 0.6$ และ $\delta = 0.00005$



ภาพประกอบที่ 3. ความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณขยะมูลฝอยจริงกับค่าพยากรณ์โดยวิธีปรับเรียบเอ็กซ์โพเนนเชียลแบบโฮลท์

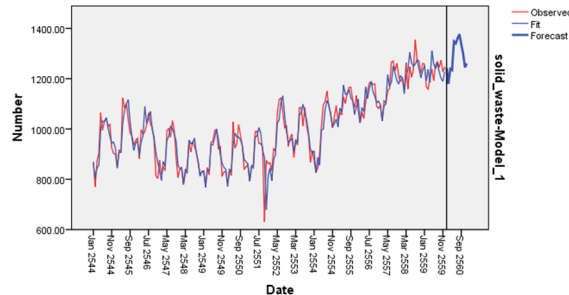
4.4 ผลการพยากรณ์โดยวิธีปรับเรียบเอ็กซ์โพเนนเชียล แบบวินเทอร์

1) รูปแบบการคูณ จากสมการที่ 3 ใช้โปรแกรมสำเร็จรูปทางสถิติ คำนวณค่าพยากรณ์ปริมาณขยะมูลฝอยในเขตเทศบาลเมืองบุรีรัมย์ล่วงหน้า 12 เดือน ได้ผลดังภาพประกอบที่ 4 และแสดงค่าพยากรณ์ได้ดังตารางที่ 1 โดย $\alpha = 0.433$, $\delta = 0.001$ และ $\gamma = 0.302$



ภาพประกอบที่ 4. ความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณขยะมูลฝอยจริงกับค่าพยากรณ์โดยวิธีปรับเรียบเอ็กซ์โพเนนเชียลแบบวินเทอร์รูปแบบการคูณ

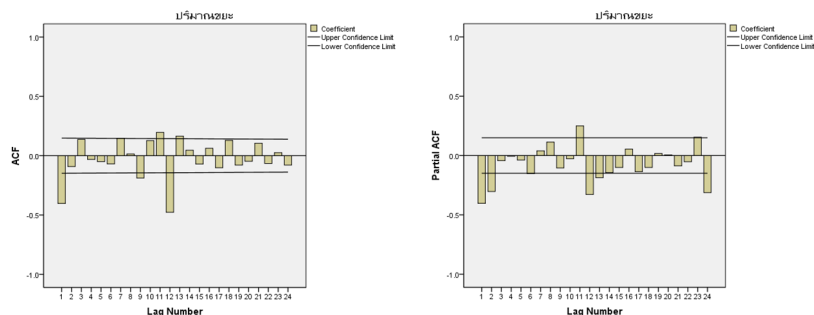
2) รูปแบบการบวก จากสมการที่ 4 ใช้โปรแกรมสำเร็จรูปทางสถิติ คำนวณค่าพยากรณ์ปริมาณขยะมูลฝอยในเขตเทศบาลเมืองบุรีรัมย์ล่วงหน้า 12 เดือน ได้ผลดังภาพประกอบที่ 5 และแสดงค่าพยากรณ์ได้ดังตารางที่ 1 โดยที่ $\alpha = 0.8$, $\delta = 0.00009$ และ $\gamma = 0.0002$



ภาพประกอบที่ 5. ความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณขยะมูลฝอยจริงกับค่าพยากรณ์โดยวิธีปรับเรียบเอ็กซ์โพเนนเชียลแบบวินเทอร์รูปแบบการบวก

4.5 ผลการพยากรณ์โดยวิธีบอกซ์-เจนกินส์

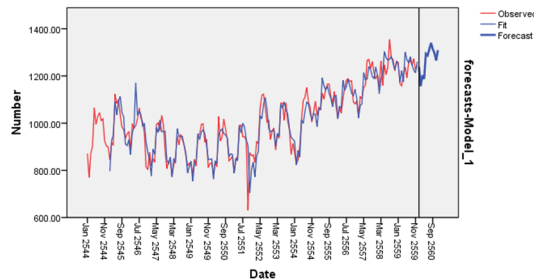
จากตรวจสอบข้อมูลชุดที่ 1 โดยพิจารณาจากกราฟ ACF และ PACF พบว่ามีลักษณะไม่เป็นสเตชันนารี เนื่องจากมีส่วนประกอบของแนวโน้มและมีอิทธิพลของฤดูกาล จึงทำการแปลงอนุกรมเวลาโดยผลต่าง ($d = 1$) เพื่อกำจัดแนวโน้มและหาผลต่างฤดูกาล ($D = 1$) เพื่อกำจัดอิทธิพลของฤดูกาลทำให้ข้อมูลเป็น สเตชันนารี แล้วได้กราฟ ACF และ PACF ของความคลาดเคลื่อนดังภาพประกอบที่ 6



ภาพประกอบที่ 6 ACF และ PACF ของความคลาดเคลื่อนเมื่อแปลงข้อมูลหาผลต่าง ($d = 1$) และหาผลต่างฤดูกาล ($D = 1$)

จากภาพประกอบที่ 6 พบว่าการหาผลต่างและผลต่างฤดูกาลอันดับที่ 1 ทำให้อนุกรมมีความแปรผันอย่างคงที่และพบว่า ACF ณ lag 1 มีนัยสำคัญ และ PACF ค่อย ๆ ลดลงหลังจาก lag 2 และเมื่อพิจารณาฤดูกาลพบว่า ACF และ PACF ณ lag 12 มีนัยสำคัญ ดังนั้นรูปแบบที่เหมาะสมจึงควรเป็นรูปแบบที่มีส่วนประกอบจาก Moving Average (MA), Seasonal Moving Average (SMA), Autoregressive (AR) และ Seasonal Autoregressive ดังนั้นผู้วิจัยจึงกำหนดค่า p, q, P และ Q ที่คาดว่าจะเป็นไปได้ให้กับตัวแบบ $SARIMA(p, d, q)(P, D, Q)_s$ พร้อมทั้งประมาณค่าพารามิเตอร์โดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูปทางสถิติ ซึ่งพบว่าตัวแบบที่เหมาะสมสำหรับการพยากรณ์ปริมาณขยะมูลฝอยในเขตเทศบาลเมืองบุรีรัมย์คือตัวแบบ $SARIMA(0, 1, 1)(0, 1, 1)_{12}$ มีค่าคงที่ได้ผลดังภาพประกอบที่ 7 และแสดงค่า

พยากรณ์ได้ดังตารางที่ 1 โดย $\delta = -3.425$, $\theta_1 = 0.547$ และ $\Theta_1 = 0.953$ โดย BIC มีค่าเท่ากับ 7.870 ซึ่งเป็นค่าต่ำสุดเมื่อเทียบกับตัวแบบอื่น ๆ และจากสถิติทดสอบ Modified Box-Pierce (Ljung-Box) จำนวน 18 มีค่า p-value เท่ากับ 0.388 ซึ่งค่ามีมากกว่าระดับนัยสำคัญ 0.05



ภาพประกอบที่ 7. ความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณขยะมูลฝอยจริงกับค่าพยากรณ์โดยวิธีบ็อกซ์เจนกินส์

4.6 ผลการวัดความคลาดเคลื่อนของการพยากรณ์ (Forecasting Error)

การวัดความคลาดเคลื่อนของการพยากรณ์โดยใช้เกณฑ์รากที่สองของความคลาดเคลื่อนเฉลี่ย ($RMSE$) และเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนสัมบูรณ์เฉลี่ย ($MAPE$) นั้นจากตารางที่ 1 พบว่าวิธีบ็อกซ์เจนกินส์ มีความแม่นยำในการพยากรณ์มากที่สุด เนื่องจากให้ค่า $RMSE$ และ $MAPE$ ต่ำสุด และจากสมการที่ (1) สามารถสร้างตัวแบบได้ดังนี้

$$\begin{aligned} (1 - B)^1(1 - B^{12})^1 Y_t &= \delta + [(1 - \theta_1 B)(1 - \Theta_1 B^{12})] \varepsilon_t \\ (1 - B - B^{12} + B^{13}) Y_t &= \delta + (1 - \theta_1 B - \Theta_1 B^{12} + \theta_1 \Theta_1 B^{13}) \varepsilon_t \\ Y_t &= \delta + Y_{t-1} + Y_{t-12} - Y_{t-13} - \theta_1 \varepsilon_{t-1} - \Theta_1 \varepsilon_{t-12} + \theta_1 \Theta_1 \varepsilon_{t-13} + \varepsilon_t \end{aligned}$$

จากการแทนค่าประมาณพารามิเตอร์จะได้ตัวแบบพยากรณ์แสดงได้ดังนี้

$$\hat{Y}_t = Y_{t-1} + Y_{t-12} - Y_{t-13} - 0.547\varepsilon_{t-1} - 0.953\varepsilon_{t-12} + 0.521\varepsilon_{t-13} - 3.425$$

- เมื่อ
- \hat{Y}_t แทนค่าพยากรณ์ ณ เวลา t
 - Y_{t-1} แทนอนุกรมเวลา ณ เวลา $t - 1$
 - ε_{t-j} แทนความคลาดเคลื่อนจากการพยากรณ์ ณ เวลา $t - j$
 - $e_{t-j} = Y_{t-j} - \hat{Y}_{t-j}$

ตารางที่ 1 ค่าจริงและค่าพยากรณ์ปริมาณขยะมูลฝอย(กิโลกรัม)ในเขตพื้นที่เทศบาลเมืองบุรีรัมย์ ตั้งแต่เดือนมกราคม พ.ศ. 2560 – เดือนธันวาคม พ.ศ. 2560

เดือน	ค่าจริง	ค่าพยากรณ์ล่วงหน้า				
		Single Exponential	Holt	Winter		Box-Jenkins
				Multiplicative	Additive	
มกราคม	1240.94	1245.18	1247.41	1212.88	1242.27	1239.00
กุมภาพันธ์	1178.19	1245.18	1249.18	1136.51	1179.19	1157.44
มีนาคม	1230.87	1245.18	1250.96	1193.68	1239.26	1202.76
เมษายน	1222.58	1245.18	1252.74	1188.93	1234.28	1188.02
พฤษภาคม	1305.87	1245.18	1254.52	1301.03	1347.86	1294.10
มิถุนายน	1298.74	1245.18	1256.29	1318.91	1340.30	1286.84
กรกฎาคม	1336.98	1245.18	1258.07	1375.60	1361.16	1313.58
สิงหาคม	1368.89	1245.18	1259.85	1410.98	1386.79	1339.92
กันยายน	1329.94	1245.18	1261.63	1357.29	1338.43	1313.40
ตุลาคม	1318.70	1245.18	1263.41	1320.80	1300.03	1297.45
พฤศจิกายน	1268.66	1245.18	1265.18	1242.22	1240.27	1266.31
ธันวาคม	1288.12	1245.18	1266.96	1247.63	1260.44	1309.60
ความคลาดเคลื่อนของการพยากรณ์	<i>RMSE</i>	64.86	55.63	31.39	23.44	20.183
	<i>MAPE</i>	4.23	3.58	2.24	1.484	1.451

5. การอภิปรายผล

การวิจัยครั้งนี้ได้ศึกษาและคัดเลือกตัวแบบพยากรณ์ที่เหมาะสมกับอนุกรมเวลาปริมาณขยะมูลฝอยในเขตเทศบาลเมืองบุรีรัมย์โดยใช้ข้อมูลปริมาณขยะมูลฝอยจากกองช่างสุขาภิบาล สำนักงานเทศบาลเมืองบุรีรัมย์ตั้งแต่เดือนมกราคม พ.ศ.2544 ถึงเดือนธันวาคม พ.ศ.2560 จำนวน 204 ค่าซึ่งผู้วิจัยแบ่งข้อมูลออกเป็น 2 ชุดสำหรับการศึกษาตัวแบบพยากรณ์ 5 วิธี ข้อมูลชุดที่ 1 ตั้งแต่เดือน มกราคม พ.ศ. 2560 ถึงเดือนธันวาคม พ.ศ.2560 จำนวน 12 ค่า นำมาใช้สำหรับตรวจสอบความแม่นยำของค่าพยากรณ์โดยใช้เกณฑ์ RMSE และ MAPE พบว่าวิธีการพยากรณ์ด้วยวิธีบอซเจนกินส์ เป็นวิธีที่เหมาะสมมากที่สุด

6. สรุปผลวิจัย

การสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เพื่อพยากรณ์ปริมาณขยะมูลฝอยในเขตพื้นที่เทศบาลเมืองบุรีรัมย์ในครั้งนี้ได้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์เพื่อพยากรณ์ปริมาณขยะมูลฝอยในเขตพื้นที่เทศบาลเมืองบุรีรัมย์เป็น

$$\hat{Y}_t = Y_{t-1} + Y_{t-12} - Y_{t-13} - 0.547\varepsilon_{t-1} - 0.953\varepsilon_{t-12} + 0.521\varepsilon_{t-13} - 3.425$$

จากวิธีบอซเจนกินส์โดยที่ \hat{Y}_t แทนค่าพยากรณ์ ณ เวลา t ของข้อมูลปริมาณขยะมูลฝอยในเขตพื้นที่เทศบาลเมืองบุรีรัมย์

7. ข้อเสนอแนะ

การสร้างแบบจำลองคณิตศาสตร์ด้วยวิธีการสร้างตัวแบบพยากรณ์ต่าง ๆ เป็นวิธีการพยากรณ์ที่เหมาะสมกับการพยากรณ์ระยะเวลาสั้น ๆ หากต้องการพยากรณ์ปริมาณขยะมูลฝอยในช่วงที่ยาวนานกว่านี้ควรปรับปรุงข้อมูลให้มีความทันสมัยอยู่ตลอดเวลา จึงจะทำให้ได้ค่าพยากรณ์ปริมาณขยะมูลฝอยมีความใกล้เคียงกับความเป็นจริง

เอกสารอ้างอิง

ทรงศิริ แต่สมบัติ. (2549). **การพยากรณ์เชิงปริมาณ**. กรุงเทพมหานคร : มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.

ภูมิฐาน รังคกุลวัฒน์. (2556). **การวิเคราะห์อนุกรมเวลาสำหรับเศรษฐศาสตร์และธุรกิจ**.

กรุงเทพมหานคร : จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

สุพรรณิ อึ้งปัญญาตวงค์. (2551). **เทคนิคการพยากรณ์เชิงสถิติ**. ขอนแก่น : มหาวิทยาลัยขอนแก่น.

อัจฉรา จันทร์ฉาย. (2557). **เทคนิคการพยากรณ์เพื่อการจัดการ**. กรุงเทพมหานคร : จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

Box, G.E.P. Jenkins, G.M. and Reinsel, G.C. (1994). **Time Series Analysis: Forecasting and Control. 3rd Edition**. New Jersey : Prentice Hall.

Bruce L. Bowerman, Richard T. O' Connell, & Anne B. Koehler. (2005). **Forecasting, time series, and regression : an applied approach. 4th ed**. The United States of America : Thomson Brooks.

Labkead, P & Wasusee, T. (2009). **Planning resource needs to optimize the export process**. The proceeding of Thai VCML conference 9th.